506.45
.A215
7
398
atti m.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME II.

1° SEMESTRE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta dell'8 gennaio 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Sopra alcuni acidi della serie pirrazolica* [1]. Nota II^a di L. Balbiano ed O. Severini.

« Abbiamo proseguito le ricerche pubblicate nel luglio [2] completando il piano di studio propostoci e siamo arrivati a stabilire la posizione delle catene carbossiliche negli acidi 1-fenil-dicarbopirrazolici.

« L'acido 1-fenil-metil-carbopirrazolico fusibile a 191°,5-192°,5, che si ottiene coll'ossidazione dell'1-fenil-dimetilpirrazolo avente i gruppi metili vicini, quando viene riscaldato a 230° sviluppa lentamente anidride carbonica e dà l' 1-fenil-metilpirrazolo.

« Gr. 7,5 di acido si riscaldarono a bagno d'olio per 20 ore circa alla temperatura di 230°-250°; s'è svolto lentamente anidride carbonica e quando il residuo col raffreddamento rimase liquido, si sospese il riscaldamento.

« La sostanza greggia si sottopose alla distillazione in corrente di vapore, dopo averla sospesa in acqua leggermente alcalina per trattenere traccie di acido non trasformato. Il distillato in corrente di vapore si estrasse con etere ed eliminato lo sciogliente rimase un olio incoloro, all'incirca 5 grammi, che alla distillazione passò quasi fino all'ultima goccia alla temperatura di

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Roma.

(2) Rend. Acc. Lincei.

NATURAL MUSEUM

254°-255° (termometro nel vapore). Col raffreddamento si rapprese in una massa cristallina formata da aghi lunghi e bianchi che fondono alla temperatura di 37°.

« L'analisi diede il seguente risultato:

gr. 0,2765 diedero cc. 42,2 di azoto misurati a 20°,4 ed alla pressione di 762 mm.

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato $C^3H^2(CH^3)N^2C^6H^5$
N	17,53	17,72.

« Il punto di ebollizione e di fusione coincidono perfettamente colle costanti dell'1-fenil-3-metilpirrazolo determinate da L. Claisen ed A. Roosen (1).

« Per comprovarlo ne abbiamo preparato il jodometilato e l'acido che ne deriva per ossidazione col permanganato potassico.

Jodometilato.

« Gr. 1 di fenilmetilpirrazolo si riscaldarono in tubo chiuso a 100° per 5 ore con 1 grammo di joduro di metile.

« Il prodotto della reazione, massa cristallina, venne sciolto in alcole e precipitato con etere. Si ripetè il trattamento e si ottenne la sostanza in cristalli duri, bianchi che fondevano esattamente a 144°.

« Lo stesso punto di fusione ottennero L. Claisen e Roosen.

Acido 1-fenil-3-carbopirrazolico.

« Grammi 3 di metilfenilpirrazolo vennero sospesi in 500 cc. di acqua contenenti sciolti gr. 2 di idrato potassico, ed alla miscela riscaldata a bagno maria si aggiunsero poco a poco, agitando, grammi 6 di permanganato potassico disciolto in 100 cc. di acqua. Dopo circa 7 ore la miscela essendo scolorita, si distillò in corrente di vapore d'acqua, col quale passarono all'incirca i due terzi dal pirrazolo inalterato.

« Il miscuglio fisso si filtrò dagli ossidi di manganese, si svaporò a piccolo volume, si acidificò con acido cloridrico in leggero eccesso e si estrasse l'acido pirrazolico con etere. Distillato l'etere è rimasto un residuo cristallino che si ricristallizzò dall'acqua bollente. I cristalli asciugati fra carta e disseccati sull'acido solforico diedero all'analisi il seguente risultato:

gr. 0,1116 dettero cc. 14,5 di azoto a 20°,5 ed a 762 mm. di pressione.

« Ossia in 100 parti:

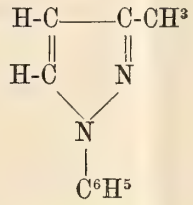
	trovato	calcolato per $C^3H^2(CO^2H)N^2C^6H^5$
N	14,86	14,89.

« L'acido cristallizza in begli aghi setacei, che fondono a 143°, e presentano tutti i caratteri dell'acido 1-fenil-3-carbopirrazolico, ottenuto dall'Andreocci (2) dall'antipirina e da Claisen e Roosen dall'1-fenil-3-metilpirrazolo.

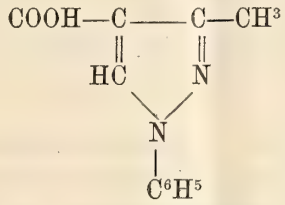
(1) Berl. Bericht 24, p. 1888.

(2) Rendiconti, Lincei, 1891.

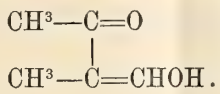
« Le proprietà quindi del jodometilato, del carboacido che nasce all'ossidazione e del pirrazolo stesso dimostrano che si è ottenuto l' 1-fenil-3-metilpirrazolo.



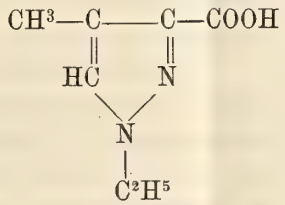
perciò l'acido 1-fenil-metil-carbopirrazolico, dal quale si origina per eliminazione di anidride carbonica, deve avere la costituzione



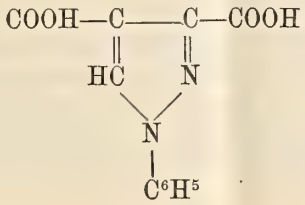
poichè l' 1-fenil-dimetilpirrazolo che ha servito a prepararlo contiene i due gruppi metili vicini, essendo partiti del composto



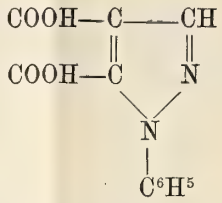
« L'isomeria dell'acido 1-fenil-metil-carbopirrazolico, che si forma in piccola quantità nell'ossidazione del dimetilpirrazolo, e che ossidandosi ulteriormente si trasforma nello stesso dicarboacido nel quale si converte l'acido 1-fenil-3-metil-4-carbopirrazolico, può essere spiegata collo schema



« Tutti e due questi monocarboacidi metilati conducono al dicarboacido 1-fenil-3-4-dicarbopirrazolico

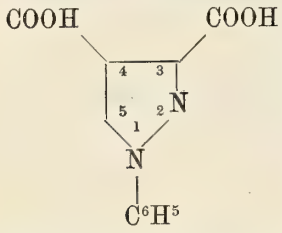
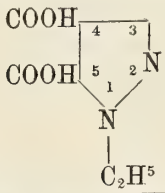
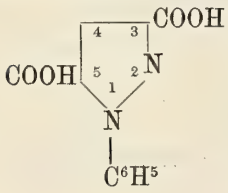


« Per l'acido dicarbopirrazolico derivante dall'ossidazione dell'1-fenil-metil-etilpirrazolo rimane per esclusione la formola



unica formola che soddisfi alla condizione di derivare da un pirrazolo nel quale i due gruppi alchilici sostituenti siano vicini.

« Per comodo del lettore riassumiamo nel seguente specchietto le proprietà fisiche dei tre acidi 1-fenil-dicarbopirrazolici.

Ac.1fenil-3-4-dicarbopirrazolico. 	« Laminette bianche, madreperlacee, pochissimo solubili nell'acqua fredda, solubili nell'acqua bollente e nell'alcool. Fonde decomponendosi a 200°,5. « *Etere metilico.* — Aghi lunghi, bianchi, setacei. Fonde 74°,5-75°,5.
Ac.1fenil-4-5-dicarbopirrazolico. 	« Laminette bianche, madreperlacee, poco solubili nell'acqua fredda, solubili nell'acqua bollente e nell'alcool. Fonde decomponendosi a 231°,5. « *Etere metilico.* — Belle tavole appiattite, dure, di splendore vitreo. Fonde a 84°,5-85°,5.
Ac.1fenil-3-5-dicarbopirrazolico. 	« Laminette bianche raggruppate a sfera, poco solubili nell'acqua calda, solubili nell'alcole. Fonde decomponendosi a 265°-266° (1). « *Etere metilico.* — Lunghi aghi di splendore setaceo. Fonde a 127°-128°. « *Amide.* — Piccole tavole monocline. Fonde a 190°.

(1) Per errore di osservazione o di registrazione nella Memoria pubblicata nel Berichte der D. Chem. Gessel. T. 23, p. 1450, e riportata nella Gazzetta Chimica Italiana V. 20, p. 469, il punto di fusione di quest'acido è scritto 255°-266°. Il dott. Severini ha ripetuto ora la determinazione con un piccolo campione dell'acido preparato allora ed ha trovato il punto di fusione 265°-266° conforme a quello determinato da Claisen e Roosen.

L. Balbiano.

« Nella prima Nota abbiamo riferito, che nel tentativo fatto di reazione del bromo libero sull'acido 1-fenil-4-5-dicarbopirrazolico, non successe reazione e l'acido rimase inalterato. Abbiamo ora tentato di far agire sullo stesso acido il bromo in presenza d'idrato potassico. La reazione venne eseguita nelle seguenti condizioni.

« Grammi 1,5 di acido, sciolto in 400 cc. di acqua resa alcalina con gr. 2,5 di idrato potassico, vennero addizionati poco a poco ed a freddo di gr. 5 di bromo, cioè di un eccesso, ed abbiamo adoperato un grande eccesso perchè colla quantità necessaria per la sostituzione di un solo atomo di idrogeno non avviene reazione.

« La miscela, dopo averla abbandonata alla temperatura dell'ambiente per 24 ore, venne acidificata con acido solforico diluito ed estratta con etere. Colla distillazione dell'etere rimase un olio che tosto solidificò. Per depurare l'acido greggio lo si discioglie nella soda diluita, indi si acidifica nuovamente la soluzione filtrata, si estrae con etere ed il residuo dello svaporamento dell'etere si tratta con poco alcole bollente. L'alcool scioglie la maggior parte della sostanza e lascia indisciolta una piccola quantità di un olio, che col raffreddamento si rappiglia in una massa solida.

« La soluzione alcoolica deposita col raffreddamento una sostanza, cristallizzata in piccoli aghi giallognoli, che all'analisi diede il seguente risultato: gr. 0,161 di sostanza richiesero cc. 8,2 di soluzione $\frac{N}{10}$ di $Ag\,NO^3$.

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{11}H^6Br^2O^4N^2$
Br.	40,74	41,02

« S'è formato quindi un composto bibromurato, il quale fonde decomponendosi alla temperatura di 197°-199°.

« L'olio suddetto si scioglie in una grande quantità di alcole bollente ed aggiungendo in seguito acqua calda fino a che il liquido incomincia ad intorbidarsi. Si ha col raffreddamento un deposito di cristalli aghiformi che fondono a 210°-211° e che sono un miscuglio di mono- e bibromoderivato, perchè contengono il 36, 37 °/₀ di bromo, mentre un monobromoacido contiene il 25,72, un bibromo- il 41,02 °/₀ di bromo.

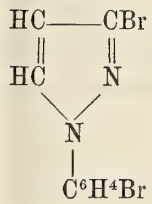
« L'acido bibromurato riscaldato per 7 ore a 240°-255° sviluppa anidride carbonica e lascia quale residuo un bibromofenilpirrazolo, che si depura mediante distillazione in corrente di vapore e cristallizzazione del composto distillato dall'alcole acquoso. All'analisi diede il seguente risultato: gr. 0,1474 di sostanza richiesero cc. 9,8 di soluzione $\frac{N}{10}$ di $Ag\,NO^3$.

« Ossia in 100 parti:

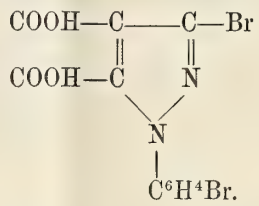
	trovato	calcolato per $C^9H^6Br^2N^2$
Br.	53,12	52,98

« Questo bibromofenilpirrazolo cristallizza in aghetti bianchi setacei insolubili nell'acqua, poco solubili nell'alcool freddo, solubili nell'alcool caldo e nell'etere. Fonde a 74°.

« Il composto se contiene, come è molto probabile, l'atomo di bromo nel nucleo pirrazolico, lo contiene al posto dell'atomo di idrogeno 3, cioè dev'essere rappresentato dallo schema:



derivando dall'acido bicarbossilico bibromurato



Fisico-chimica. — *Sulla questione del potere rifrangente per un raggio d'onda infinita.* Nota del Corrispondente Nasini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sugli aggruppamenti tripli di coniche coordinate alla quartica piana.* Nota III di Ernesto Pascal, presentata dal Socio Cremona.

« Nell'ultima Nota ho compiuto lo studio delle terne di coniche contenenti almeno una coppia di 1ª specie. Ho trovato che ne esistono sei diverse, e di ciascuna specie ho indicato le proprietà geometriche.

« In questa nuova Nota mi propongo di completare lo studio di tutte le possibili terne studiando cioè quelle che contengono tutte coppie di 2ª specie.

« Con ciò terminerò quello che dovea comunicare sugli aggruppamenti formati colle 315 coniche coordinate alla quartica piana, e in prossime Note passerò ad un altro genere di considerazioni.

§ 9. — Gruppo di sostituzioni corrispondenti ad una coppia di 2ª specie.

« Fra le sostituzioni del gruppo che lascia fissa la conica fondamentale

$$a \equiv (12 \,.\, 23 \,.\, 34 \,.\, 41)$$

consideriamo quelle che lasciano anche fissa la conica

$$b' \equiv (13 \,.\, 56 \,.\, 15 \,.\, 36)$$

formante coppia di 2ª specie colla data (v. Nota I).

« L'ordine del gruppo corrispondente sarà al solito $\frac{9.8.8.8}{144} = 32$ e se vogliamo anche quelle sostituzioni che scambiano fra loro le due coniche si avrà invece un gruppo di ordine 64.

« Se la retta (13) deve restar fissa, allora le sostituzioni si riducono a $\frac{32}{4} = 8$, e infatti sappiamo (v. Nota I) che allora esse si riducono a sole permutazioni di punti (perchè allora, dovendo restar fissa la seconda conica, i sistemi d'imprimitività relativi alla prima conica, non possono più scambiarsi fra loro), e sono propriamente le 8 sostituzioni formate cogli scambî dei punti

2 con 4
5 con 6
7 con 8.

« I quadri dei sistemi d'imprimitività relativi alle due coniche sono i seguenti:

$$a. \left\{ \begin{array}{l} 13.24, 56.78, 57.68, 58.67 \\ 15.35, 16.36, 17.37, 18.38 \\ 25.45, 26.46, 27.47, 28.48 \end{array} \right. \qquad b'. \left\{ \begin{array}{l} 12.62, 14.64, 17.67, 18.68 \\ 32.52, 34.54, 37.57, 38.58 \\ 16.35, 24.78, 27.48, 28.47 \end{array} \right.$$

« Se le due coniche debbono restar fisse, si riconosce subito che debbono restar fissi i terzi sistemi di ciascuno di questi due quadri, e quindi le quattro rette che essi hanno in comune, cioè la conica rappresentata da

$$c' \equiv (27 \,.\, 47 \,.\, 28 \,.\, 48).$$

« Possiamo dunque dire:

« Anche una coppia di 2ª specie individua un'altra conica esterna, che « possiamo anche chiamar *coniugata* alla coppia. Questa terza conica c' forma

« coppie di 1ª specie con ciascuna delle date, ed è l'unica dotata di questa « proprietà ».

« La dimostrazione di questa ultima parte del teorema risulta dalla semplice considerazione dei due quadri di sopra, donde si vede che il 2° quadro separa sempre in due linee diverse due rette formanti coppie nel 1° quadro, eccetto per le quattro rette di c'.

« Dalla stessa considerazione di sopra risulta anche che resterà fisso l'assieme delle due coniche

$$(25 . 45 . 26 . 46) \qquad (16 . 35 . 24 . 78)$$

formanti a loro volta una coppia di 2ª specie; dunque:

« Ad ogni coppia di 2ª specie ne è correlata un'altra esterna, ciascuna « delle cui coniche forma coppia di 1ª specie colla prima delle date, e di « 2ª specie coll'altra, o viceversa ».

« Se alla coppia a, b' aggiungiamo la conica c' abbiamo una terna contenente due coppie di 1ª specie e una di 2ª, e questa l'abbiamo già studiata nella Nota II.

« Dai risultati della stessa Nota può risultare che rispetto alla coppia a, b' le coniche esterne formanti coppia di 2ª specie con una delle date, e di 1ª specie coll'altra, debbono separarsi in tre categorie distinte, le quali daranno poi luogo alle tre terne considerate nel § 7 della citata Nota.

« Effettivamente questo lo possiamo trovare, e per ciò fare cominciamo coll'osservare che il gruppo che lascia fissa la coppia di 2ª specie data, separa, come risulta dalle cose dette, le altre 20 tangenti doppie in $4 + 8 + 8$ in modo che ci sia la transitività in ciascuna di queste classi.

« Nel nostro caso questi tre sistemi sono rappresentati da

I.	27 . 47 . 28 . 48
II.	25 . 45 . 26 . 46 . 16 . 35 . 24 . 78
III	57 . 68 . 58 . 67 . 17 . 37 . 18 . 38

e si riconosce subito in che maniera le rette di ciascuno di questi sistemi compariscono nei due quadri a, b'.

« Le coniche che formano allora coppia di 1ª specie con una sola delle date si separano effettivamente in tre categorie distinte, e sono rappresentate da:

1)	(27 . 47 . 25 . 45)	in numero di	8
2)	(25 . 45 . 26 . 46)	»	2
3)	(57 . 68 . 58 . 67)	»	4

« Resta a considerare quelle formanti coppia di 2ª specie con ciascuna delle date.

« Tenendo presenti i tre sistemi stabiliti sopra si vede subito che non

si possono formare più che quattro categorie di coniche da reputarsi fra loro distinte, e sono rappresentate da:

1)	$c_6 \equiv (24 . 35 . 68 . 17)$	in numero di	16
2)	$c_7 \equiv (24 . 45 . 57 . 27)$	»	16
3)	$c_8 \equiv (57 . 58 . 17 . 18)$	»	4
4)	$c_9 \equiv (57 . 58 . 27 . 28)$	»	8.

« Possiamo conchiudere:

« Il gruppo che lascia fissa una coppia di 2ª specie separa le 59 coni-
« che *esterne* in $1 + 8 + 2 + 4 + 16 + 16 + 4 + 8 = 59$, in cui le ul-
« time quattro categorie sono formate di coniche che costituiscono coppie di
« 2ª specie con ciascuna delle date ».

§ 10. — Terne contenenti tutte coppie di 2ª specie.

« Dal paragrafo precedente risulterebbe a prima vista che esistono *quattro* specie di terne contenenti coppie di 2ª specie; noi però faremo vedere che la terna $a\, b'\, c_9$ non è sostanzialmente diversa dalla a, b', c_6.

« Propriamente, la terna $a\, b'\, c_6$, pure avendo tutte le sue coppie di 2ª specie e quindi fra loro equivalenti, non è però simmetrica nelle sue tre coniche, ma la prima conica a vi comparisce in modo diverso che le altre due.

« L'altra terna $a\, b'\, c_9$ è simile alla precedente, ma solo ci si presenta da un altro lato, cioè in essa la c_9 fa lo stesso ufficio che la a facea nella prima.

« Chiaramente avremo ciò dimostrato se avremo fatto vedere che la formazione di a rispetto ai sistemi che si costituiscono (in modo analogo a quelli I II III studiati nel § 9) relativamente alla coppia di 2ª specie $b'\, c_9$, è la stessa della formazione di c_6 relativamente ai sistemi I II III del § 9.

« Ora ciò risulta immediatamente perchè i sistemi I II III relativi alla coppia $b'\, c_9$ sono

I'.	17 . 18 . 67 . 68
II'.	37 . 38 . 47 . 48 . 12 . 62 . 14 . 64
III'.	23 . 25 . 34 . 54 . 16 . 35 . 24 . 78

e si vede che a risulta con due rette di II' e due rette di III', nello stesso modo come c_6 risultava formato con due rette di II e due di III.

« Possiamo dunque dire:

« Esistono solo tre terne di coniche con tutte coppie di 2ª specie. La
« prima di queste ci si presenta assai singolare come quella che pure avendo
« tutte le coppie della medesima specie, non è però composta simmetrica-
« mente colle sue tre coniche ».

« Vedremo poi con quale proprietà geometrica ci si appalesa questa dissimmetria.

« Studiando in seguito le quadriche coordinate alla sestica storta, troveremo che un fatto analogo si ricomincia ad appalesare anche prima, cioè esistono *coppie* non simmetriche di tali quadriche.

« Possiamo intanto aggiungere:

« Chiamando terne di 7ª 8ª 9ª specie le terne

$$« \; a \; b' \; c_6 , \qquad a \; b' \; c_7 , \qquad a \; b' \; c_8$$

« si ha che esistono

$$« \; \frac{315.72.16}{2} = 181440 \text{ terne di } 7^a \text{ specie}$$

$$« \; \frac{315.72.16}{3} = 120960 \quad » \quad 8^a \text{ specie}$$

$$« \; \frac{315.72.4}{3} = 30240 \quad » \quad 9^a \text{ specie } ».$$

§ 11. — Proprietà delle tre ultime terne di coniche.

« Abbiamo visto che ad ogni coppia di 2ª specie è coniugata una conica esterna. In ciascuna delle tre ultime terne troviamo allora le coniche coniugate alle tre coppie di coniche contenutevi, e vediamo quali proprietà otteniamo.

« Nella terna a, b' c_6 cioè

$$(12 . 23 . 34 . 41) , (13 . 56 . 15 . 36), (24 . 35 . 68 . 17)$$

le tre coniche coniugate sono rispettivamente

(23 . 25 . 34 . 45) coniugata alla coppia $b' \; c_6$
(26 . 46 . 28 . 48) » » » $c_6 \; a$
(27 . 47 . 28 . 48) » » » $a \; b'$.

« Si vede che la prima di esse taglia in 4 punti (sulla curva di 4° ordine) la conica a, mentre le altre due non tagliano più nessuna delle coniche date e si tagliano fra loro anche in 4 punti. Di qui si vede daccapo che nella terna di 7ª specie, una delle tre coniche comparisce in modo diverso che le altre due.

« Possiamo dire:

« Nella terna di 7ª specie vi è une sola conica speciale, caratterizzata dalla « proprietà che taglia in 4 punti (sulla curva di 4° ordine) la conica coniu- « gata alla coppia delle altre due.

« Le altre due coniche coniugate si tagliano poi fra loro in 4 punti « sulla curva di 4° ordine, e sono esterne alla prima ».

« Nella terna a, b', c_7 le tre coniche coniugate sono

(14 . 17 . 64 . 67) coniugata alla coppia $b'\ c_7$
(16 . 36 . 18 . 38) » » » $c_7\ a$
(27 . 47 . 28 . 48) » » » $a\ b'$

e si vede che ognuna di queste incontra in due soli punti la conica opposta della terna data.

« Inoltre quelle tre coniche formano una terna della medesima specie della data, giacchè intanto si può verificare che tutte le loro coppie sono di 2ª specie, e inoltre costruendo poi daccapo le coniche coniugate alle sue coppie si ritorna alla terna primitiva (1), cioè si giunge a tre coniche che hanno colla seconda terna la stessa relazione che quelle della seconda terna hanno colla prima terna.

« Ora siccome le tre coniche coniugate ad una terna di 7ª, 9ª specie, non hanno (come faremo vedere per le terne di 9ª specie, e come abbiamo già fatto vedere per quelle di 7ª specie) una relazione di tal natura colla terna primitiva, così possiamo asserire che le tre coniche ultimamente trovate formano una terna anche di 8ª specie.

« Le tre coniche coniugate ad una terna di 8ª specie, formano a loro « volta una terna della medesima specie, dalla quale poi col medesimo pro- « cedimento si torna alla terna primitiva. Ogni conica di questa nuova terna « incontra in soli due punti una sola delle coniche della terna primitiva ».

« Finalmente per la terna di 9ª specie a, $b'\ c_8$ è facile riconoscere che le tre coniche coniugate coincidono; onde:

« La terna di 9ª specie è caratterizzata dalla proprietà che le sue coniche « coniugate coincidono; essa è cioè formata in modo che tutte le sue coppie « hanno la medesima conica coniugata ».

§ 12. — Altre proprietà geometriche delle tre terne contenenti tutte coppie di 2ª specie.

« Possiamo fare per queste tre ultime terne delle ricerche analoghe a quelle eseguite nella Nota II, esaminando il numero e la natura delle coniche che intersecano le tre della terna.

« Per la terna di 7ª specie esistono quattro sole coniche
(12 . 34 . 13 . 24), (12 . 23 . 15 . 35), (23 . 14 . 13 . 24), (34 . 14 . 15 . 53)
intersecanti in 4 punti la conica a, e in due punti le altre due, ed esistono poi 16 coniche come p. es.

(12 . 13 . 35 . 25), (12 . 15 . 24 . 54), ecc.

intersecanti in due soli punti ciascuna delle tre date; onde:

(1) Tutte queste verifiche si fanno assai agevolmente costruendo il quadro dei sistemi d'imprimitività relativi alle tre coniche.

« Nella terna di 7ª specie chiamando *conica principale* quella che in « essa comparisce in modo diverso che le altre due, possiamo dire che esi- « stono 4 sole coniche intersecanti in 4 punti la conica principale, e in due « punti (sulla curva di 4° ordine) le altre due; ed esistono invece 16 coni- « che intersecanti in soli 2 punti ciascuna delle date ».

« Per la terna di 8ª specie invece troviamo:

« Esistono 6 coniche intersecanti in 4 punti una delle date di una terna « di 8ª specie, e in 2 punti le altre due, ed esistono 16 altre coniche inter- « secanti poi in soli due punti ciascuna di quelle di una terna di 8ª specie ».

« Finalmente per la terna di 9ª specie si trova che si possono formare 16 coniche come

$$(12 . 15 . 57 . 27), \quad (23 . 56 . 17 . 48), \text{ ecc.}$$

le quali intersecano in 2 punti ciascuna delle tre date, e queste passano sempre per i punti di contatto delle tangenti doppie 27 . 28 . 47 . 48, che corrispondono precisamente alla conica coniugata alla terna di 9ª specie (v. § 11).

« Onde possiamo raccogliere questa proprietà:

« Non esistono coniche che taglino in 4 punti una di quelle di una « terna di 9ª specie, e in 2 punti le altre; esistono invece 16 coniche inter- « secanti in 2 punti ciascuna di quelle della terna di 9ª specie, e ognuna « di queste 16 coniche taglia poi a sua volta in 2 punti (si intende sempre « sulla curva del 4° ordine) la conica coniugata alla terna data ».

« Prima di terminare vogliamo fare alcune altre osservazioni finali. È chiaro che l'ordine massimo di un assieme di coniche esterne l'una all'altra è 7, e noi potremmo proporci di ricercare tutte le diverse specie di assiemi di sette coniche esterne fra loro. Fra questi se ne presenta uno contenente tutte coppie di 1ª specie, e tale che due delle coniche che contiene ne determinano sempre una terza; l'equazione cioè di tali sette coniche avrà carattere *ternario*. Un tal sistema si ottiene aggiungendo ad una terna *fondamentale* (Nota II) le quattro coniche che formano coppia di prima specie con ciascuna di quelle date.

« Il Noether in uno studio sull'equazione generale di 8° grado e le sue risolventi (Math. Ann. v. 15, p. 89) considerò dei sistemi formati in maniera speciale mediante le radici dell'equazione di 8° grado, e che corrispondono esattamente (interpretati sulla curva del 4° ordine, come fa il Noether nel § 8 del suo lavoro) a questi speciali sistemi di sette coniche, di cui abbiamo parlato.

« Il Noether trova che di essi ve ne sono 135 (1). Nel medesimo lavoro il Noether ha anche occasione (2) di considerare le *due* specie di coppie di coniche da noi studiate nella Nota I, di cui abbiamo in dettaglio sviluppate le proprietà geometriche che le caratterizzano, e che ci sono servite come necessaria preparazione per lo studio delle terne fatto nella II e III Nota ».

(1) Ibid. p. 108. — (2) Ibid. p. 92.

Matematica. — *Osservazioni sui gruppi di sostituzioni fra le caratteristiche dispari di genere 3 e di genere 4.* Nota di Ernesto Pascal, presentata dal Socio Cremona.

Matematica. — *Su di una estensione della configurazione delle 10 rette della superficie di 5° ordine a quintica doppia.* Nota di Ernesto Pascal, presentata dal Socio Cremona.

Queste Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Matematica. — *Sulla connessione delle superficie.* Nota di A. Tonelli, presentata dal Socio Beltrami.

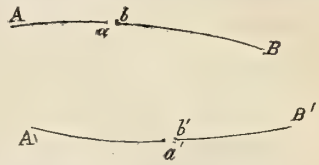
« La teoria della connessione delle superficie, se ha per iscopo principale l'applicazione che di essa si fa allo studio delle funzioni, non cessa, per questo, di formare un corpo di dottrina a sè, di indole assai generale, in cui vengono studiate certe proprietà delle superficie indipendentemente dalla loro forma ed estensione. Però, a chi ben consideri questa teoria, verrà fatto facilmente di osservare che molti teoremi non hanno quella generalità colla quale sono enunciati e molte dimostrazioni sono ben lungi dall' esser condotte con istretto rigore scientifico. Così pure alcuni concetti fondamentali non mi sembrano stabiliti con tale precisione e chiarezza da poter formare il capo saldo delle successive deduzioni. Non è però mia intenzione di far qui una rivista critica dell'intera teoria, ma solo di accennare ad un punto speciale di essa a giustificazione di quanto ho detto.

« Si dimostra che una sezione trasversa condotta tra due punti di una « medesima curva chiusa, la quale, da sè o insieme con altre, forma il con- « torno completo di una parte di superficie, aumenta di una unità il numero « dei pezzi del contorno: e lo stesso avviene se i due punti sulla curva si « riducono ad un solo, o se la sezione termina ad un punto di se stessa ».

« Di questo teorema però a me pare che non sia mai stata data una rigorosa dimostrazione, perchè tale non può certo considerarsi quella che ordinariamente si dà, e che consiste nel riprodurre, con una figura, il fatto enunciato, senza aggiungervi un ragionamento atto a provare che così e non altrimenti deve in ogni caso avvenire, e senza che il concetto di contorno, o altra condizione ad esso subordinata, comparisca nella dimostrazione come compare nell'enunciato del teorema.

« Ora io credo che la dimostrazione, per essere rigorosa, dovrebbe essere condotta nel seguente modo:

« Essendo AB, A′B′ due tratti della medesima curva chiusa C, che, da « sola o insieme con altre, forma il contorno di una parte della superficie « connessa S, sieno a, b due punti prossimi « quanto ci piace sul tratto AB, dai quali par- « tono i due margini della sezione trasversa per « terminare ai due punti a', b', prossimi quanto « ci piace, situati nel tratto A′B′: e propria- « mente il margine della sezione che si stacca dal punto a termini in a', e « quello che si stacca dal punto b termini in b' ».



« Si tratta evidentemente di dimostrare, con questi dati, che muoven- « doci sulla curva C dal punto a nella direzione aA si incontra prima il « punto a' poi il punto b', o muovendoci dal punto b nella direzione bB si « incontra prima il punto b' poi il punto a' ».

« Presentata la cosa in questo modo, che a me sembra l'unico rigoroso perchè non suppone nulla nè sulla forma della superficie S, nè sull'andamento della curva C e della sezione trasversa, è il teorema così evidente da poter fare a meno di ogni dimostrazione? Si potrà subito, con evidenza, escludere che, partendo da a e muovendoci nella direzione aA, si incontri prima il punto b' poi il punto a'?

« È vero che nello studio della connessione vengono escluse le superficie che presentano *ripiegature* o *spaccature* (o più propriamente *sfaldature* come mi consiglia di dire l'illustre prof. Beltrami), ed anche, come fa il sig. Carlo Neumann nel suo eccellente trattato *Sulle funzioni Abeliane*, parlando appunto del teorema da me accennato, le superficie *unilaterali*, cioè tali che su di esse un osservatore, partendo da un punto può, con continuità, senza mai uscire dalla superficie, tornare al punto di partenza in una posizione opposta a quella che aveva quando è partito, Queste esclusioni sono necessarie perchè su tali superficie il teorema non è più vero, come ha mostrato il sig. Neumann per la superficie di Moebius, e come si potrebbe dimostrare per tutte le superficie ideate in modo analogo. Ma l'aver fatto vedere che esistono delle superficie sulle quali il teorema non ha luogo, non toglie la necessità di dimostrare che esso non è in difetto sulle altre.

« Infatti ammesso pure che la superficie che si considera non sia unilaterale nè possegga sfaldature, non volendo fare alcuna ipotesi speciale sulla sua conformazione, una volta fissata la faccia che si prende a considerare in prossimità del tratto AB della curva C, sarà necessario fare le due ipotesi possibili circa la faccia che vi corrisponde in prossimità del tratto A′B′. Inoltre, fatta una ipotesi circa la direzione in cui si muove la sezione trasversa in partenza dai punti a, b, ad essa corrisponderanno le due ipotesi relative alla direzione in cui si muoverà nel suo giungere ai punti a' b.

Ma le due ipotesi diverse, tanto riguardo alla faccia quanto alla direzione del movimento per la sezione trasversa, conducono a due risultati opposti quando si tratta di investigare quale dei due punti a', b' si incontra prima allorquando, partendo dal punto a o dal punto b si proceda nella direzione aA o bB respettivamente. Infatti stabilendo, come suol farsi, di percorrere la curva C in modo che la porzione di supeficie S di cui C, da sola o insieme con altre curve, forma il contorno, si trovi sempre a sinistra; quando ci si muove da a nella direzione aA corrisponderà nel tratto A′ B′, nell'una ipotesi, un movimento in un dato senso, e nell'altra ipotesi un movimento nel senso opposto. L'esclusione dunque delle superficie unilaterali non rende evidente il teorema quando si voglia conservare la massima generalità.

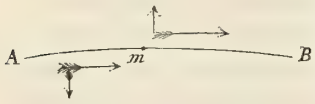
« Ma esistono anche altre superficie, le quali non mi sembrano comprese nelle esclusioni accennate, e sulle quali, ove non si facciano speciali convenzioni, il teorema di cui mi occupo ed altri ancora che si dimostrano nella teoria della connessione, sono in difetto.

« In generale un punto sezione non toglie la connessione tra le diverse parti di una superficie connessa, e conserva a distanza piccola quanto ci piace i punti dell'intorno di quello in cui è effettuato il punto sezione. Ma se prendiamo a considerare la superficie composta delle due falde o di porzione delle due falde di un cono, considerando il vertice come un punto unico attraverso il quale si connettono le parti della superficie che formano le due falde, è chiaro che essa si spezzerà quando si scelga il vertice per effettuare il punto sezione. E se, lasciando inalterate le parti della superficie in prossimità del vertice, con opportune modificazioni, p. e. mediante una superficie generata da movimento di uno dei paralleli, si connettessero le due falde in modo da formare una superficie chiusa, il punto sezione effettuato nel vertice ridurrebbe a distanza finita dei punti che prima erano prossimi quanto si vuole. Ammesso poi che una sezione trasversa sopprima tutti i punti della curva lungo la quale è condotta, è facile vedere che la maggior parte dei teoremi che si dimostrano nella teoria della connessione non ha più luogo per la superficie ora considerata, e per tutte le altre che presentassero punti singolari come il vertice di un cono. Così non si potrà dire che una sezione trasversa condotta tra due punti di due pezzi separati di contorno non ispezza la superficie, ma solo diminuisce di una unità il numero dei pezzi di contorno, e neppure si potrà asserire che su tali superficie abbia luogo il teorema di cui mi occupo. Le cose possono invece avvenire diversamente quando la sezione trasversa sia condotta lungo una linea che passa per punti singolari analoghi al vertice del cono. La superficie che contengono tali punti debbono quiudi escludersi, quando non si facciano speciali convenzioni atte a togliere a quei punti le singolarità accennate.

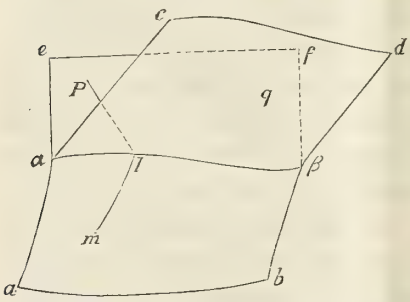
« Ordinariamente i margini di una sezione trasversa condotta lungo una curva chiusa tracciata sopra una superficie, formano due curve chiuse distinte

tra loro, infinitamente poco differenti dalla curva lungo la quale si è condotta la sezione. Non avviene però sempre così, e sulle superfici unilaterali esistono delle curve chiuse tali che i due margini delle sezioni condotte lungo di esse, invece di mantenersi distinti si connettono in una unica curva chiusa.

« Supponiamo infatti che percorrendo una curva chiusa, la quale, come si può sempre ammettere, non incontri mai se stessa, quando si parte da un punto di essa in una data posizione rispetto alle faccie della superficie, a quello si torni nella posizione opposta. Sia $A\,m\,B$ un tratto di tale curva, e immaginiamo che un osservatore si muova sulla superficie partendo dal punto m nella direzione $m\,B$ restando vicinissimo alla curva stessa senza mai attraversarla. Se l'osservatore si è mosso avendo la curva a destra, tornerà in prossimità del punto m in questa medesima condizione; e poichè la sua posizione, rispetto alle faccie della superficie, si è invertita, sarà necessario, come si mostra nella figura, che si trovi ora dal lato della curva opposto a quello da cui è partito. Proseguendo l'osservatore nelle medesime condizioni, tornerà al vero punto di partenza dopo aver percorso due volte prima da un lato poi dall'altro un cammino vicinissimo alla curva, senza mai attraversarla. Considerando i due lati della curva come i due margini di una sezione trasversa condotta lungo di essa, è chiaro che essi si connettono in una unica curva. Il medesimo ragionamento proverebbe che se in una superficie esiste una curva chiusa tale che i due margini di una sezione trasversa condotta lungo di essa si connettono in una unica curva chiusa, la superficie stessa è *unilaterale*.



« Ora una superficie con isfaldature è certamente, in qualche parte, unilaterale. Infatti consideriamo una porzione di superficie in prossimità di una curva $\alpha\,\beta$ lungo la quale si origina una sfaldatura, e accenniamo con $a\,b\,\beta\,\alpha$, $c\,d\,\beta\,\alpha$, $f\,e\,\beta\,\alpha$ tre fogli che si connettono lungo la curva. Partendo da un punto m situato nella porzione $a\,b\,\beta\,\alpha$ dalla parte in cui si trova il foglio (intermedio) $d\,c\,\alpha\,\beta$, e giungendo ad un punto l di $\alpha\,\beta$, che è comune ai tre fogli i quali si connettono lungo questa linea, è chiaro che noi potremo con continuità trasportarci a piacimento su l'uno o l'altro dei due fogli $c\,d\,\beta\,\alpha$, $e\,f\,\beta\,\alpha$ (altrimenti l'esistenza di uno di questi due fogli non avrebbe influenza sulla natura della superficie formata dagli altri due, la quale non presenterebbe più una sfaldatura e si troverebbe nelle condizioni di una superficie non soggetta ad eccezione). Supponendo allora di passare al punto p situato nel foglio $e\,f\,\alpha\,\beta$, si rende evidente che muovendo, sia da m, sia da p, ci potremo recare con continuità ad un punto q



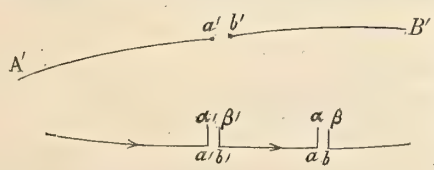
del foglio $d c \alpha \beta$, ma una volta sopra una e l'altra sulla faccia opposta. Del resto poi in qualunque modo si giungesse in p, anche senza attraversare la $\alpha \beta$, la conclusione sarebbe la stessa, potendosi in ogni caso giungere in m nella posizione inversa a quella con cui ci siamo mossi. Dunque sopra le superficie con isfaldature esisteranno curve chiuse tali che i margini delle sezioni condotte lungo di esse, si connettono in una unica curva chiusa.

« Così, senza ricorrere a distinzioni fra superficie unilaterali e bilaterali, fra superficie con e senza sfaldature, distinzione, a mio vedere, di carattere geometrico poco chiaro. basterà limitare le nostre considerazioni a quelle superficie per le quali si verifica la condizione che « i due margini delle sezioni « condotte lungo curve chiuse formano due curve chiuse distinte, che diffe- « riscono tanto poco quanto si vuole da quella lungo la quale la sezione è « condotta ».

« In questo modo mi pare che vengano ad escludersi, almeno in parte, anche le superficie che presentano singolarità come quella del vertice di un cono: e propriamente quelle lungo le quali è possibile condurre curve chiuse, che passando per tali punti, penetrano nelle porzioni di superficie da essi separate. Solamente i due bordi delle sezioni condotte lungo queste curve chiuse si connettono in modo da essere percorsi in senso opposto respettivamente.

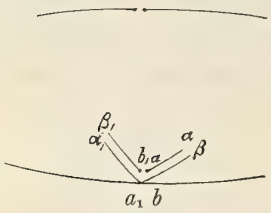
« Ora se ci limitiamo alla considerazione delle superficie che soddisfano la condizione sopra aceennata, ci sarà possibile di dimostrare rigorosamente il teorema enunciato da principio.

« Riprendiamo i dati che abbiamo stabilito per la dimostrazione, e supponiamo, per fissare le idee, che, in partenza, la sezione si muova nella direzione determinata dagli elementi iniziali $a \alpha$, $b \beta$. Allora l'estremo $a' b'$ della sezione potremo spostarlo lungo la curva C, sia nella direzione verso B' sia nella direzione verso A'; e poichè la sezione non incontra la curva C che nei due punti stabiliti di partenza e di arrivo, potremo, con continuità trasportare il punto di arrivo prossimo quanto ci piace al punto di partenza, modificando il percorso della sezione, senza che mai venga ad incontrarsi.



Poichè la curva C, da sola o con altre, forma il contorno di parte della superficie è chiaro che immaginando trasportato il punto di arrivo della sezione in prossimità del punto di partenza, il tratto finale della sezione si troverà rispetto a C, dalla stessa parte del tratto iniziale, e lo rappresenteremo con $\alpha_1 a_1$, $\beta_1 b_1$. Se il movimento del punto di arrivo della sezione è avvenuto nella direzione verso B', allora il punto b_1 corrisponderà al punto b', ed il punto a_1 al punto a': l'inversa avverrebbe se il movimento si fosse effettuato nella direzione verso A'. Supponiamo che si sia effettuato il movi-

mento nella direzione verso B' e quindi il punto b_1 corrisponda a b', e inoltre, come appare dalla figura, proseguendo nel medesimo senso s'incontri prima il punto a, poi il punto b, e quindi i margini della sezione e la curva C formino un sol pezzo invece di due; e vediamo quali conseguenze se ne deducono. Proseguendo il movimento dei punti a_1, b_1 portiamo b_1 a coincidere con a, e poi spostiamo verso l'interno della porzione di superficie limitata da C questo punto, e avviciniamo i punti a_1, b, e vediamo che cosa è avvenuto dei due margini della sezione così modificata. Partendo da b e muovendoci lungo il tratto $b\beta$ giungeremo con continuità a percorrere il tratto $\beta_1 b_1$ che si connette col tratto $a\alpha$, il quale con continuità ci porterà al tratto finale $\alpha_1 a_1$, che si connette col tratto iniziale $b\beta$; e quindi nella superficie esisterebbe una curva chiusa tale che i margini della sezione condotta lungo di essa si connettono in una sola curva. Ciò non è possibile sulla nostra superficie e quindi non è possibile che partendo da b' nella direzione $b'B'$ s'incontri prima a poi b, e ciò è quanto si doveva dimostrare.



« Il caso in cui la sezione trasversa termina al medesimo punto di partenza è quello stesso al quale abbiamo riportato il caso più generale ora considerato.

« Finalmente se la sezione termina ad un punto di se stessa, poichè essa può immaginarsi composta da due sezioni trasverse, una delle quali condotta lungo una curva chiusa, e l'altra fra punti di due pezzi separati di contorno, risulta subito evidente il teorema sulle superficie che ci siamo limitati a considerare, e solo, in generale, su queste ».

Matematica. — *Dei sistemi di coordinate atti a ridurre la espressione del quadrato dell'elemento lineare di una superficie alla forma* $ds^2 = (U + V)(du^2 + dv^2)$. Nota del prof. G. Ricci, presentata dal Socio Beltrami.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Collegamento della specola geodetica di S. Pietro in Vincoli cogli Osservatorî astronomici del Collegio Romano e Campidoglio.* Nota di V. Reina, presentata dal Socio Cremona.

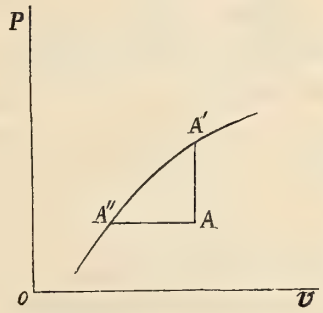
Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Il punto critico e il fenomeno di sparizione del menisco, nel riscaldamento d'un liquido a volume costante.* Nota di GIULIO ZAMBIASI, presentata dal Socio BLASERNA.

« M. H. Pellat (Journal de Ph., giugno 1882) da considerazioni geometriche sulle isoterme di Andrews, conchiuse che la *temperatura di sparizione del menisco* t_c, nella nota esperienza di Cagniard-Latour, non riguarda punto *la critica* T_c, come si ritenne da molti; sicchè le misure degli elementi critici basate sulla definizione di Cagniard-Latour, non avrebbero più valore. A me pare di poter comporre le due opinioni confrontando i dati delle esperienze che ho riferito nella Nota: *Sul punto critico e sui fenomeni che lo accompagnano.*

« Dalle mie esperienze comparative (suggerite dallo stesso Pellat) risulta che t_c non è costante per uno stesso corpo; ma *s'inalza diminuendo il rapporto dei volumi del liquido e del suo vapore*: $\frac{v}{v'}$. Il massimo di t_c e il minimo rapporto pel quale è possibile la stessa sparizione, cadono negli stessi limiti.

« Ciò si poteva prevedere dalle esperienze di Jamin (Journal de Ph., II, II, 393), che faceva sparire il menisco colla compressione a temperatura costante. Più precisamente Amagat (Journal, luglio 1882) con un lento aumento di compressione sull'acido carbonico, fe' sparire il menisco a 30°,50; laddove col solo riscaldamento spariva a 31°,35. Se la temperatura t_c fosse unica, sarebbe indipendente da compressione. Ora la compressione non aumenta la tensione che è massima; ma condensa i vapori aumentando il volume e la massa del liquido, sicchè cresce il rapporto dei volumi. — Graficamente: sia A punto figurativo d'uno stato vicino alla sparizione del menisco. Lo stato di sparizione prodotta da aumento di temperatura a volume costante, è configurato da un punto A′ sulla parallela all'asse delle pressioni. Lo stato di sparizione prodotta da compressione a temperatura costante è configurato da A″ sulla parallela all'asse dei volumi (isoterma). È chiaro che gli stati A′ e A″ differiscono per temperatura, pressione e volume; e che ogni isoterma (tra certi limiti) ha un punto figurativo di sparizione. *Importa assai riconoscere il luogo* A″ A′ *di questi stati.* Teor. *La temperatura di sparizione coincide colla critica al punto critico.* — Infatti le densità d e d', e i volumi v e v' del liquido e del vapore quando si riscalda una massa m



del corpo a volume costante v; devono soddisfare ad ogni temperatura alle condizioni:

$$\left.\begin{aligned} vd + v'd' &= m \\ v + v' &= \mathrm{v} \end{aligned}\right\}$$

Di qui si ricavano i volumi parziali, e il loro rapporto:

$$\frac{v}{v'} = \frac{m - d'\mathrm{v}}{d\mathrm{v} - m} \quad (1)$$

che si può enunciare: Il rapporto dei volumi del liquido e del suo vapore, è uguale a quello delle differenze tra la massa inchiusa m, e le masse di vapore $d'\mathrm{v}$ e di liquido $d\mathrm{v}$, che riempirebbero il volume totale v a quella temperatura [1].

« *I. caso*: $m < d'\mathrm{v}$. Il numeratore è negativo e dice che la massa m distribuita in v è allo stato di *vapore non saturo*, perchè ha densità minore; cioè: $\frac{m}{\mathrm{v}} < d'$.

« *II. caso*: $m > d\mathrm{v}$. Il denominatore è negativo e dice che m nello spazio v, è *liquido compresso* perchè ha densità maggiore: $\frac{m}{\mathrm{v}} > d$.

« *III. caso*: $d'\mathrm{v} < m < d\mathrm{v}$. La massa m è parte liquida e parte vapore saturo; perchè il rapporto (1) ha valore reale, finito e positivo. Inalzando la temperatura, d' cresce e d diminuisce indipendentemente da m e da v e dal rapporto (1) per la legge dei vapori saturi. Dunque si può assumere m tale che i termini della frazione (1) s'annullino insieme:

$$\frac{v}{v'} = \frac{0}{0} \quad (2)$$

Questo è segno d'indeterminazione dei volumi, e risponde evidentemente al fatto fisico della sparizione della superficie che separa i due stati. Ma suppone pure lo stato critico; perchè dalle equazioni:

$$\left.\begin{aligned} m - d'\mathrm{v} &= 0 \\ d\mathrm{v} - m &= 0 \end{aligned}\right\}$$

si ricava:

$$\mathrm{D} = \mathrm{D}' = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{v}} \quad (3)$$

che è la relazione di di definizione dello stato critico: v è volume critico della massa M, le densità D e D' sono critiche; dunque la temperatura corrispondente e la pressione sono pure elementi critici. — Un aumento ulte-

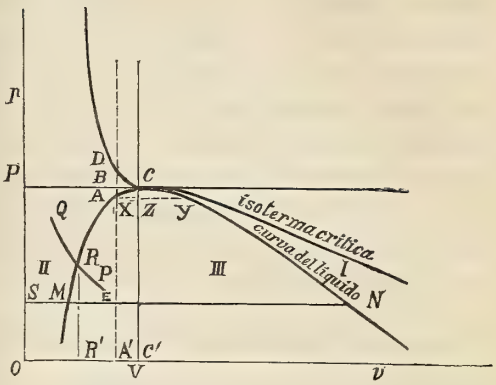
[1] Correggendo le bozze, mi cade sott'occhio una nota di Galitzine inserita nel fascicolo di novembre del Journal de Physique, arrivato or ora. In essa l'autore sviluppa una formula equivalente alla mia, quantunque egli arrivi poi a conclusioni sensibilmente diverse dalle mie.

riore di tempesatura rende negativi i due termini del rapporto (1); ciò indica l'impossibilità dei due stati, giacchè l'ipotesi di Jamin d'uno stato liquido di densità minore di quella del suo vapore non ha prove. Resta quindi il solo stato gassoso, sicchè: *la temperatura massima di sparizione definisce la temperatura critica, e lo stato corrispondente è il critico.*— Ciò diviene evidente variando la massa M d'una quantità piccola ε.

« Per M-ε, il numeratore della (1) va a zero a temperatura inferiore alla critica, mentre il denominatore resta positivo e reale; perchè le densità variano come nel caso antecedente. Ora dal numeratore: $M\text{-}\varepsilon - d'V = 0$, si ha: $d' = \frac{M\text{-}\varepsilon}{V}$. Significa che in quel punto la massa M-ε occupa V allo stato di vapore saturo di densità minore della critica.

« Per $M + \varepsilon$, il denominatore va a zero a temperatura inferiore alla critica; infatti s'annulla per $d = \frac{M + \varepsilon}{V}$ (4) maggiore della densità critica. Il numeratore tende al valore limite reale e positivo ε, che raggiunge quando è: $d' = D$ (3). Il rapporto (1) diverrà quindi: $\frac{v}{v'} = \frac{M + \varepsilon - d'V}{0}$, cioè prende un valore massimo, che corrisponde ad un equilibrio dinamico tra l'aumento di v per dilatazione, e la diminuzione per pressione e per evaporazione. A questo punto cessa la coesistenza distinta dei due stati, perchè il denominatore diviene negativo per un aumento di temperatura. — Se $v = V$ sarà: $v' = 0$ che è il caso del liquido che dilatando riempie lo spazio V. — Se $v < V$ quella cessazione non può rispondere che al fatto fisico della sparizione del menisco, che dà luogo ad uno stato nè affatto liquido, nè affatto vapore. — Inoltre cessa pure l'indipendenza delle due densità dalla massa totale, non potendo aversi: $d < \frac{M + \varepsilon}{V}$; altrimenti non sussisterebbe: $dv + d'v' = M + \varepsilon$. Si può conchiudere che *la sparizione del menisco avviene al punto critico se* V *è il volume critico della massa inchiusa; avviene a temperatura più bassa, se* V *è minore del critico e maggiore del volume che avrebbe la massa totale allo stato liquido alla temperatura in cui è:* $d = \frac{M + \varepsilon}{V}$.

« Queste deduzioni teoriche concordano colle esperienze descritte: quelle di Cailletet e Collardeau, e d'Amagat e le mie dicono che alla sparizione le due densità differiscono poco in ogni caso; e che accostandosi la temperatura di sparizione alla critica, esse tendono ad uguagliarsi con grande rapidità. Dunque se esiste uno stato in cui sia: $d = d'$, è appunto quello di sparizione a temperatura massima, poichè al disopra non possono coesistere i due stati. Amagat, Joung, Battelli ecc. stanno per l'esistenza; Jamin, Cailletet, Collardeau, Pellat ecc. non la ammettono, riconoscendo però la tendenza a quello stato.



« *Il resto della linea figurativa degli stati di sparizione si deduce con considerazioni geometriche sul diagramma d'Andrews.* — La curva del liquido MACN ha due caratteri: un corpo che percorre la curva PRQ, diviene totalmente liquido in R; e collo stato di vapore saturo cessa la indipendenza della pressione dalla massa inchiusa (Pellat, Journal, 1892). Ora volendo costruire MAC col riscaldare una massa M di volume critico OC′, in volumi minori OR′, OA′, ... finchè dilatando il liquido li riempie; la curva terminerebbe ad un punto A corrispondente al minimo rapporto dei volumi pel quale il liquido occupa tutto lo spazio; perchè operando a volume maggiore cioè a rapporto minore, avverrebbe la sparizione del menisco. Dunque A *è l'estremo inferiore della linea degli stati di sparizione.*

« Inoltre ho dimostrato che alla sparizione cessa la indipendenza della densità dalla massa inchiusa; e le esperienze di Cailletet ecc. provano che cessa la indipendenza della pressione; perchè se le pressioni fossero indipendenti, continuerebbero la linea delle tensioni massime dei vapori saturi; ma in realtà alla sparizione, le curve delle pressioni divergono; e ad una stessa temperatura rispondono pressioni maggiori o minori della normale, secondo la maggiore o minore quantità del corpo. Dunque *la linea delle sparizioni è il tratto* AC *della curva del liquido.* — La forma XZY del luogo degli stati di sparizione supposta da Pellat, non si può ammettere; perchè suppone che la sparizione avvenga sempre ad una certa temperatura inferiore alla critica; e specialmente lo suppone, senza dimostrarlo, nel caso in cui si opera a volume costante critico OC′. — Nè ammetto lo stato di saturazione dopo la sparizione come lo vollero Cailletet et Collardeau (Journal s. II, v. VIII).

« Ragionano così: Allo sparire del menisco o cessa la saturazione o perdura lo stato liquido. Ma la saturazione non cessa, perchè allora si avrebbe gas soprariscaldato a volume costante la cui linea non continuerebbe quella delle tensioni, ma sarebbe un'altra indipendente dalla quantità del corpo inchiusa nel tubo, trovandosi allo stato gassoso a volume costante, sotto pressione critica. Dunque persiste il liquido.

« Il ragionamento suppone che la pressione al punto di sparizione sia sempre la stessa e sia la critica; e contradice alla legge di dilatazione d'un gas a volume costante (Amagat, Comptes Rendus, 94, p. 851): *La pressione del gas è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta diminuita d'una*

quantità costante. Qqesta quantità varia col volume scelto e non dipende che da esso. — Dunque il luogo dei punti di sparizione è configurativo degli stati nei quali cessa la indipendenza della pressione dalle masse chiuse in dato volume; appunto perchè il corpo si comporta come gas riscaldato a volume costante come lo dimostra il divergere delle curve per ogni quantità del corpo dopo la sparizione. Non potrebbe dirsi che (come nei miscugli gassosi), alla tensione massima si sovrappone la pressione del liquido in dissoluzione col vapore, come è concepita da M. Orme Masson? (Archives des Sc. Phys. et Nat. luglio 1892, p. 21). Allora la sparizione si definirebbe: *punto di dissoluzione*, che comprende come caso particolare *il punto critico;* come l'equilibrio di due dissoluzioni ha per caso particolare quello del liquido e del vapore distinti.

« Comunque si concepisca questo fenomeno, per ciò che s'è dimostrato, si possono ora coordinare i fenomeni descritti, e cercare la loro relazione col punto critico.

« Si definisce lo stato critico quello in cui tre valori particolari P, T, v, della pressione temperatura e volume del corpo soddisfano alle tre equazioni:

$$f(p, v) = 0 \ , \ \frac{dp}{dv} = 0 \ , \ \frac{d^2p}{dv^2} = 0$$

Graficamente è un punto d'una isoterma $f(p, v) = 0$, a tangente parallela all'asse della v essendo $\frac{dp}{dv} = 0$, ed è singolare d'inflessione, essendo $\frac{dp^2}{dv^2} = 0$. È il punto C (fig. *b*) di ordinata $P = CC'$, o di ascissa $v = OC'$.

« Ora essendo lo stato generale d'un corpo rappresentato con una funzione $\varphi(p, v, t) = 0$ della quale due sono variabili indipendenti; è chiaro che sostituendo un valore v diverso da v, quelle tre equelazioni segnano tutt'altro stato; col valore T non coinciderebbe P e viceversa. — *Importa conoscere le mutazioni d'un corpo riscaldato in un volume poco minore del critico.* Sia $v_1 = OA' < OC'$. Se il rapporto dei volumi $\frac{v}{v'} = \frac{EN}{EM} \cdot \frac{SM}{SN}$, cade nei limiti noti; col riscaldamento avverrà in A la sparizione del menisco, in B si avrà pressione uguale alla critica, in D la temperatura critica, nell'intervallo AD densità uguale alla critica; sopra D il corpo è gassoso perchè è sopra la temperatura critica; sotto di A parte liquido, parte vapore saturo. Nell'intervallo AD non è nè puro gas, nè puro vapore essendo cessata in A la proprietà caratteristica, nè puro liquido; sarà miscuglio o dissoluzione dei due stati la cui regione è limitata in ACD, se $v_1 = OA'$ è il volume minimo in cui può aversi sparizione.

« Ora cresca il volume v_1 finchè sia $v_1 = v$, il segmento AD diminuirà, e al limite i tre punti A, B, D coincidono in C; cioè: la sparizione del menisco, il livello, la temperatura e pressione critica *avvengono contemporaneamente nello stato del corpo configurato in* C *quando si opera a*

volume costante critico v, *con altro volume avvengono separatamente.* — Così mi rendo conto delle esperienze descritte. Quella del tubo ad O prova che in generale nè la temperatura di sparizione, nè la critica nè quella del livello del mercurio, sono di eguale densità dei due stati; risponde precisamente al caso di riscaldamento a volume costante minore del critico. I fenomeni descritti riguardano gli stati più o meno vicini al critico; servono ad indagare il suo contorno costituito di stati più o meno stabili della materia, che fanno termine al punto critico. Si può conchiudere che in quelle esperienze in generale non si è incontrato il punto critico perchè non soddisfacevano a tutte le condizioni richieste; cioè: *Quando si vuol portare un liquido al suo punto critico riscaldandolo a volume costante è necessario includervi una quantità determinata e precisamente quella che ha per volume critico il volume assunto.*

« I sig.i Cailletet et Collardeau s'imposero una regola impossibile (perchè contradittoria), prefigendosi d'inchiudere *in volume costante, diverse quantità del corpo,* prese tra quei limiti nei quali potessero raggiungere *la temperatura critica, allo stato di saturazione.* Infatti delle quattro condizioni, le due ultime sono sufficienti per determinare lo stato critico, e perciò a determinare il rapporto del volume assunto alla massa inchiusa, perchè dei tre elementi critici P, T, v; è assegnato T direttamente, e P indirettamente essendo la pressione nei vapori saturi funzione della sola temperatura; ed è la pressione critica quella che corrisponde a T, perchè è unica e costante, sicchè soddisfa alla condizione $\frac{dp}{dv} = 0$. Dunque anche il volume costante del tubo che si adopera è derterminato; e non può essere che il critico v rispetto alla massa totale; sicchè la regola va modificata così: Inchiudere in un tubo a volume costante *quella quantità* che può raggiungere la temperatura critica allo stato di saturazione. — Evidentemente l'abbaglio venne dal considerare come stato critico, quello della sparizione del menisco che si può avere in condizioni più generali. Il fatto è che quei signori alla seconda prova limitarono assai le diverse quantità, e riconobbero che solo quella quantità che ha per volume critico la capacità del tubo segue l'andamento della linea delle tensioni, come aveva affermato Wroblewski il quale prolungò quella curva colle pressioni dei prodotti minimi *pv*. Dunque il prendere l'estremo punto di divergenza per *punto critico* è una approssimazione sperimentale e geometrica. Il prof. G. P. Grimaldi (Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, I, 1892) con un riscontro ingegnoso a questo metodo (fatto costruendo sui dati recentissimi di Amagat le curve di Cailletet), fè toccare con mano la grossolana approssimazione a cui si riduce, considerato come misura diretta della pressione critica.

« Amagat accenna ad un caso possibile in cui il menisco terrebbe posizione fissa, per un valore del rapporto $\frac{v}{v'} = 0{,}8$ incirca: e allora il volume

totale sarebbe invariabile: $v + v' = \mathrm{v}$. Perciò basterebbe che un tubo di Natterer contenesse l' unità di peso del corpo sotto volume eguale al volume specifico critico. Ne viene quindi che volendo operare *a volume costante*, è condizione necessaria per incontrare lo stato critico, che il volume totale sia il critico della massa inchiusa, e allora il rapporto dei volumi parziali sarà costante. Questo caso risponde a quello della mia formola (1) per cui si ha: $\frac{v}{v'} = \frac{0}{0}$. Infatti dalla (3) si ricava il volume critico: $\mathrm{v} = \frac{\mathrm{M}}{d} = \frac{\mathrm{M}}{d'}$, definito dall' eguaglianza dei volumi specifici del liquido e del vapore; l'unico che soddisfi a quella relazione. Inoltre la (3) dice che la densità critica è uguale alla media; cioè che il rapporto della massa al suo volume dev'essere uguale alla densità critica, affinchè il corpo vi possa assumere lo stato critico.

« La più ovvia applicazione delle fatte conclusioni spetta ai metodi di misura diretta degli elementi critici. — Non si può esser certi dello stato critico, se non si è riconosciuta la coincidenza di due elementi critici: ciò è necessario e sufficiente perchè è necessario e sufficiente per determinare uno stato d' un corpo, prendere due valori particolari delle variabili p, v, t che danno lo stato generale per mezzo d'una funzione $\varphi\,(p, v, t) = o$.

« Non basterebbe riconoscere *la temperatura critica*, o lo *stato d'incoercibilità*, per ritenere come critici la pressione e volumi corrispondenti; perchè ogni punto della isoterma critica vi soddisfa. Neppure la sparizione, o il livello del liquido in tubi capillari sono indizi sufficienti perchè avvengono in condizioni più generali. Sarebbe indizio sufficiente il riconoscere l'eguaglianza delle densità o dei volumi specifici; perchè definisce lo stato critico, ed equivale a due elementi critici. La mia regola risponde all'operazione geometrica di determinare un punto sopra una superficie, coll' incontro di due luoghi che lo contengono: che è precisa se s' incontrano normalmente.

« Ora il riscaldamento a volume costante è configurato da una parallela all'asse delle pressioni (fig. *b*), ma una sola $c\,c'$ passa pel punto critico; essa incontra normalmente la isoterma critica, la isobara critica, la linea del liquido ecc. È necessario quindi modificare questo metodo affinchè offra indizi certi dello stato critico, e vi conduca il corpo con certezza.

« *Io propongo la forma ad O del tubo, munito di un regolatore dei volumi.* Considero come indizio certo dello stato critico, la coincidenza della sparizione del menisco col livello del mercurio, da ottenersi per via di tentativi variando col regolatore il volume totale. Lo spazio occupato dal corpo alla coincidenza sarà il *suo volume critico*, e la pressione e temperatura corrispondenti saranno pure critiche ».

Fisica terrestre. — *Il tromometro a registrazione fotografica.* Nota di G. Agamennone, presentata dal Corrispondente P. Tacchini.

« Nella seduta del 18 maggio 1890 il ch. prof. P. Tacchini fece conoscere all'Accademia il principio sul quale era fondato un primo modello di questo strumento, costruito fin dal principio di quell'anno al Collegio Romano. Nella seduta posteriore del 1° febbraio 1891 mostrò delle curve fotografiche ottenute dallo stesso apparecchio, già alquanto modificato, ed espose alcuni risultati che se ne erano potuti trarre; tanto che decise di far costruire sei modelli di questo tromometro a registrazione continua, da distribuirsi agli Osservatori Geodinamici di 1° ordine della rete sismica italiana. La responsabilità, che m'incombeva dietro tale decisione, mi consigliò a ben ponderare, in seguito alle esperienze già fatte, se lo strumento costruito al Collegio Romano fosse ancora suscettibile di ulteriori perfezionamenti, affinchè avesse meglio a rispondere allo scopo prefisso. Una spassionata disamina in proposito mi fece riconoscere essere conveniente introdurre ancora altre modificazioni, affinchè i nuovi apparecchi da costruire riuscissero più soddisfacenti sia per maggior semplicità sia per il loro miglior funzionamento.

« Il principale difetto riguardava il *pendolino*, involgente la massa pendolare, il quale è destinato ad amplificarne i movimenti. Esso aveva una orientazione determinata mediante calamitazione, ed era così leggero (15 gr.) e così bene equilibrato in tutte le sue parti, che si comportava come un vero e sensibile ago di declinazione. Si poteva quindi a ragione temere che risentisse le variazioni ordinarie della declinazione, e tanto più quelle straordinarie dovute a tempeste magnetiche, in modo da compromettere alcune volte, co' suoi movimenti azimutali, la registrazione fotografica dei moti tromometrici. A rimuovere tale pericolo pensai di bilicare il pendolino non più sopra una punta sottile di acciaio, bensì mediante una delicata *sospensione cardanica*, la quale impedisse assolutamente qualsiasi rotazione in azimut. Questa diversità traeva con sè una inevitabile diminuzione di sensibilità nell'apparecchio, a compensar la quale decisi di scemare ancora la massa del pendolino fino a ridurla a non più di 10 gr., e nello stesso tempo di accrescere la massa pendolare elevandola fino a 10 kg., in maniera che il rapporto delle masse fosse almeno di uno a mille. Per raggiungere tale intento fu necessario far sì che il pendolino non racchiudesse più il corpo pendolare, come per l'innanzi, ma gli rimanesse totalmente sottoposto, quantunque con esso collegato nella solita maniera; salvo che ora il forellino era praticato nella parte inferiore della stessa massa tromometrica, mentre il filo di sospensione veniva sostituito da un sottile ago col quale termina l'estremità superiore del pendolino. Perchè poi la massa pendolare non potesse sensibilmente ruotare in

azimut, fu sostenuta mediante una sospensione a tre fili, facenti capo in alto ad un unico e corto filo, il più sottile possibile, tenuto conto del peso che da solo deve sopportare.

« Si potrà formare una chiara idea di tutte queste variazioni, consultando le figure 2ª, 3ª, 4ª, 5ª della mia precedente Nota *Sopra un nuovo pendolo sismografico* (1). Ed infatti il tromometro così modificato si può ritenere quasi identico a quel tipo di sismografo per ciò che concerne la sospensione trifilare della massa, la connessione di questa con il pendolino amplificatore, ed il modo di bilicare di quest'ultimo.

« La massa del tromometro è un disco di piombo di 10 kg. e 15 cm. di diametro, disposto orizzontalmente e circondato da un robusto cerchio di ferro, il quale è solidamente fisso al muro, e munito di sette viti. Tre di esse, disposte verticali al disotto, sono destinate ad impedire la caduta della massa, se per caso si spezzasse il filo di sospensione; le restanti sono disposte orizzontalmente nelle quattro direzioni principali e destinate a contenere entro ristretti limiti i movimenti del pendolo in occasione di sensibili scosse. Una di queste ultime è graduata e serve per misurare l'ingrandimento del moto tromometrico sulle curve fotografiche, potendosi con essa spostare la massa di una quantità determinata. Sulla base inferiore del disco di piombo sta fissata una piastrina col forellino triangolare che racchiude l'ago sporgente dall'estremità superiore del pendolino. Ma a differenza del sismografo, questo ago è premuto dal lato mobile del piccolo foro contro gli altri due mediante una leggerissima molla, la cui tensione si può regolare a volontà. Questa cautela è indispensabile se voglionsi registrare anche i menomi movimenti del tromometro, i quali potrebbero non rimanere registrati se l'ago del pendolino non toccasse esattamente i tre lati del foro.

« Il pendolino è costituito da un corto e leggero tubo metallico verticale, sostenuto nel suo mezzo dalla sospensione cardanica, e porta due leggeri specchietti, di cui uno si trova al di sopra e l'altro al di sotto della sospensione; in modo che questi si contrabilancino a vicenda, senza l'aggiunta di forti pesi addizionali, i quali al contrario si rendono necessarî nel sismografo per equilibrare la leva moltiplicatrice.

« La distanza tra il punto di sospensione del pendolino e la sua estremità superiore impigliata nella massa è di quasi 3 cm.; e poichè la lunghezza del tromometro è di 150 cm., così la moltiplicazione meccanica dell'angolo di oscillazione del pendolo è di circa 50 volte.

« Gli specchi sono verticali, ad angolo retto tra loro, e suscettibili di piccoli movimenti in ogni senso. Innanzi ad uno di essi, quello in basso e di fianco, si trova il prisma a riflessione totale; e simmetricamente dalla parte opposta, un terzo specchietto, entrambi solidamente fissati al muro.

(1) Rend. della R. Acc. dei Lincei, ser. 5ª, vol. I, 2° sem. 1892, pag. 303.

« Sopra lo specchietto in alto e di faccia, il prisma e lo specchietto fisso, si fanno cadere, attraverso una grande lente piano-cilindrica convergente ed a lungo foco, i raggi emessi da una lampada di proiezione, munita di fessura orizzontale. I raggi riflessi costituiscono tre fasci distinti, convergenti ciascuno in una linea focale orizzontale sopra il *registratore fotografico;* sicchè su questo si hanno tre righe luminose parallele, di cui due mobili relative ai movimenti nord-sud ed est-ovest del tromometro, e la terza fissa compresa tra quelle.

« Il registratore fotografico è un tamburo di circa 24 cm. di diametro, girevole attorno al proprio asse verticale, e compie un'intera rivoluzione in un giorno. È protetto da una custodia cilindrica, la quale porta una fessura verticale che permette ai raggi luminosi di cadere sulla carta fotografica, avvolta attorno al tamburo. La velocità della carta fotografica risulta di 3 cm. all'ora; e perchè sia possibile calcolare con precisione l'istante di qualsiasi perturbazione nel tromometro, ad ogni ora viene interrotta la riga luminosa, proveniente dallo specchietto fisso, mediante un piccolo schermo comandato da apposita elettro-calamita rilegata ad un cronometro, il cui indice dei minuti primi chiude ad ogni rivoluzione il circuito elettrico.

« La massa del tromometro, il sottostante pendolino, il prisma e lo specchietto fisso sono protetti da una custodia in legno, munita lateralmente di due sportelli a vetro, e della lente piano-cilindrica sulla parete anteriore. Anche la sospensione trifilare della massa è racchiusa entro un tubo conico che s'innesta in basso sull'anzidetta custodia.

« Sei modelli di questo tromometro fotografico, in tal guisa modificato, si trovano già costruiti; e dentro il corrente mese saranno consegnati agli Osservatori Geodinamici di 1° ordine, L'esperienze future su tale apparecchio potranno far conoscere l'entità dell'attrito che deriva dall'uso del pendolino, destinato ad amplificare meccanicamento l'angolo di oscillazione del tromometro; ma i risultati già ottenuti col *nuovo pendolo sismografico* testè accennato (1), stanno a provare che il predetto attrito deve ostacolare ben poco le oscillazioni proprie del corpo pendolare, provenienti da vibrazioni dal suo punto di sospensione. È bene però ch'io insista sul fatto che il principio sul quale è costruito il mio tromometro è quello stesso del *sismometrografo*, e permette quindi di registrare qualsiasi specie di movimento del suolo; mentre se la massa fosse assolutamente libera da qualsiasi ostacolo, sarebbe a temersi che la stessa non potesse sempre entrare in movimento, tenuto conto della lunghezza del filo di sospensione. A rimuovere tale inconveniente, bisognerebbe servirsi di più pendoli di varia lunghezza; ma ciò sarebbe certamente assai incomodo e dispendioso ».

(1) Ann. dell'Uff. Centr. Met. e Geodin., ser. 2, vol. XIX, parte III, 1889, pag. 363 e 366.

Chimica Fisica. — *Sul potere rifrangente del fosforo.* II. *Potere rifrangente degli acidi del fosforo e dei loro sali sodici.* Nota del dott. FILIPPO ZECCHINI, presentata a nome del Corrispondente NASINI [1].

« In questa seconda Nota sul potere rifrangente del fosforo esamino i principali acidi del fosforo ed i loro sali. Per la parte esperimentale e per il calcolo dei risultati rimando alla prima Nota [2].

« I diversi sali ed acidi o furono preparati da me direttamente o, se provenivano dal commercio, da me accuratamente depurati: le analisi furono eseguite coi soliti metodi che non credo necessario descrivere.

« FOSFATO SODICO MONOBASICO NaH_2PO_4. — Furono esaminate due soluzioni acquose.

« Analisi:

	trovato	calcolato per NaH_2PO_4
P %	25.76	25.83

I % sale 12.4027; $\mu_D = 1.34785$; $d_4^{26.5} = 1.09148$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.31869;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0.21399;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 25.68$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\text{(sol.)} = 0.19604;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\text{(sost.)} = 0.12554;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 15.06$$

II % sale 12.4099; $\mu_D = 1.34913$; $d_4^{20.6} = 1.09372$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.31921;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0.21821;\ P\frac{\mu_G - 1}{d} = 26.19$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\text{(sol.)} = 0.19629;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\text{(sost.)} = 0.12764;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 15.32.$$

« Valori medi $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 25.93$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 15.19$.

« FOSFATO SODICO BIBASICO $Na_2HPO_4 + 12H_2O$. — Furono esaminate due soluzioni acquose.

	trovato	calcolato per $NaHPO_4 + 12H_2O$
P %	8.41	8.65

I % sale anidro 3.8349; $\mu_D = 1.33984$; $d_4^{28} = 1.03425$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.32859;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0.20496;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 29.10$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\text{(sol.)} = 0.20258;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\text{(sost.)} = 0.11631;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 16.51$$

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) F. Zecchini, *Potere rifrangente del fosforo libero e delle sue combinazioni cogli elementi o gruppi monovalenti.* Rendiconti, vol. I, 2° sem., 1892, p. 433.

II °/₀ sale anidro 6.1262 ; $\mu_D = 1.34407$; $d_4^{24.5} = 1.05654$.

$\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sol.) $= 0.32566$; $\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sost.) $= 0.20521$; $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 29.14$

$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sol.) $= 0.20054$; $\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sost.) $= 0.11654$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 16.55$.

« Valori medi $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 29.12$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 16.53$.

« Le rifrazioni molecolari si riferiscono sempre al sale anidro ancor quando si è fatta la soluzione di un sale idrato.

« Fosfato sodico tribasico $Na_3PO_4 + 12H_2O$. — Furono esaminate tre soluzioni acquose.

« Analisi :

	trovato	calcolato per $NaPO_4 + 12H_2O$
P °/₀	8.30	8.16

I °/₀ sale anidro 4.9507 ; $\mu_D = 1.34424$; $d_4^{24.4} = 1.05307$.

$\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sol.) $= 0.32689$; $\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sost.) $= 0.19965$; $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 32.74$

$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sol.) $= 0.20103$; $\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sost.) $= 0.10524$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 17.26$.

II °/₀ sale anidro 5.8199 ; $\mu_D = 1.34597$; $d_4^{23.9} = 1.06342$.

$\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sol.) $= 0.32534$; $\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sost.) $= 0.19296$; $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 31.65$

$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sol.) $= 0.20023$; $\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sost.) $= 0.10653$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 17.47$.

III °/₀ sale anidro 6.6903 ; $\mu_D = 1.34981$; $d_4^{23.8} = 1.07855$.

$\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sol.) $= 0.32433$; $\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sost.) $= 0.19610$; $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 32.16$

$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sol.) $= 0.19941$; $\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sost.) $= 0.10717$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 17.58$.

« Valori medi $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 32.05$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 17.44$.

« Metafosfato sodico $NaPO_3$. — Fu studiata una soluzione acquosa del sale vetroso, ossia nell'esametafosfato sodico.

« Analisi :

	trovato	calcolato per $NaPO_3$
P °/₀	30.10	30.39

°/₀ sale 5.7040 ; $\mu_D = 1.33852$; $d_4^{29.2} = 1.03970$.

$\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sol.) $= 0.32559$; $\frac{\mu_D - 1}{d}$ (sost.) $= 0.19456$; $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 19.84$

$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sol.) $= 0.20081$; $\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$ (sost.) $= 0.11466$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 11.70$.

« Pirofosfato sodico $Na_4 P_2 O_7 + 10 H_2 O$. — Furono esaminate diverse soluzioni acquose, ma tutte pur troppo non molto concentrate: riferisco solo i dati relativi alle due più concentrate.

« Analisi:

	trovato	calcolato per $Na_4P_2O_7 + 10 H_2O$
H_2O %	40.47	40.36
P %	13.79	13.90

I % sale anidro 4.609; $\mu_D = 1.34226$; $d_4^{22} = 1.04324$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.32807;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0{,}21520;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 57.24$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sol.)} = 0.20213;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sost.)} = 0.12172;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d} = 32.36.$$

II % sale anidro 5.3245; $\mu_D = 1.34166$; $d_4^{23.1} = 1.04457$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.32708;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0.21260;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 56.55$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sol.)} = 0.20155;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sost.)} = 0.12226;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d} = 32.52.$$

« Valori medi $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 56.89$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d} = 32.43$.

« Fosfito sodico $Na_2 HPO_3 + H_2O$. — Furono esaminate due soluzioni acquose.

« Analisi:

	trovato	calcolato per $Na_2HPO_3 + H_2O$
P %	21.78	21.83

I % sale anidro 13.9754; $\mu_D = 1.36195$; $d_4^{21.6} = 1.14582$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.31589;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0.20735;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 26.13$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sol.)} = 0.19355;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sost.)} = 0.11678;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d} = 14.71.$$

II % sale anidro 14.3255; $\mu_D = 1.36145$; $d_4^{27.8} = 1.14689$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sol.)} = 0.31515;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\text{(sost.)} = 0.20530;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 25.87$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sol.)} = 0.19313;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d}\text{(sost.)} = 0.11595;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d} = 14.61.$$

« Valori medi $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 26.00$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2+2)d} = 14.66$.

« Ipofosfito sodico $Na H_2 PO_2 + H_2O$. — Il sale da me adoperato era un po' sfiorito. Per 100 parti del sale cristallizzato ce n' erano 92.3 di sale anidro.

I °/₀ sale anidro 16.0738 ; $\mu_D = 1.35466$; $d_4^{24.6} = 1.10236$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sol.}) = 0.32173\,;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0.26015\,;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 22.89$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.19753\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.15321\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 13.48.$$

II °/₀ sale anidro 17.30 ; $\mu_D = 1.35466$; $d_4^{21.3} = 1.10129$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sol.}) = 0.32203\,;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0.26711\,;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 23.51$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.19772\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.15803\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 13.91.$$

« Valori medi $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 23.20$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 13.19$.

« Il Gladstone (1) esaminò alcuni ipofosfiti, quello di potassio, di sodio, di calcio, di manganese. Egli dedusse dall'ipofosfito potassico il valore 19.2 (formula n riga A dello spettro solare) per il radicale H_2PO_2; come valore medio, cioè dedotto da tutti i sali, il valore 18.4.

« Ossido fosforoso P_4O_6, — Thorpe e Tutton (2) prepararono questo composto liquido e ne determinarono l'indice di rifrazione rispetto alle righe del litio, del sodio e del tallio e delle tre dell'idrogeno: i valori che si riferiscono alla riga D sono i seguenti:

$$\mu_D = 1.5405\,;\ d^{27.4} = 1.9300.$$

$$\frac{\mu_D - 1}{d} = 0.28005\,;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 61.60\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 0.16269\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 35.79.$$

« Di qui si dedurrebbe per potere rifrangente atomico del fosforo ammettendo tutto l'ossigeno come ossigeno aldeidico: 10.40 (formula n), 5.52 (formula n^2); ammettendo tutto l'ossigeno come ossigeno alcoolico 11.40 (formula n) e 4.16 (formula n^2).

« Il Thorpe e il Tutton determinarono anche la dispersione dell'ossido fosforoso e trovarono che essa è assai piccola in confronto di quella del fosforo.

« Acido fosforico H_3PO_4. — Sull'acido fosforico sono state fatte determinazioni dal Gladstone (3) il quale esaminò una soluzione al 29.046 °/₀ ed ottenne i seguenti valori alla temperatura di 7, 5°:

$$\mu = 1.3584\,;\ \mu_D = 1.3630\,;\ \mu_H = 1.3746\,;\ d = 1.180$$

da cui

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sol.}) = 0.30762\,;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0.24437\,;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 23.95$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.18843\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.14545\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 14.25.$$

(1) Trans. of the Royal Society. Vol. CLX, Part. I, pag. 9, 1870.

(2) Journ. Chem. Soc. Vol. LVII. *Transactions* pag. 545. Anno 1890.

(3) Jonrn. Chem. Soc. Vol. VIII, pag. 101. Anno 1870.

« Acido metafosforico HPO_3. — L'acido metafosforico in soluzione acquosa è stato esaminato dal Gladstone il quale dà i seguenti valori:

% acido	$P\frac{\mu_D - 1}{d}$
28.91	18.00
35.01	18.25
38.83	19.00.

« I primi due valori differiscono entro i limiti degli errori di osservazione, malgrado la forte differenza di concentrazione; l'altro valore invece presenta una differenza maggiore, sebbene piccola sia la differenza di concentrazione. Prendendo la media dei due primi valori si avrebbe $P\frac{\mu_D - 1}{d} = 18.12$. Non essendoci in questa Memoria i dati immediati della esperienza non ho potuto fare i calcoli per la formola n^2: li ho potuti fare invece per un'altra determinazione che si riferisce alla soluzione al 35.01 % (1):

$$\mu_D = 1.3764\,;\ d^{20.5} = 1.270.$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.18085\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.13423\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 10.74.$$

« Acido fosforoso H_3PO_3. — Furono esaminate due soluzioni di acido fosforoso cristallizzato:

I % H_3PO_3 30.6629; $\mu_D = 1.36436$; $d_5^{26.9} = 1.16089$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sol.}) = 0.31386\,;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0.26941\,;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 22.09$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.19218\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.16088\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 13.19.$$

II % H_3PO_3 73.6916; $\mu_D = 1.41815$; $d_4^{25.6} = 1.46648$.

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sol.}) = 0.28514\,;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\,(\text{sost.}) = 0.26787\,;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 21.29$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sol.}) = 0.17190\,;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\,(\text{sost.}) = 0.15972\,;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 13.10.$$

«Valori medi $P\frac{\mu_D - 2}{d} = 22.02$; $P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 13.15$.

« Acido pirofosforico $H_4P_2O_7$. — Fu ottenuto trattando con H_2S il pirofosfato di piombo sospeso nell'acqua; mi assicurai che nella soluzione non fosse contenuto acido fosforico: non potei avere che una soluzione assai

(1) Journ. Chem. Soc. Vol. VIII, pag. 101, 1870. — Ibidem. Vol. LIX, pag. 589, 1891.

diluita; è per questa ragione che sui pirofosfati e sull'acido pirofosforico mi propongo di fare altre esperienze:

$$\%\ H_3P_2O_7\ 2.4541\ ;\ \mu_D = 1.33497\ ;\ d_4^{29} = 1.00971.$$

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\ (\text{sol.}) = 0.33175\ ;\ \frac{\mu_D - 1}{d}\ (\text{sost.}) = 0.26172\ ;\ P\frac{\mu_D - 1}{d} = 46.59$$

$$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\ (\text{sol.}) = 0.20481\ ;\ \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}\ (\text{sost.}) = 0.15688\ ;\ P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} = 27.92.$$

« Non credo che abbia molto valore la deduzione della rifrazione atomica del fosforo da quella dei sali, in considerazione di ciò che vi è di arbitrario nella scelta delle rifrazioni atomiche dei metalli; volendo fare questo calcolo per l'ossido fosforoso e per gli acidi, prendendo come rifrazioni atomiche dell'idrogeno e dello ossigeno quelle che si ricavano direttamente dall'esperienza, cioè per l'idrogeno i valori 1.57 (n) e 1.05 (n^2) e per l'ossigeno i valori 3.79 (n) e 2.41 (n^2) si avrebbe:

		Rifrazione atomica di P	
		Formula n	Formula n^2
Da	P_4O_6	9.71	5.33
»	H_3PO_3	5.94	2.77
»	H_3PO_4	4.08	1.46
»	H_3PO_3	5.18	2.46

« Dall'ossido fosforoso si ricavano i valori più elevati, presso a poco quelli che si ricavano dall'ossicloruro; dagli altri composti valori più piccoli e non troppo concordanti fra loro: tutti sono assai minori di quelli che ha il fosforo libero 18.68 (n) e 9.10 (n^2) e nelle sue combinazioni cogli alogeni o coi gruppi monovalenti, dove il suo potere rifrangente giunge sino a 20 (formula n) e 10 (formula n^2), le variazioni sin qui constatate nella rifrazione atomica del fosforo può quindi dirsi che oscillino in numeri rotondi tra 4 e 20 (formula n) e tra 2 e 10 (formula n^2).

« Riferendomi ai sali che possono intendersi derivati dall'anidride fosforica e che scriverò dualisticamente, ho creduto opportuno di ricavare i valori relativi a Na_2O e P_2O_5 indipendentemente da qualsiasi considerazione sulle rifrazioni atomiche degli elementi:

		Rifrazioni molecoleri	
		Formula n	Formula n^2
Fosfato sodico monobasico	$Na_2O.2H_2O.P_2O_5$	51.86	30.38
Fosfato sodico tribasico	$2Na_2O.H_2O.P_2O_5$	58.24	33.06
Fosfato sodico tribasico	$3Na_2O.P_2O_5$	64.10	34.88
Metafosfato sodico	$Na_2O.P_2O_5$	39.68	23.40.

« Dalla rifrazione molecolare di $3Na_2O.P_2O_5$ togliendo quella di $Na_2O.P_2O_5$ si ha 24.42 (n) 11.48 (n^2) che corrispondono al valore di $2Na_2O$; quindi rifrazione molecolare di Na_2O = 12.24 (n) e 5.74 (n^2).

« Dalla rifrazione molecolare di $Na_2O, 2H_2O.P_2O_5$ togliendo quella di $Na_2O.P_2O_5$ si hanno per H_2O i valori 6.09 (formula n) e 3.49 (formula n^2), mentre esperimentalmente si ha per l'acqua 6.00 (n) e 3.71 (n^2); si ricavano così i seguenti numeri:

	Rifrazioni molecolari dedotte dai sali	
	Formula n	Formula n^2
Na_2O	12.24	5.74
H_2O	6.09	3.49
P_2O_5	27.07	17.66.

« Questi valori servono per rappresentare le rifrazioni molecolari dei tre fosfati e del metafosfato: per il pirofosfato invece l'accordo non è troppo soddisfacente:

	Rifrazione molecolare trovata		Rifrazione molecolare calcolata	
	n	n^2	n	n^2
$2Na_2O.P_2O_5$	56.89	32.43	51.55	29.14

od anche, ammettendo che Na_2O abbia nel pirofosfato lo stesso valore che negli altri fosfati, per P_2O_5 si ricaverebbero i numeri 32.41 (n) e 20.95 (n^2), assai più elevati di quelli precedentemente dedotti.

« Dal fosfito sodico $2Na_2O.H_2O.P_2O_3$ si ricavano par P_2O_3 i valori 21.43 (formula n) e 14. 25 (formula n^2), numeri assai inferiori a quelli che Thorpe e Tutton ottennero per l'ossido fosforoso.

« Dall'ipofosfito sodico $Na_2O.2H_2O.P_2O$ si ricavano per P_2O i valori 21.98 (n) e 13.66 (n^2).

« Dalle rifrazioni molecolari degli acidi togliendo la rifrazione molecolare dell'acqua si hanno i seguenti valori:

			Rifrazioni molecolari	
			n	n^2
Acido ortofosforico	$3H_2O.P_2O_5$	P_2O_5	29.90	17.37
» metafosforico	$H_2O.P_2O_5$	P_2O_5	30.24	17.77
» pirofosforico	$2H_2O.P_2O_5$	P_2O_5	34.59	19.50
» fosforoso	$3H_2O.P_2O_3$	P_2O_3	26.04	15.17.

« Il valore dell'anidride fosforica per la formula n è assai differente da quello dedotto dai sali: invece per la formula n^2 si hanno presso a poco gli stessi valori: dall'acido pirofosforico si ottengono numeri più elevati, precisamente come avveniva per il pirofosfato. Anche per P_2O_3 si hanno valori più elevati che quelli dedotti dai fosfiti, ma nondimeno sempre assai minori di quelli ottenuti per l'ossido fosforoso da Thorpe e Tutton.

« Sembrerebbe confrontando i valori dell'anidride fosforica e quelli della

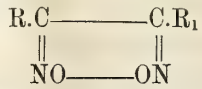
anidride fosforosa dedotti o dai sali o dagli acidi che il fosforo avesse una rifrazione atomica maggiore in quest'ultima, come lo zolfo ha un potere rifrangente maggiore nell'anidride solforosa che in quella solforica: come anche sembra che i valori dell'anidride fosforica che soddisfano per i fosfati e i metafosfati non valgano per il pirofosfato e l'acido pirofosforico: ma su tale questione mi propongo di ritornare. In altra Nota di prossima pubblicazione studierò altri composti del fosforo e gli eteri dei suoi acidi ».

Chimica. — *Ricerche sopra le sostanze che contengono il gruppo $C_2N_2O_2$.* Nota di Angelo Angeli, presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

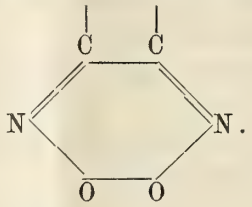
« È noto che per azione degli agenti ossidanti, si può passare facilmente, dalle diossime della forma generale

$$R.C(NOH).C(NOH).R_1,$$

qualunque sia la loro configurazione, ai corrispondenti perossidi:



che appariscono quali derivati di un nucleo speciale costituito da sei atomi:



« Recentemente ho dimostrato [1] che i perossidi delle diossime si possono anche ottenere per azione dell'acido nitroso sopra i composti non saturi della serie aromatica

$$R.CH = CH.CH_3.$$

« Un altro metodo di preparazione consiste nell'ossidare alcuni derivati ossimici:

$$R.CH.NOH$$

e la reazione si può esprimere con lo schema

[1] Rendiconti, 1892, Vol. I, 2° sem., 25.

« Come caso particolare si può considerare la formazione dei perossidi per azione dell'acido nitrico sopra i chetoni della serie aromatica

$$R.CO.CH_3.$$

« In tal modo, come Hollemann ha dimostrato [1], dapprima si formano gli isonitrosochetoni rispettivi

$$R.CO.CH.NOH,$$

i quali, per successiva ossidazione, si trasformano in perossidi del tipo:

$$\begin{array}{c} R.CO.C\text{———}C.CO.K \\ \| \qquad\quad \| \\ NO\text{—}ON. \end{array}$$

Tutte queste reazioni valgono per i derivati della serie aromatica; nella serie alifatica le osservazioni fatte in proposito sono oltremodo rare e su ciò avrò occasione di ritornare in un'altra comunicazione.

« I perossidi sono sostanze molto interessanti per le trasformazioni che con grande facilità possono subire, ed inoltre perchè, secondo alcuni, ai più semplici rappresentanti di questa classe di composti, appartengono, probabilmente, l'acido fulminico ed i fulminati.

« La costituzione dei perossidi venne dedotta in base al loro modo di formazione, e soltanto in quest'anno essa è stata da me rigorosamente confermata mediante la trasformazione inversa, cioè col passaggio dai perossidi alle corrispondenti diossime:

$$\begin{array}{c} R.C{=}N.O \\ | \qquad | \\ R_1.C{=}N.O \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} R.C{=}NOH \\ | \\ R_1.C{=}NOH. \end{array}$$

« Per dare al metodo da me proposto la voluta generalità ho giudicato opportuno di effettuare la riduzione di perossidi appartenenti ad altro tipo, come p. e. quelli della formola:

$$\begin{array}{c} R.CO.C\text{———}C.CO.R \\ \| \qquad\quad \| \\ NO\text{—}ON \end{array}$$

e di passare in tal modo alle diossime ancora sconosciute

$$R.CO.C(NOH).C(NOH).CO.R.$$

« In questo caso, a prima vista, si presentava una difficoltà, causata dalla presenza dei gruppi carbonilici, contenuti nella molecola di queste sostanze, giacchè, come reazione secondaria, si poteva aspettarsi che anche questi gruppi potessero venire ridotti.

Questa difficoltà però scompare quando si pensi che Hollemann, per azione della polvere di zinco ed acido acetico sui perossidi da lui studiati, è pervenuto a γ-dichetoni.

$$R.CO.CH_2.CH_2.CO.R,$$

[1] Berl. Berichte XXI, 2835 e seg.

che sono i soli prodotti di riduzione che egli ha potuto ottenere. Questo fatto dimostra come i due carbonili sieno più resistenti del residuo =NO—ON=, e quindi era prevedibile che anche in tal caso la riduzione del perossido alla diossima dovesse procedere in modo normale.

« L'esperienza ha confermata la mia previsione.

Riduzione del perossido della dibenzoilgliossima

$$\begin{array}{c} C_6H_5.CO.C \text{———} C.CO.C_6H_5 \\ \| \qquad\quad \| \\ NO\text{—}ON \end{array}$$

« Questo perossido venne preparato seguendo le prescrizioni date da Hollemann [1] per aziono dell'acido nitrico (d=1,4) sopra l'acetofenone. Il prodotto ricristallizzato dall'etere fondeva a 87°, e le sue proprietà coincidevano esattamente con quelle descritte da questo autore.

« La trasformazione di questa sostanza nella diossima corrispondente è un'operazione molto delicata, e per riuscirvi è necessario procedere con grandi cautele. La riduzione si effettua, anche in questo caso, in soluzione alcoolica, con polvere di zinco, impiegando la *quantità calcolata* di acido acetico. È mestieri inoltre operare a bassa temperatura, altrimenti, assieme ad una parte di sostanza inalterata, si ottengono soltanto i prodotti di una riduzione troppo profonda.

« Grammi 2,5 del perossido si disciolgono, riscaldando a b. m. in 60 c. c. di alcool. La soluzione viene raffreddata fino a che incominciano a separarsi cristallini della sostanza, ed allora, sollecitamente si aggiungono 4 grammi di polvere di zinco e quindi, goccia a goccia, ed agitando continuamente, 1 grammo di acido acetico glaciale, diluito con qualche c. c. di alcool. Durante l'aggiunta dell'acido si deve raffreddare tenendo immersa nell'acqua la bevuta in cui si opera. Dopo aver filtrato alla pompa si aggiunge al liquido alcoolico, colorato in giallognolo, circa 1 c. c. di acido cloridrico addizionato con poco alcool, ed infine si versa in molta acqua lievemente acidulata con acido cloridrico. In tal modo si separa un abbondante precipitato, quasi bianco, che viene raccolto su filtro e lavato accuratamente. Non si può, in questo caso, evaporare l'alcool, giacchè il prodotto ottenuto per tale trattamento verrebbe quasi totalmente decomposto e trasformato in una resina rosso-bruna.

« Il miglior modo per purificare la nuova sostanza consiste nel sciogliere la in potassa e precipitare la soluzione filtrata con anidride carbonica. Il precipitato molto voluminoso e quasi perfettamente bianco, viene lavato dapprima con acqua acidulata con qualche goccia di acido acetico e quindi con molta acqua. La sostanza, compressa fra carta asciugante, viene disciolta in poco

[1] Berl. Berichte XX, 3359.

alcool, in cui è solubilissima anche a freddo; la soluzione filtrata si abbandona ad evaporazione spontanea, oppure si determina la separazione del prodotto, aggiungendo un po' di acqua.

« Il nuovo corpo si presenta in sottili aghi brillanti, che fondono a 168°, mettendosi in ebollizione.

« All'analisi si ebbero numeri, che concordano con quelli richiesti dalla formola:

$$C_{16}H_{12}N_2O_4 .$$

I gr. 0,2194 di sostanza diedero gr. 0,5200 di CO_2 e gr. 0,0863 di H_2O.
II gr. 0,2100 di sostanza diedero c. c. 17,2 di azoto a 14° e 764^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato
C	64,65	—	64,86
H	4,36	—	4,05
N	—	9,83	9,46.

« La sostanza differisce quindi dal prodotto primitivo per una molecola d'idrogeno in più, e si può perciò ammettere che essa sia una dibenzoilgliossima, cioè una delle tre diossime corrispondenti alla formola:

$$C_6H_5.CO.C(NOH).C(NOH).CO.C_6H_5 .$$

« Essa si discioglie infatti, a freddo, nella potassa, con la colorazione giallo-ranciata, caratteristica degl'isonitrosochetoni; da tale soluzione viene prontamente riprecipitata dall'anidride carbonica.

« Sarebbe assai difficile ottenere, per altra via, una diossima di tale costituzione, partendo p. e. dal corrispondente tetrachetone

$$C_6H_5.CO.CO.CO.CO.C_6H_5.$$

Ossidazione della dibenzoilgliossima.

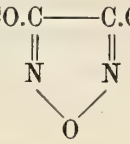
« Siccome la sostanza ora descritta differisce dal perossido primitivo per una molecola d'idrogeno in più, era prevedibile che per ossidazione, nelle opportune condizioni, dovesse nuovamente rigenerare il perossido.

« L'impiego del prussiato rosso in soluzione alcalina, in questo caso, non mi ha dato buoni risultati, perchè sembra che in tal modo la sostanza venga decomposta. Ho raggiunto invece facilmente lo scopo adoperando l'acido nitrico.

« Introducendo il composto in un eccesso di acido nitrico (d=1,4) essa si trasforma prontamente in una massa pastosa, che dopo qualche istante si solidifica. Lavando il prodotto con acqua e purificandolo dall'etere si ottengono bellissimi cristalli, che fondono a 87° e che possiedono tutti i caratteri del perossido di Hollemann.

« Bollendo la dibenzoilgliossima per qualche tempo con alcool, oppure trattandola con anidride acetica, essa perde una molecola d'acqua per dare il

dibenzoilazossazolo $C_6H_5.CO.C$——$C.CO.C_6H_5$.



« Versando sopra la diossima dell'anidride acetica si nota subito un certo riscaldamento della massa, che in gran parte si discioglie; per raffreddamento si separano grandi cristalli. Si soprasatura allora con carbonato sodico onde eliminare l'eccesso di anidride acetica, ed il prodotto ben lavato si purifica dall'alcool, in cui, a freddo, è pochissimo solubile. Si ottengono in tal modo e con tutta facilità grandi cristalli, di abito prismatico, la di cui lunghezza raggiunge parecchi centimetri.

« Sono quasi perfettamente incolori e fondono a 118°. La nuova sostanza è insolubile negli alcali e reagisce facilmente con la fenilidrazina per dare prodotti che non ho studiato ulteriormente.

« All'analisi si ebbero numeri che conducono alla formola

$$C_{16}H_{10}N_2O_3.$$

I gr. 0,2356 di sostanza diedero gr. 0,5969 di CO_2 e gr. 0,0816 di H_2O.
II gr. 0,2443 diedero c. c. 21,1 di azoto a 14° e 764^{mm}.

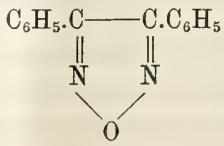
« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato
C	69,05	—	69,06
H	3,84	—	3,60
N	—	10,45	10,07.

« È interessante notare a questo riguardo che anche la γ-benzildiossima, cui secondo Hantzsch e Werner (1) spetta la configurazione

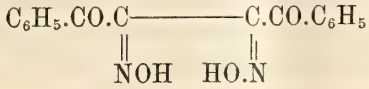
$C_6H_5.C$———$C.C_6H_5$
‖ ‖
NOHHON

si discioglie nell'anidride acetica, ma in questo caso si ottiene il corrispondente derivato diacetilico, il quale soltanto quando venga trattato con un alcali si trasforma nell'anidride (2):

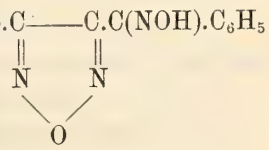


(1) Berl. Berichte XXIII, 21.
(2) Ibid. XXII, 715.

« La diossima da me ottenuta possiede invece in grado ancor maggiore la tendenza ad anidrificarsi, giacchè basta, come s'è visto, semplicemente discioglierla in anidride acetica per ottenere il dibenzoilazossazolo. È perciò giusto ammettere, sempre secondo la teoria di Hantzsch e Werner, che anche alla nuova diossima spetti una configurazione analoga:



« In questo caso, sembra inoltre che l'azione risultiva fra il gruppo ossidrilico ed il benzoile sia maggiore di quella che viene esercitata fra ossidrile e fenile nella γ-diossima del benzile. Questo modo di vedere verrebbe inoltre confermato dal fatto che la γ-diossima del benzile, per ebollizione con alcool, si trasforma nell'isomero β; nel caso mio invece, per analogo trattamento, si ottiene la corrispondente anidride.

Diossima del dibenzoilazossazolo 

« Il dibenzoilazossazolo, in buona armonia con la costituzione che gli ho attribuita, si comporta ancora come un dichetone, e per trattamento con idrossilamina fornisce facilmente una diossima.

« A questo scopo si bolle, per un paio d'ore, la soluzione alcoolica della sostanza con eccesso di cloridrato d'idrossilamina. Si distilla una parte dell'alcool e quindi si diluisce con acqua la quale determina la separazione di un olio, che non tarda a rapprendersi in una massa cristallina. Per purificarlo lo si cristallizza ripetutamente dal benzolo, in cui non è molto solubile.

« L'analisi diede numeri che corrispondono a quelli richiesti dalla formola

$$C_{16}H_{12}N_4O_3.$$

gr. 0,2563 di sostanza diedero gr. 0,5851 di CO_2 e gr. 0,0968 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
C	62,26	62,33
H	4,19	3,90.

« La sostanza si presenta in aghi bianchissimi che fondono a 176°. È facilmente solubile nella potassa; se questa soluzione si tratta con prussiato rosso, dopo qualche tempo si separa una polvere bianca, cristallina, che non ho ulteriormente esaminata.

Azione dell'idrossilamina sopra la dibenzoilgliossima.

« La diossima primitiva viene disciolta nella sufficiente quantità di soluzione diluita di potassa; vi s'aggiunge un eccesso di cloridrato d'idrossilamina, reso alcalino con potassa ed il liquido si abbandona a sè stesso. Dopo un paio di giorni si acidifica con acido acetico, il quale determina la separazione di un precipitato biancastro che viene lavato con acqua e quindi con alcool caldo in cui è quasi insolubile.

« Si ottiene in tal modo una polvere bianchissima che fonde verso 225°. Una determinazione di azoto diede numeri che si avvicinano a quelli richiesti dalla formola:

$$C_{16}H_{14}N_4O_4.$$

gr. 0,1818 di sostanza diedero c. c. 25,4 di azoto a 10°,5 e 770^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
N	17,12	17,17

« La sostanza è facilmente solubile negli alcali ed è probabile che sia una delle tetraossime corrispondenti alla formola

$$C_6H_5.C(NOH).C(NOH).C(NOH).C(NOH).C_6H_5.$$

« Mi riservo lo studio ulteriore di queste sostanze, nonchè di effettuare la riduzione di altri perossdi dello stesso tipo ».

Chimica. — *Sull' idrogenazione dei 1-fenilpirrazoli sostituiti* (1). Nota di G. Marchetti, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

« Il comportamento speciale dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo all' idrogenazione con sodio ed alcool, cioè lo scindersi che esso fa in dimetilpirrazolo e benzina, si scosta completamente dal comportamento degli altri 1-fenilpirrazoli fin qui studiati, che danno, per la rottura dell' anello pirrazolico fra i due atomi di azoto, le basi trimetilendiamminiche sostituite.

« Era perciò da studiarsi più accuratamente e uniformando le ricerche a questo nuovo comportamento, l'idrogenazione degli altri 1-fenilpirrazoli sostituiti e dello stesso 1-fenilpirrazolo. Si poteva sperare che da quest'ultimo, come si vedrà da quanto esporrò in seguito avvenire per altri 1-fenilpirrazoli sostituiti, l'idrogeno reagisse in tutti e due i modi suddetti e in tal caso si sarebbe giunti al pirrazolo libero.

1-fenilpirrazolo.

« Ho sottoposto all'idrogenazione 50 gr. di fenilpirrazolo nelle condizioni accennate dal prof. Balbiano (Gaz. Chim. 18-354); soltanto ho adoperato un

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Roma.

peso doppio di sodio, ossia 100 gr. Ho eseguita l'operazione servendomi dell'apparecchio descritto in altra mia Nota (Rend. Lin. vol. VII, 2° sem., p. 373), per poter trattenere e riconoscere la benzina in caso si fosse formata. Durante l'operazione non avvertii l'odore di questa, nè il poco alcool trascinato dall'idrogeno e condensatosi nel tubo raffreddato con ghiaccio dette per aggiunta di acqua alcun intorbidamento. Scomposto l'etilato sodico con acqua e sottoposto il tutto alla distillazione, ho raccolte le prime porzioni dell'alcool nelle quali si sarebbe dovuta concentrare la benzina. Queste ho di nuovo sottoposte a ripetute distillazioni, sempre raccogliendo soltanto le prime porzioni dell'acool, per vedere di concentrare la benzina in poco volume e poi precipitarla con acqua; ma ebbi risultato negativo. Separai la trimetilenfenildiammina, trattando come indica il prof. Balbiano nella Nota suddetta, la soluzione eterea secca del fenilpirrazolo idrogenato con soluzione alcoolica di acido ossalico ed ebbi un abbondante precipitato bianco cristallino, che separai per filtrazione. Siccome da saggio appositamente istituito, mi sono accertato, che anche il pirrazolo dà un composto ossalico insolubile in etere, dovevo ricercare tale composto nel precipitato ottenuto. Per separarlo ho scomposto l'ossalato con potassa, estratto con etere, e alla soluzione eterea ho aggiunto una soluzione alcoolica di acido succinico, avendo prima osservato che il succinato di pirrazolo è solubile in etere. In tal caso precipitò soltanto il succinato della base. Dopo filtrazione e ripetuto lavamento dell'etere prima con potassa, poi con acqua ho svaporato. È rimasto un piccolo residuo oleoso che ho agitato con acqua, la quale dopo che si è chiarificata, ho decantato. Questa dava un leggero precipitato bianco con cloruro mercurico e nitrato di argento ammoniacale, ma il primo dopo qualche tempo, il secondo immediatamente annerivano. Senza dubbio era ciò dovuto alla base, che non essendo il succinato completamente insolubile, agiva da riducente. Ho tentato di eliminare la base trattando la soluzione acquosa con solfuro di carbonio per trasformarla in solfocarbammato. Ma anche in questo modo non sono riuscito ad eliminarla del tutto; sicchè non si può asserire nè la presenza nè l'assenza di piccole quantità di pirrazolo; però il fatto di non avere riscontrato benzina farebbe propendere per quest'ultimo caso.

1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo

« Qui ci troviamo dinanzi ad un caso in cui l'idrogeno reagisce in modo assai svariato; infatti si formano tutti quanti i prodotti, che nell'idrogenazione di altri pirrazoli si riscontrano.

« Oltre al pirrazolino si forma la dimetiltrimetilenfenildiammina, si forma per separazione di benzina dimetilpirrazolo ed una parte del fenildimetilpirrazolo fissa quattro atomi d'idrogeno nel gruppo fenilico, per dare l' 1-tetraidrofenil-3-4-dimetilpirrazolo.

« Per difetto di fenildimetilpirrazolo ho fatto la reazione con poca quan-

tità di sostanza, cosicchè non ho potuto controllare quantitativamente tutti quanti i prodotti e per alcuni mi sono limitato alla constatazione qualitativa.

« Gr. 8,5 di 1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo furono idrogenati nelle condizioni esposte per il 1-fenilpirrazolo. Durante l'operazione si sentiva nettamente l'odore della benzina, che man mano si andava formando e l'alcool che trasportato dalla corrente d'idrogeno era distillato e si era raccolto nell'apparecchio refrigerante, intorbidò per l'aggiunta di acqua ed alcune gocciolette di benzina si raccolsero alla superficie.

« Dopo scomposizione dell'alcoolato sodico formatosi con acqua, si sottopose il tutto alla distillazione e furono raccolte a parte le prime porzioni di alcool che distillarono. Anche queste intorbidarono per diluizione con acqua, e pure in questo caso la benzina sotto forma di piccole gocciolette si raccolse alla superficie del liquido.

« Estratto con etere il residuo della distillazione per liberarlo dalla soda, fu ripetutamente lavato con soluzione acquosa di acido ossalico, in modo da estrarne la base sotto forma di ossalato.

« Svaporando l'etere si riottenne il pirrazolo primitivo inalterato ed il pirrazolino che furono di nuovo sottoposti all' idrogenazione.

« Le acque ossaliche riunite furono concentrate e rese alcaline con potassa. Si formò alla superficie del liquido uno strato oleoso, bruno, che si estrasse con etere. Per svaporamento di questo rimase un olio di odore pungente, che doveva essere in gran parte costituito dalla trimetilendiammina sostituita. Non potendosi per la poca quantità isolare la base pura, si convertì in composto solfocarbammico. Perciò il prodotto greggio sospeso in acqua fu trattato con solfuro di carbonio; dopo viva agitazione fu scaldato a bagno maria per scacciare l'eccesso di solfuro adoperato e si aggiunse quindi tanto alcool che a caldo restasse tutto disciolto. Per il raffreddamento si formarono delle gocciolette oleose che in parte cristallizzarono in ciuffi, cristallizzazione caratteristica dei solfocarbammati di tali basi trimetileniche. Filtrato alla pompa e ricristallizzato tal prodotto dall'alcool, ne feci una determinazione di azoto.

gr. 0,1840 dettero c. c. 20 di azoto a 13°,4 e alla pressione di 755^{mm},13 a 0°:

	trovato	calc. per $CS\left\langle\begin{matrix}NHC^3H^4(CH^3)^2NHC^6H^5\\SHNH^2C^3H^4(CH^3)^2NHC^6H^5\end{matrix}\right.$
N	12,69	12,50

« Il composto è adunque il dimetiltrimetilenanilsolfocarbammato di dimetiltrimetilenfenildiammina. È un corpo che cristallizza in aghi bianchi splendenti raggruppati a sfera, fonde imbrunendo a 210°.

« Il liquido filtrato per separare il solfocarbammato doveva contenere il dimetilpirrazolo, il quale non subisce nessuna alterazione per riscaldamento con solfuro di carbonio. Scacciato l'alcool a bagnomaria e avendo ripreso con acqua, si sono liberate delle gocciole oleose che si separano per filtrazione.

Si agitò questa soluzione acquosa con etere. Disseccato questo e svaporato, rimase un leggero residuo liquido, denso, incoloro, che non cristallizzò. Essendo in così tenue quantità, mi sono dovuto accontentare di constatare in esso le reazioni generali dei pirrazoli che hanno l'NH libero, le quali nettamente ho avute. Infatti la soluzione acquosa precipitò con nitrato d'argento ammoniacale e con cloruro mercurico e la soluzione eterea, trattata con soluzione pure eterea di acido picrico, dette un picrato cristallizzato in piccoli aghi del tutto simili a quelli che dà il picrato del 3-5-dimetilpirrazolo, fondenti fra 155°-156°, mentre il picrato di quest'ultimo fonde fra 158°-159°.

« Con ciò è abbastanza dimostrato che siano avvenute tutte e due le reazioni di scissione, l'una delle quali conduce alla base, l'altra al dimetilpirrazolo per eliminazione di benzina. Ora si doveva constatare la presenza del tetraidrofenildimetilpirrazolo nel residuo dell'idrogenazione rimasto in soluzione nell'etere, dopo il trattamento con acido ossalico. Questo residuo doveva essere costituito dal poco dimetilfenilpirrazolo rimasto inalterato, dal pirrazolino corrispondente e dal composto ricercato. Il pirrazolino si constatava facilmente per la reazione colorata cogli ossidanti, la quale dava abbastanza netta; ma una separazione qualsiasi era resa impossibile, per la poca quantità di sostanza. Il tetraidroderivato, come il suo isomero il tetraidrofenil-3-5-dimetilpirrazolo, sospeso in acqua doveva per aggiunta di permanganato di potassio ossidarsi a freddo energicamente e con svolgimento di calore; ma in questo caso questa reazione non mi dimostrava la sua presenza, poichè anche i pirrazolini reagiscono in tal modo. Però poteva facilmente riconoscerlo per i prodotti che dava all'ossidazione, poichè come fa il suo isomero sopramenzionato doveva scindersi in 3-4-dimetilpirrazolo ed acido adipico.

« Ossidai quindi il tutto sospeso in acqua aggiungendo a freddo una soluzione di permanganato di potassio a piccole porzioni, finchè vidi che la reazione era cessata, cioè finchè il liquido rimase colorato dal permanganato permanentemente. Per non aver perdite estrassi il tutto con etere, il quale dopo svaporamento lasciò un residuo oleoso in parte solubile in acqua. Dopo aver separato dalla soluzione acquosa il poco olio insolubile, precipitai con nitrato di argento ammoniacale. Ebbi un precipitato bianco fioccoso, che lavato e disseccato sull'acido solforico dette all'analisi il seguente resultato:
gr. 0,2298 lasciarono alla calcinazione gr. 0,1214 di argento;

	trovato	calcolato per $C^3H(CH^3)^2N^2Ag$
Ag	52,82	53,20

« Tale determinazione mostra chiaramente che ci si trovava in presenza del composto argentico del 3-4-dimetilpirrazolo.

« Il liquido alcalino dopo estrazione con etere doveva soltanto contenere l'acido adipico. Difatti filtrato dagli ossidi del manganese, acidificato con acido cloridrico ed estratto con etere, dopo svaporamento di questo rimase

una leggera crosta cristallina bianca. Però la poca quantità non mi permise purificarlo e all'analisi non ebbi buoni risultati. Tuttavia credo che questi fatti autorizzino ad ammettere, che l'1-fenil-3-4-dimetilpirrazolo, trattato con sodio ed alcool, reagisca anche nel senso di fissare quattro atomi d'idrogeno al gruppo fenilico, per dare l'1-tetraidrofenil-3-4-dimetilpirrazolo.

« Ho pure tentato l'idrogenazione di un 1-fenilpirrazolo, il quale al posto dei due metili dell'1-fenil-3-5-dimetilpirrazolo aveva due gruppi fenilici, ossia del trifenilpirrazolo, per vedere se la massa maggiore dei gruppi sostituenti avesse influito sull'andamento della reazione, e difatti in questo caso non ho potuto constatare altro prodotto, se non che il pirrazolino descritto da Knorr (Ber. Berich. 21, 1206) ».

Chimica Fisica. — *Comportamento crioscopico di alcuni acetati di basi deboli.* Nota del dott. A. Ghera, presentata dal Corrispondente Nasini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sopra alcune tetine isomere.* Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Terreni mesozoici e neozoici della Corsica.* Nota del prof. Carlo De-Stefani, presentata dal Socio Struever.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Sulle traccie lasciate dal ramo orientale dell'antico ghiacciaio del F. Piave.* Nota preliminare di Achille Tellini, presentata dal Corrispondente F. Bassani.

« Da tutti i geologi che hanno studiato gli ultimi fenomeni della valle del Piave, è ammesso che il ghiacciaio quaternario di questa valle, giunto a Ponte dell'Alpi, si è diviso in due rami. Il ramo maggiore ha invaso il vallone di Belluno e poscia si è spinto nella chiusa di Quero — dove ha costruito un piccolo anfiteatro, descritto dal compianto Arturo Rossi di Possagno — mandando inoltre una diramazione verso ovest, che nella maggiore espansione, per la sella di Arsié ha raggiunto la valle del Brenta, ed un'altra

minore verso sud, che per la sella di S. Leopoldo è arrivata in Val Mareno. Il ramo più orientale del ghiacciaio plavense, da Ponte dell'Alpi ha proceduto direttamente verso mezzodì per la depressione o chiusa di Fadalto — che indica la via del fiume Piave nel miocene recente e nel pliocene antico, ora parzialmente occupata dai laghi di S. Croce e Morto — e si è disteso sul piano e sulle ondulate colline trevigiane tra Vittorio e Conegliano.

« Invece i geologi non sono punto d'accordo sul limite che i due rami hanno raggiunto nella massima espansione e sul sito in cui hanno costruito i loro anfiteatri, nulla lasciando dubitare che il ghiacciaio del Piave, dipendente da un bacino di raccoglimento così vasto, non abbia avuto un lungo periodo di sosta, caratterizzato da brevi oscillazioni, corrispondente a quello che agli altri ghiacciai del versante meridionale delle Alpi concesse di fabbricare quei pittoreschi anfiteatri morenici che formano dal Piemonte al Friuli il primo dolce gradino tra la pianura padana e veneta e le più umili propaggini prealpine dovute a forze orogenetiche.

« L'opinione più recente e più accreditata al riguardo è questa, che in una prima discesa i due rami del ghiacciaio del Piave abbiano raggiunto il mare Adriatico d'allora, nelle cui tepide acque scioglievano le loro fronti, e che nel periodo cosidetto degli anfiteatri si arrestassero alle chiuse di Quero e di Fadalto. Ma l'ipotesi di una massima espansione, per cui tutta la pianura trevigiana fosse ricoperta dal ghiaccio, non ha sinora trovato sufficiente appoggio dai fatti. Alle morene terminali che l' Hörnes accennò di aver veduto a Colle Umberto, non si prestò la dovuta fede e si ritenne invece che i materiali caotici sparsi quasi ovunque sulle colline a sud di Vittorio non fossero altro che l'effetto del rimestamento e dell'abrasione prodotta dallo strisciare della massa di ghiaccio sopra le puddinghe messiniane, che costituiscono per la massima parte quei colli. La presenza di massi erratici e di elementi eterogenei fra quelle ghiaie reputavasi dovuta a quella prima rapida e non ben definita escursione del ghiaccio fino al mare. E dapprima si pensò che l'anfiteatro, non ancora conosciuto, corrispondente ad un ghiacciaio così esteso si fosse formato in seno al mare. Ma quando il Rossi descrisse l'anfiteatro di Quero, si convenne generalmente e con ragione, che nel rispettivo periodo il ramo principale non scendesse oltre la chiusa omonima e che il materiale erratico disposto a gradinate sui fianchi del vallone di Belluno fosse il medesimo che avrebbe servito a costruire un grandioso anfiteatro se le condizioni orografiche locali non l'avessero impedito. Il ramo di Fadalto invece si considerava di poca importanza, perchè rimaneva, durante il periodo degli anfiteatri, rinchiuso quasi completamente in una stretta gola. Il Rossi in verità aveva osservato una serie di morene nella vallecola di Bello Stare, a Castello di S. Lorenzo, a C. Chiampo, a C. Piadera e sul fianco settentrionale del monte Stella specialmente a Castagnè, e parecchie cerchie nella valle di Mareno, che giudicò siccome l'anfiteatro del braccio di Fadalto.

« Ora, in seguito alle osservazioni fatte nello scorso settembre, posso affermare che questo ramo, avanzandosi nella valle di Mareno, si suddivise a sua volta in più braccia, mandando cioè diramazioni nella chiusa di Serravalle e nelle così dette forcelle di Nogarolo e di Tarzo. Ognuna di queste propaggini formò un piccolo anfiteatro, ma specialmente quella passante per Serravalle ha elevato un sistema morenico, la cui esistenza non fu per anco affermata, che non è molto inferiore per ampiezza a quelli di Iseo e di Rivoli (Verona) e senza dubbio superiore a quello dell'Astico.

« È sull'anfiteatro morenico di Vittorio che credo opportuno dire poche parole. Lo chiamo con tal nome perchè questa cittadina è il centro abitato maggiore della regione, giacente in una zona dominata da tutta la cerchia interna del grazioso apparato. Tanto più merita parlarne, perchè, quantunque in regione frequentatissima e facile a visitare, non colpì abbastanza l'occhio del geologo. Esso offre un esempio tipico ed istruttivo del genere e per la sua piccolezza permette di essere esaminato in una sola giornata e di venir facilmente abbracciato collo sguardo nel suo complesso.

« La pianura da cui si innalza è percorsa dal fiume Meschio e dal torrente Cervada. La elevazione di essa sul mare oscilla fra 140 metri a Vittorio e 60 metri circa, ove si hanno le morene frontali più avanzate.

« I due corsi d'acqua scorrono attraverso il piano dell'anfiteatro, pochissimo approfonditi fra terrazzi, per cui sinora in nessun punto mi fu dato osservare la costituzione del *Diluvium* che deve sottostare alle morene.

« La cerchia morenica più interna, che è anche la meglio conservata, è ampiamente divisa dai due corsi d'acqua in tre porzioni, ognuna delle quali è presso a poco rettilinea. La divisione, poi, è fatta in modo così simmetrico, che resta perfettamente individualizzata la morena frontale dalle due laterali.

« La frontale si innalza col punto culminante a 148 metri sul mare ovvero 55-65 metri circa sul sottostante *Diluvium*. La cerchia più interna, l'ultima formata, si estende tra le borgate di Mescolino e Posar, distanti fra loro all'incirca quattro chilometri. Si possono intravedere altre due morene terminali prima abbandonate, ma, sia per la irregolare distribuzione, sia per la successiva potente abrasione, risultano poco individualizzate fra loro.

« La morena più interna di sinistra è costituita da un cordone quasi rettilineo, che da oltre Anzano va sino a sud di Cappella Maggiore, mantenendosi senza interruzioni, ma degradando lentamente, per una lunghezza di quattro chilometri all'incirca. Il morenico continua più a monte fin sotto la Costa di Fregona, ove sale sino a 400 metri, ma si appoggia in lembi sottili sulle formazioni tortoniane, marine e lacustri. Dove il cordone è totalmente morenico, appoggiando come a Borgo S.ta Appollonia sul *Diluvium*, misura una potenza non minore di un centinaio di metri. Verso Cappella la morena va rapidamente diminuendo in altezza. Gli allineamenti più esterni da questo lato sono ancora da studiarsi, ma la carta topografica stessa rivela

che essi sono meno prolungati a valle, per cui la distanza tra i residui laterale sinistro e frontale della penultima cerchia è molto più grande di quella fra i due tratti corrispondenti della cerchia ultima formata.

« Il fianco destro della cerchia più interna è anch'esso continuo per circa quattro chilometri, cioè da Villa Col di Luna presso Cozzuolo a C. Colesello giacente a sud-est del villaggio di Scomigo, al punto in cui il torrente Cervada separa la morena laterale dalla frontale. A monte di Cozzuolo i lembi morenici poggiano su marne lacustri, che formano probabilmente il passaggio dal tortoniano al messiniano. Questo cordone è meno alto di quello opposto rispetto alla pianura, ma invece da questo lato dell' anfiteatro ho potuto osservare due altri allineamenti più esterni, i quali però, anzichè sulla pianura quaternaria, riposano sopra ondeggianti colli messiniani. L'uno va da Cozzuolo sino ad Ogliano ed è lungo non meno di cinque chilometri e mezzo; l'altro, ancora più esterno, estendesi da Villa Gentili a C. Rizzo ed è lungo altrettanto; però verso sud si presenta sotto forma di un semplice velo interrotto di terreno erratico in alcuni punti mancante, in altri ridotto solo a sparsi trovanti. Questi allineamenti sono un po' curvilinei con la concavità verso il piano di Vittorio.

« Sulle morene abbandonate dalle altre digitazioni di questa ingente porzione del ghiacciaio plavense, che si sono spinte per i punti più depressi verso la pianura trevigiana, troppo scarse particolarità avrei da aggiungere a quelle date dal Rossi, finchè non potrò presentare il rilievo geologico della regione nella scala di 1 a 25,000 sopra le tavolette dell' Istituto geografico militare, cui attendo durante l'autunno, ed in seguito al quale mi lusingo di procacciarmi un documento meno incerto sulle traccie lasciate dai ghiacciai in questa amena contrada.

« Ora mi parrebbe superfluo intrattenermi sul carattere particolare delle morene di questo anfiteatro, che hanno in ogni dettaglio l'apparenza di quelle del sistema del Tagliamento. Aggiungerò solo che i massi erratici più grossi, i quali generalmente non superano uno o due metri di lunghezza, per lo più costituiti di arenarie mioceniche strappate dai colli dei dintorni di Serravalle, si incontrano con una certa frequenza. Facendosene però uso siccome materiali da costruzione, vanno continuamente scemando. In un trovante di parecchi metri cubi, in gran parte sepolto nel terreno, tra C. Gera e C. Campo dell'Orto presso Scomigo, si aprì addirittura una piccola cava di pietra. Per cui la rapida scomparsa di questi irrefragabili testimoni del periodo glaciale indica la erezione di nuove case di campagna e perciò la floridezza crescente di questa fertile contrada. I ciottoli, anche piccoli, di rocce cristalline sono molto rari. Qualcuno dei grossi massi è di roccia eocenica o secondaria ».

Botanica. — *Ricerche anatomiche ed istogeniche sulla Phytolacca dioica.* Nota del dott. O. Kruch, presentata dal Corrisp. R. Pirotta.

« Dal Martins che per primo fin dal 1855 avvertì e descrisse alcune particolarità sulla struttura del fusto della *Phytolacca dioica* fino ai nostri giorni, parecchi autori si sono occupati dello studio anatomico di questa pianta. Due particolarità hanno in special modo attirata la loro attenzione; la presenza cioè di fasci fibro-vascolari nel midollo e l'accrescimento in spessore del fusto determinato dalla formazione di cerchie sopranumerarie. Abbondano però le notizie contradditorie dovute in parte al non aver sempre gli autori tenuto conto delle variazioni nella struttura che si verificano nel presente caso nei differenti individui e nelle differenti regioni di una stessa pianta. Restava quindi un campo aperto a nuove ricerche e sono appunto i risultati principali di uno studio sulla struttura e lo sviluppo del fusto e delle foglie di questa pianta, che mi permetto di riunire nella presente Nota. Esse riguardano in special modo il decorso dei fasci fibro-vascolari dalle foglie nell'asse, l'inserzione dei rami, la struttura primaria del fusto avanti la formazione della prima cerchia sopranumeraria, la costituzione dei complessi midollari, il luogo di origine ed il modo di apparizione della prima cerchia sopranumeraria [1].

« La distribuzione dei fasci fibro-vascolari del picciolo fogliare considerata sopra una sezione trasversale fatta in vicinanza alla sua inserzione sull'asse, è diversa secondo che si considerano i cotiledoni, le prime foglie della piantina che si inseriscono al di sopra dei cotiledoni, le foglie grandi normali e quelle a lembo meno esteso ed a sezione del picciolo più ristretta, che per lo più si sviluppano verso la fine del periodo vegetativo e che io, per brevità, chiamerò tardive. Nel picciolo dei cotiledoni si osserva un complesso mediano, manifestamente risultante dall'unione di due fasci fibro-vascolari e lateralmente ad esso due piccoli fascetti laterali; nelle prime foglie vegetative il complesso mediano è costituito da tre fasci ben distinti gli uni dagli altri. Il confronto tra sezioni trasversali di piccioli appartenenti alle prime foglie di una determinata piantina ci permette di concludere che procedendo dai cotiledoni alle foglie soprastanti i cordoni laterali vanno gradatamente avvicinandosi al complesso mediano. Nelle foglie grandi normali il numero dei cordoni fibro-vascolari che si trovano sopra una sezione trasversale del picciolo in vicinanza alla sua inserzione sull'asse che lo porta, è maggiore che nei cotiledoni e nelle prime

[1] Il lavoro particolareggiato, col corredo di opportuni disegni, è in corso di stampa e sarà pubblicato fra breve nell'Annuario del R. Istituto Botanico di Roma.

foglie della piantina; quivi non è più possibile una distinzione tra i cordoni costituenti il complesso mediano e quelli laterali, perchè l'intiero sistema di fasci fibro-vascolari è riunito in un unico complesso disposto ad arco. Nelle foglie tardive si nota la presenza ai lati del complesso mediano di due o più fasci laterali, il che ci indica una tendenza al frazionamento dell'unico complesso di fasci fibro-vascolari che si osserva nel picciolo delle foglie grandi.

« Il decorso dei cordoni fibro-vascolari dal picciolo delle foglie nell'asse che le porta, il loro passaggio nella cerchia e nella maggioranza dei casi anche nel midollo, si esplica nel modo più semplice nell'inserzione dei cotiledoni. Quivi i due cordoni laterali si fondono col complesso mediano durante il breve tratto da essi percorso nella corteccia della piantina e ne risulta un unico cordone che entra a far parte della cerchia dell'asse ipocotile. I cordoni fibro-vascolari delle prime foglie della piantina possono passare tutti nella cerchia e mantenersi in essa, oppure una parte può rimanere nella cerchia, l'altra passare nel midollo. Quando le tracce fogliari si mantengono esclusivamente nella cerchia si può considerare come caso tipico il seguente: i piccoli cordoni laterali del picciolo fogliare si fondono nel loro tragitto attraverso la corteccia del fusticino coi rispettivi laterali del complesso mediano in modo che nella cerchia entrano tre cordoni, uno mediano e due laterali. Nel caso nel quale una parte delle tracce fogliari passa nel midollo, il cordone mediano si fa midollare, mentre i cordoni laterali rimangono nella cerchia. L'inserzione delle foglie grandi avviene tipicamente per mezzo di quattro cordoni che rimangono nella cerchia e di un complesso di fasci, risultante del mediano del sistema fibro-vascolare del picciolo e due più piccoli laterali, che passano nel midollo. Nelle foglie tardive i cordoni che rimangono nella cerchia sono superiori a quattro, per lo più il doppio, ed il complesso che passa nel midollo è della stessa costituzione che nelle altre foglie. Ne viene quindi che le tracce delle foglie sono rappresentate nella cerchia da un numero di fasci che può variare da due ad otto per ciascuna, nel midollo da un sol cordone, nelle prime foglie della piantina, nelle altre da un complesso risultante comunemente di tre fasci. È pure da notarsi che le tracce fogliari che rimangono nella cerchia che ci rappresentano la continuazione dei cordoni laterali del complesso che costituisce il sistema fibro-vascolare del picciolo, non sono sempre di egual numero e potenza per ciascun lato, in altri termini che non sempre sono rispettate le leggi della simmetria.

« Per quanto riguarda l'inserzione dei rami sull'asse principale, ed in linea generale degli assi di ordine meno elevato su quelli di ordine superiore. è da notarsi che all'ascella di ogni foglia si inseriscono due gemme delle quali quella più vicina all'asse è la più sviluppata, e quella che comunemente si sviluppa in ramo, perchè l'altra nella maggior parte dei casi abortisce. Nei rametti fioriferi però si inserisce all'ascella di ciascuna foglia una sola gemma. L'inserzione dei rami avviene normalmente per mezzo di tracce che sono

continuazione dei cordoni della cerchia del ramo che si inserisce; nessun fascio midollare passa dal midollo del ramo inserentesi a quello del ramo che lo porta.

« La struttura primaria del fusto, avanti il formarsi del primo cambio sopranumerario, non offre nulla di particolare. I cordoni midollari risultano come lo dimostra lo studio del decorso dei fasci dalle foglie nell' asse che le porta, del fascio fogliare mediano e di due laterali più piccoli, in modo che ciascuno di essi ci rappresenta un complesso di fasci. Il fascio mediano, quello cioè che presenta un gruppo tracheale più grande, è orientato normalmente.

« L'epoca nella quale comincia ad apparire la prima cerchia sopranumeraria, calcolata in base al grado di differenziazione al quale sono arrivati i tessuti costituenti i fasci fibro-vascolari della cerchia normale, non è costante in tutti i rami; essa subisce delle variazioni a seconda dell'epoca nella quale si vanno sviluppando i rami; primaticcia in quelli primaverili, è tardiva in quelli che si sviluppano più tardi verso la fine del periodo vegetativo. La sua apparizione non è contemporanea sopra tutta la periferia di una data sezione trasversale, ma si mostra in relazione coll' inserzione della foglia.

« I singoli fasci che costituiscono le cerchie sopranumerarie risultano di xilema e di floema di costituzione corrispondente a quelli della cerchia normale. Il parenchima che si trova tra una cerchia e l' altra, può variare riguardo alla quantità e riguardo alla natura delle pareti degli elementi che lo compongono. Esse sono per lo più sottili e non lignificate, mentre sono leggermente ispessite e lignificate le pareti degli elementi che formano i raggi parenchimatici che scorrono tra un fascio e l'altro di ciascuna cerchia.

« Il tessuto centrale dei complessi midollari corrisponde alla zona di tessuto parenchimatoso che si trova nella cerchia normale periferica verso la fine della differenziazione primaria ed avanti la formazione del primo cambio sopranumerario, all'indentro dell' anello meccanico che costituisce lo strato più esterno del cilindro centrale. Nei complessi midollari non àvvi alcun elemento rappresentante dell'anello meccanico periferico del cilindro centrale; ma si produce spesso una sclerificazione degli elementi parenchimatici che costituiscono il tessuto centrale, nel quale di regola non si manifesta alcuna attività generativa. È pure da ricordarsi che la produzione di floema e xilema a spese del cambio normale è inferiore nei complessi midollari che nei fasci della cerchia normale periferica.

« Dallo studio dello sviluppo fatto sopra giovani piantine e sopra gemme laterali e terminali in via di sviluppo risulta, che tanto nei complessi midollari quanto nei fasci della cerchia i primi elementi che raggiungono la loro differenziazione dal cordone di procambio sono tubi cribrosi e relative cellule annesse; essi si trovano nei fasci della cerchia al margine esterno del cordone procambiale, nei complessi midollari al centro del cordone di procambio. La differenziazione dei tubi cribrosi procede verso l'interno, come al solito, nei

fasci della cerchia, dal centro verso la periferia nei complessi midollari. I tubi cribrosi primi differenziati si obliterano in seguito all'accrescimento in lunghezza dell'organo, e col progredire dello sviluppo finiscono a scomparire del tutto tra le pareti degli elementi parenchimatici tra i quali si trovavano sparsi in origine. L'obliterazione e scomparsa dei tubi cribrosi procede gradatamente dall'esterno verso l'interno nei fasci della cerchia, dal centro verso la periferia nei complessi midollari, man mano che si vanno differenziando nuovi tubi cribrosi e si continua fino all'epoca nella quale le prime trachee hanno raggiunto la loro differenziazione. La regione quindi che si osserva tra il fleoterma e la zona dei tubi cribrosi attivi alla fine o verso la fine della differenziazione della struttura primaria e che risulta di uno strato di elementi fibrosi e di parecchi strati di cellule parenchimatiche, in uno dei quali si formerà il cambio destinato alla formazione della prima cerchia sopra numeraria, come pure il tessuto omogeneo che occupa il centro dei complessi midollari, conteneva in origine dei tubi cribrosi colle relative cellule annesse. Essa quindi si deve ritenere in base alla sua origine non solo come differenziatisi dal procambio, ma come appartenente alla porzione cribrosa, poichè vi si trovavano in una data epoca del suo sviluppo dei tubi cribrosi, i quali sono appunto gli elementi caratteristici della porzione cribrosa. Il tessuto centrale dei complessi midollari corrisponde perfettamente riguardo all'origine all'anello fibroso ed agli strati parenchimatici sottostanti ».

Botanica. — *Sopra alcune particolarità morfologiche, istologiche e biologiche dei Cyathophorum.* Nota del dott. U. Brizi, presentata dal Corrispondente Pirotta.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi annuncia che ai due Socî stranieri Hermite e Pasteur in occasione del loro 70° anniversario, vennero inviate felicitazioni ed augurî in nome dell'Accademia; e dà comunicazione dei ringraziamenti che dai due Socî sopranominati pervennero.

Lo stesso Presidente partecipa inoltre la perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio straniero Riccardo Owen, mancato ai vivi il 19 dicembre 1892; apparteneva il defunto Socio alla Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali sino dal 2 dicembre 1883.

Il Socio Capellini legge la seguente Commemorazione del Socio Owen.

« Il 19 decembre 1892, a Sheen Lodge nel Parco di Richmond, spegnevasi il nestore dei nostri colleghi stranieri, il valentissimo anatomico, il sommo paleontologo, Sir Riccardo Owen.

« Nato a Lancaster il 20 giugno del 1804, intraprese gli studi di Medicina nella celebre università di Edimburgo e a ventidue anni si addottorò nel Collegio dei Chirurghi in Londra, ove fissò la sua dimora per esercitarvi la Chirurgia. In quello stesso anno, essendo dissettore presso il celebre professore Abernethy, che primo ne apprezzò il talento per la Anatomia, esordì con un lavoro sui calcoli della vessica. Frattanto il Governo aveva acquistato pel Collegio dei Chirurghi le collezioni di Giovanni Hunter e allorchè nel 1828 si pensò di catalogarle e di utilizzarle con letture che ne facessero apprezzare la grande importanza, Abernethy designò il suo allievo R. Owen come la persona più adatta a disimpegnare quell'ufficio, spendendovi le ore di libertà.

« Conservatore del Museo del Collegio dei Chirurghi, in *Lincoln's-Ennfields* era allora Guglielmo Clift e anche dall'Owen si sapeva che avrebbe avuto per successore il figlio; ma allorchè questi per grave disgrazia morì improvvisamente e all'Owen fu riservato il mesto ufficio di annunciare alla famiglia amica la grande sventura, il vecchio Clift si fece promettere che avrebbe occupato il posto del figlio e che più non si sarebbe allontanato dal museo.

« Nel 1830 venne in luce la prima parte del Catalogo del Museo Hunteriano; in quello stesso anno alla Società zoologica di Londra R. Owen lesse il suo bel lavoro sulla Anatomia dell'*Ourang-Outang* e dal 1830 al 1832, con una trentina di altre pubblicazioni, si rivelò grande anatomico e distinto zoologo. Di quelle pubblicazioni merita di essere ricordata la bellissima Monografia nel *Nautilus pompilius* con stupendi disegni che attestano della valentia dell'Owen anche come artista; e poichè la parola artista mi è caduta dalla penna, accennerò che l'illustre scienziato fu anche distinto musicista, ciò che forse contribuì alla simpatia che ebbe sempre per l'Italia e per gli Italiani.

« Nel 1831 andò a Parigi per render visita a Giorgio Cuvier che aveva conosciuto a Londra, ove l'autore dell'opera immortale sulle *Ossa fossili* si era recato dopo la abdicazione di Carlo X. Pare che dalla visita al Museo del Giardino delle Piante e ai laboratorî di Cuvier e Valenciennes Owen tornasse a Londra profondamente impressionato, sentendosi attratto egli pure in modo particolare allo studio dei Vertebrati fossili.

« Aveva appena trent'anni allorchè scoprì la *Trichina spiralis* e fu eletto membro della Società Reale di Londra, della quale in seguito fu degnissimo Presidente.

« Nel 1835 fu chiamato a succedere a Carlo Bell nell'insegnamento della Fisiologia e della Anatomia comparata.

« Nel 1836 divenne genero di Clift e, dopo la morte del suocero ebbe anche la direzione del Museo del Collegio dei Chirurghi, continuando ad occuparsi del Catalogo al quale lavorò per circa trent'anni. Il Catalogo dei Mammiferi e Uccelli fossili fu pubblicato nel 1845 e in esso si trovano importantissime notizie sui *Dinornis* della Nuova Zelanda, sul *Mylodon robustus*, sul *Glyptodon claviceps*, sul *Nototherium* e sul *Diprotodon*.

« E mentre R. Owen, senza trascurare le lezioni disimpegnava con zelo e alacrità le gravi cure del museo Hunteriano, preparava il colossale classico lavoro sui denti dei Vertebrati (con 150 stupende tavole) del quale il celebre anatomico bolognese Antonio Alessandrini pubblicava pel primo un sunto prezioso e assai esteso in Bologna nei « Nuovi Annali delle Scienze naturali » (1).

« Ma quasi che tutto ciò non bastasse, accettava l'incarico di un corso di Paleontologia nella R. Scuola delle Miniere; e tra i primi ad apprezzare il vantaggio che l'Anatomia poteva ricavare dalla applicazione del microscopio nello studio dei tessuti, contribuiva efficacemente alla fondazione della Società microscopica di Londra.

« Sua Maestà la Regina Vittoria e il dotto Principe Alberto apprezzando la vasta dottrina e le belle qualità d'animo del prof. Owen, gli affidarono l'onorevole incarico di un corso di Storia naturale per il Principe ereditario; ma per la soverchia fatica, per tante lezioni, la sua salute finalmente ne ebbe a soffrire e nel 1856 rinunziando al Collegio dei Chirurghi fu nominato Presidente del Dipartimento di Storia naturale del Museo britannico di Londra. Succedendo al dott. E. Gray nell'alto ufficio e abbandonata la cattedra consacrò tutta la sua attività all'incremento della scienza e al maggiore sviluppo di quel grande Istituto, il primo per non dire l'unico nel suo genere.

« Dal modesto gabinetto del grande paleontologo escirono ogni anno numerose importantissime pubblicazioni, e arduo sarebbe di volerle, non dirò tutte ricordare, ma anche solo di accennarne le più rimarchevoli; le ultime a me note sono del 1887 e complessivamente raggiungono la cospicua cifra di oltre quattrocento.

« Meritano speciale attenzione, e non posso passarle in silenzio, le classiche monografie sui Rettili fossili del Cretaceo e del Lias d'Inghilterra pubblicate nei volumi della Società paleontografica di Londra, 1865-1877; quelle sui Rettili fossili dell'Africa, 1876; la paleontologia del *Megatherium*; la descrizione dello scheletro del *Mylodon robustus;* la illustrazione dei resti di mammiferi fossili raccolti da Darwin nella circostanza del viaggio dello *Beagle*, fra i quali gli avanzi del nuovo genere *Scelidotherium*.

« Il lavoro sull'Archetipo e le omologie dello scheletro dei vertebrati, quelli sull'Aye-Aye (*Chyromis*), sul Gorilla, sul Dodo, sull'Apterige e special-

(1) Owen R., *Odontography or a Treatise on the Comparative Anatomy of the Teeth.* ec. *in the Vertebrate Animals.* London, 1840-45. — Nuovi Annali delle Scienze nat. Serie 2ª, t. I. Bologna 1844 e seg. fino al 1883.

mente sull'uovo e sul pulcino di quel singolare uccello, sui *Dinornis* della Nuova Zelanda e sui giganteschi marsupiali fossili di Australia, sull'*Odontopteryx toliapicus* (uccello con denti), sull'anatomia del *Limulus polyphemus* e sull'*Archeopteryx lithographica*, basterebbero ad attestare la vastità della dottrina del primo Anatomico del Regno Unito che meritò di esser detto il Newton della Storia naturale.

« Sua Maestà la Regina Vittoria fino dal 1852 volendo offrire all'Owen il modo di curare la sua preziosa salute e di doversi necessariamente riposare, almeno per alcune ore, lontano dal Museo cui aveva consacrato la sua vita, gli concesse di abitare una graziosa villetta (Sheen Lodge) con laghetto e giardino, nel R. Parco di Richmond, e fino dalla mia prima visita a Londra, nel 1859, e in molte altre circostanze fino al 1887, sulle rive di quel laghetto ove gli agili daini venivano a specchiarsi, ebbi con l'amico dilettissimo le più interessanti conversazioni e ripetute prove della impareggiabile bontà sua per gli studiosi e della sua grande simpatia per il nostro paese.

« E a questo proposito mi sia permesso di qui ricordare che, con lettera affettuosissima del 24 settembre 1870, ossia il quarto giorno dell'entrata delle truppe italiane in Roma, R. Owen si congratulava per il felice compimento dei nostri voti, chiamando l'Italia « *Noble and intellectual Nation* ».

« Recandosi in Egitto per motivi di salute, più volte ebbe occasione di trattenersi in Bologna per ammirare i preziosi resti di vertebrati fossili dell'Istituto geologico e fu allora lietissimo di conoscere di persona il Calori, l'Ercolani e altri illustri colleghi di quell'antichissima Accademia delle Scienze, alla quale era ascritto fino dal 20 giugno 1847. Per la prima volta potè vedere in Bologna uno scheletro intero di *Scelidotherium*, genere di Megateride da lui fondato coi resti incompleti raccolti da Carlo Darwin nel 1833 a *Punta Alta* nel nord della Patagonia, e ne apprezzò non solo la importanza scientifica ma eziandio il valore commerciale, offrendo egregia somma se avessi voluto cedere pel Museo britannico quel raro fossile di mia assoluta proprietà e allora già quasi completamente restaurato.

« Del Sirenoide pliocenico, pel quale creai il nuovo genere *Felsinotherium* particolarmente si interessò, e nel suo lavoro sul *Prorastomus sirenoides* della Giammaica, dopo accurati confronti col fossile bolognese, riconosce giuste e accetta interamente le mie considerazioni sui rapporti dei Sirenoidi viventi e fossili (1).

« Anche in una Nota intorno a resti di un Sirenio (*Eotherium aegyptiacum*) nel calcare nummulitico di Mokattam parla del *Felsinotherium* (2) e per

(1) Owen R., *On Prorastomus sirenoides*, Ow. Part. II. Quarterly Journal of the Geological Society. Vol. XXX, p. 559. London, 1875.

(2) Owen R., *On Fossil evidence of a Sirenian Mammal* (*Eotherium aegyptiacum*, Ow.), *from the Nummulitic Eocene of the Mokattam Cliffs near Cairo*. Quart. Jour. of the Geol. Soc. Vol. XXXI, p. 100. London, 1875.

tutte le scoperte e per gli studi sui Cetacei e sui Rettili fossili, egli valentissimo in quella materia si espresse sempre con modi molto lusinghieri e con parole di incoraggiamento.

« Dopo una lotta di molti anni, nel 1872 avendo vinto tutte le difficoltà per la costruzione del nuovo Museo nazionale di Storia naturale a Kensington, lontano dal centro affumicato di Londra, con febbrile attività si occupò del trasporto delle preziose collezioni nel colossale sontuoso edifizio di *Cromwell Road* che occupa una superficie di quasi 7500 metri quadrati e non aspirò più ad altro che a veder compita un'opera per la quale si era tanto affaticato. Il Museo fu aperto al pubblico per la prima volta il lunedì di Pasqua del 1881 e in quel giorno vi furono circa 16,000 visitatori; però la sistemazione delle collezioni durò ancora assai tempo. In una lettera del 2 decembre 1883 Owen mi informava di aver ricevuto un telegramma di Sella col lieto annunzio della sua nomina a Membro della nostra Accademia (*Member of the ancient and honorable* Accademia R. dei Lincei) e mi esprimeva la sua contentezza di aver quasi compito la sistemazione delle collezioni di Zoologia, Paleontologia, Geologia, Botanica e Mineralogia nei nuovi e splendidi locali, aggiungendo che quel lavoro lo aveva piacevolmente occupato negli ultimi due anni [1].

« Il 31 di quello stesso mese R. Owen aveva mandato le sue dimissioni dall'ufficio di Direttore del Museo britannico di Storia naturale e la tessera di Linceo (*The valued Diploma in a Tabula aenea*), giunta poco dopo al suo indirizzo, *Cromwell Road*, ivi restò lungamente dimenticata e l'ebbe soltanto verso la fine del maggio 1884; del che lamentandosi, temendo di essere apparso scortese verso la famosa R. Accademia dei Lincei e il suo venerato Presidente, mi incaricava di informarne i Colleghi e di rinnovare le sue scuse.

« Fui a salutare il venerato maestro a Sheen Lodge il 27 agosto 1887; egli presentiva che quella era l'ultima nostra intervista; mi volle trattenere fino a tarda sera; mi donò le sue ultime pubblicazioni ed una delle ultime rose del suo giardino.

« Nel giugno 1888 l' *Alma Mater Studiorum* commemorando l'ottavo suo Centenario, su proposta delle Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, acclamava Dottore *Honoris caussa* Sir R. Owen e l'illustre vegliardo nobilmente fiero per sì alta onorificenza ringraziava con bellissima lettera latina del 26 luglio, tutta di suo pugno, aggiungendo particolari congratulazioni ed augurî per l'antico amico Rettore che immaginava al colmo della gioia e degli onori, avendo dimenticato che non vi ha rosa senza spine.

« Un uomo così grande e così buono come fu Sir Riccardo Owen avrebbe dovuto essere bene amato da tutti; ma forse tardi s'accorse che vivendo lungamente, se non altro, si disturbano le impazienti aspirazioni.

[1] Sua Maestà la regina gli aveva conferito la Commenda dell'Ordine del Bagno, col titolo di *Sir*.

« La freddezza degli avversarî ha impedito che le ceneri del grande Naturalista siano accolte nell'Abbazia di Wesminster per essere deposte presso quelle dei più illustri figli di Albione; il tempo farà giustizia!

« Ai funerali, il Granduca di Teck rappresentava la Famiglia Reale e Delegati di tutte le Società scientifiche di Inghilterra e di molte straniere accompagnarono la venerata salma da Sheen Lodge alla chiesa di Ham; ivi riposerà presso chi ebbe in vita lungamente sua diletta compagna.

« Una statua in marmo sarà innalzata a Sir R. Owen nel Museo di Storia naturale da lui creato ».

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna dà comunicazione del seguente elenco dei lavori presentati per concorrere al premio di S. M. il Re per la *Mineralogia* e *Geologia* scaduto il 31 dicembre 1892.

1. Bombicci Luigi. 1) *Le notevoli particolarità dei cristalli mimetici cubiformi di pirite gialla* (ms.). — 2) *Nuove ricerche sulla melanoflogite della miniera Giona presso Racalmuto in Sicilia* (st.). — 3) *Considerazioni sulle analogie di struttura mimetica fra la pirite, la boleite, la melanoflogite ed altre sostanze* (st.).

2. Rizzatti Ferruccio. 1) *Le specie minerali dei meteoriti* (st.). — 2) *Catalogo cronologico ragionato dei meteoriti visti cadere e scoperti dall'anno 1478 av. Cr. al 1888* (st.). — 3) *Le analisi al cannello ferruminatorio* (st.).

3. Sacco Federico. *I molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria.* Parti VIII-XII (st.).

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dagli accademici Ciamician, v. Helmholtz, Le Jolis, e dai signori Canovetti, Chiazzari, Giglioli, Omboni, Sacco; presenta inoltre il vol. V dei *Mathematical papers* del Socio straniero Cayley.

CORRISPONDENZA

Il Socio Cremona offre in dono all'Accademia, da parte del sig. Francesco Nicoli e degli altri eredi del prof. Gilberto Govi, varî manoscritti del compianto accademico, riguardanti alcuni codici di Leonardo da Vinci; e l'Accademia delibera che particolari ringraziamenti sian fatti ai donatori.

Il Segretario Blaserna partecipa che il sig. G. Vincenti ha inviato un suo piego suggellato, perchè lo si conservi negli Archivi accademici.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta dell'8 gennaio 1893.

Basevi A. e *Fritzsche G. E.* — La rappresentazione orografica a luce doppia, nella Cartografia moderna. Roma, 1892. 8°.

Benedict M. — Ueber die Benennungsfrage in der Schädellehre. Wien, 1892. 4°.

Bruck J. — Dritter Nachtrag zum Katalog der Bibliothek und Allg. Kartensammlung der Kgl. Ung. geol. Anst. 1889-1891. Budapest, 1892. 8°.

Cayley A. — The collected Mathematical Papers. Vol. V. Cambridge, 1892. 4°.

Chiazzari O. — Nuovo sistema di alimentare le caldaie delle locomotive. Torino, 1876. 4°.

Id. — Alimentation perfectionnée des Chaudrières à vapeur au moyen de la pompe-injecteur automatique. Turin, 1877. 4°.

Id. — Cenni sugli oggetti presentati alla Esposizione generale italiana di Torino per cura del Servizio materiale, strade ferrate dell'Alta Italia. Torino, 1884. 4°.

Id. — Le nostre Scuole di applicazione ed i loro allievi. Torino, 1884. 4°.

Id. — Notizie sullo stabilimento meccanico e di costruzioni navali Gio. Ansaldo e C. in Sampierdarena. Torino, 1884. 4°.

Id. — Regolamento per il servizio della utensileria nei grandi stabilimenti industriali. Torino, 1884. 4°.

Id. — Sulla conservazione del riso e del granturco ottenuta per mezzo di un forno essiccatorio ad azione continua. Torino, 1884. 4°.

Id. — Sul razionale ungimento delle macchine a vapore e sui mezzi per ottenerlo. Torino, 1884. 4°.

Id. — Istruzione tecnica alle officine circa l'impiego e la riparazione dei tubi bollitori nelle caldaie da locomotive. Torino, 1889. 8°.

Id. — Saggio di un forno perfezionato a temperatura costante per stufare bozzoli ecc. Torino, s. d. 4°.

Id., *Bottiglia* e *Pastoris.* — Progetti per sollevamento d'acqua dal Po. Torino, 1889. 4°.

Id., *Tovez* e *Tonta.* — Relazione di perizia sullo scoppio di una caldaia a vapore nello stabilimento Mazzucchetti a Torino. Torino, 1884. 4°.

Dei A. — Un caso di iniopia in un agnello neonato e considerazioni sullo sterno della pecora e anomalie relative. Siena, 1892. 8°.

Giglioli E. — Breve cenno sulla distribuzione geografica dell'emittero Halobates (Eschscholtz). Firenze, 1870. 8°.

Giglioli E. — Il Brasile nel 1876. Firenze, 1877. 8°.

Id. — Nuove notizie sui popoli Negroidi dell'Asia e specialmente sui Negriti. Firenze, 1879. 8°.

Id. — Ragazzi allevati e conviventi con lupi nell'Indostan. Firenze, 1882. 8°.

Id. — Alcuni cenni intorno al Dajak a proposito di un viaggio recente nell'interno di Borneo del sig. C. Bock. Firenze, 1883. 8°.

Id. — I thoidam (tamburi) e le kâng-ling (trombe) sacri del Tibet e del Sikim fatte con ossa umane. Firenze, 1884. 8°.

Id. — Notizie sugli indigeni delle isole Nicobar ecc. Firenze, 1885, 8°.

Id. — Di alcune maschere fatte colla porzione anteriore di crani umani in uso pei balli toberran ecc., e per altri riti mistici nell'isola di Birara (N. Bretagna). Firenze, 1887. 8°.

Id. — La moneta nella Melanesia. Firenze, 1887. 8°.

Id. — Note intorno ad alcuni oggetti interessanti in uso presso gl'indigeni dell'Australia occidentale. Firenze, 1887. 8°.

Id. — Note su due pipe singolari dell'America Boreale. Firenze, 1887. 8°.

Id. — Notizie etnografiche delle isole Nicobar. Firenze, 1887. 8°.

Id. — Note etnologiche dalle Isole Marchesi. Firenze, 1888. 8°.

Id. — Note intorno agli animali vertebrati raccolti da A. Boutourline e L. Traversi ad Assab e nello Scioa 1884-87. Genova, 1888. 8°.

Id. — Note on a singular Mask from Roissy Island N. E. New Guinea and queries on the lizard in the folk-lore of Australia. Leiden, 1888. 4°.

Id. — Ossa umane portate come ricordi o per ornamento e usate come utensili ed armi. Firenze, 1888. 8°.

Id. — La lucertola nell'etnologia della Papuasia, dell'Australia e della Polinesia. Firenze, 1889. 8°.

Id. — On a remarkable stone axe and a stone chisel in actual use amongst the Chamacocos of S. E. Bolivia. Leiden, 1889. 4°.

Id. — On a singular obsidian scraper used at present by some of the Galla tribes in southern Shoa. Leiden, 1889. 4°.

Id. — On a supposed new genus and species of Pelagic Gadvid fishes from the Mediterranean. London, 1889. 8°.

Id. — Ulteriori notizie intorno agli Akka dell'Africa centrale. Firenze, 1889. 8°.

Id. — Album von Celèbes-Typen circa 250 Abbildungen auf 37 Tafeln &. del dott. A. B. Meyer. Firenze, 1890. 8°.

Id. — Alcune notizie intorno agli Ariani primitivi detti « Siah Posh » abitanti il Kafiristan. Firenze, 1890. 8°.

Id. — Di alcuni strumenti litici tuttora in uso presso i Chamacoco del Chaco Boliviano. Firenze, 1890. 8°.

Id. — Maschere della Nuova Guinea e dell'Arcipelago Bismark ecc., illustrate dal dott. A. B. Meyer. Firenze, 1890. 8°.

Giglioli E. — Notes on a remarkable and very beautiful ceremonial stone adze from Kapsu New Ireland. Leiden, 1890. 4°.

Id. — Di un singolare tiki Maori fatto con un frammento di cranio umano. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Intorno ad una caverna abitata da gente preistorica nell'isola di Levanzo, Egadi, Sicilia. Firenze, 1891. 8°.

Id. — La estinzione degli Andamanesi. Firenze, 1891. 8°.

Id. — La etnologia delle isole Filippine. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Le Cerbottane. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Maschere fatte colla parte facciale di crani umani provenienti dal Yunca-Suyu, Perù. Firenze, 1891. 8°.

Id. — On two ancient peruvian masks made with the facial portion of human skulls. Leiden, 1891. 4°.

Id. — Rettifica a proposito di tre armi litiche ritenute per italiche. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Selci scheggiate da Bab-el-Muluk presso Tebe, Egitto. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sir Richard F. Burton. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Skull- masks in America. Leiden, 1891. 4°.

Id. — Una recente esplorazione dell'Honduras inglese e singolari stromenti ivi scoperti. Firenze, 1891. 8°.

Id. — An important archaeological collection formed in Central and South America, principally in Guatemala and Peru. Leiden, 1892. 4°.

Id. — Gli hei-tiki dei Maori della Nuova Zelanda. Firenze, 1892. 8°.

Id. — L'avigeografia. Rassegna introduttiva. S. l. e a. 4°

Id. e *Parkinson R.* — A ceremonial Stone adze from New Zeland. Leiden, 1892. 8°.

Id. e *Salvadori T.* — Brief notes on the fauna of Corea and the adjoining coast of Manchuria. London, 1887. 8°.

Id. id. — Due nuove specie di picchi raccolte durante il viaggio intorno al mondo della Pirofregata « Magenta ». Torino, 1885. 8°.

Id. id. — Due nuove specie di uccelli della Cocincina raccolte durante il viaggio della Pirofregata « Magenta ». Torino, 1885. 8°.

Id. id. — Uccelli raccolti durante il viaggio della Corvetta « V. Pisani » negli anni 1879, 1880 e 1881. Torino, 1884. 4°.

Id. e *Sommier S.* — Il dott. Finsch alla Nuova Guinea. Firenze, 1889. 8°.

Id. e *Zannetti A.* — Istruzioni per fare le osservazioni antropologiche ed etnologiche. Roma, 1880. 8°.

Grilli C. — Sull'anatomia dei Licheni. Jesi, 1892. 8°.

Heen P. de — Sur un état de la matière caractérisé par l'indépendence de la pression et du volume spécifique. Bruxelles, 1892. 8°.

Helmholtz H. von — Elektromagnetische Theorie der Farbenzerstreuung. Berlin, 1892. 8°.

Id. — Handbuch der Physiologischen Optik. VI Lief. Leipzig, 1892. 8°.

Lachi P. — Di un uovo umano mostruoso. Firenze, 1892. 8°.

Le Jolis A. — Du nom de genre Porella. Le Mans, 1892. 8°.

Martone M. — Il problema universale del Wronski e la risoluzione algebrica delle equazioni. Catanzaro, 1892. 4°.

Omboni G. — Achille de Zigno. Padova, 1892. 8°.

Renier D. A. — Alcune idee sulla sostanza organica che infestò le acque del mare Adriatico. Chioggia, 1872. 8°.

Id. — La materia che infestò il nostro golfo nel 1872 ricomparsa nel 1891. Chioggia, 1891. 8°.

Ricerche sperimentali eseguite nell'anno scolastico 1891-92 nel laboratorio di chimica generale della r. Università di Bologna diretto da G. Ciamician.

Sacco F. L'age des formations ophiolitiques récentes. Bruxelles, 1891. 8°.

Id. — Sopra un cranio di Tursiops Cortesii (Desm.) var. Astensis. Sacc. Torino, 1891. 8°.

Id. — I Molluschi dei terreni terziarî del Piemonte e della Liguria. P. XI-XII. Torino, 1892. 8°.

Id. — L'anfiteatro morenico del Lago Maggiore. 1892. 8°.

Id. — L'Appennino settentrionale (Parte centrale). Torino, 1891. 8°.

Id. — Quadro riassuntivo della costituzione geologica dell'Appennino settentrionale (Parte centrale). 1/2 f.°

Sheridan Lea A. — The Chemical basis of the animal body. London, 1892. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 22 gennaio 1893.

A. Messedaglia Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Su di una estensione della configurazione delle 10 rette della superficie di 5° ordine a quintica doppia.* Nota di Ernesto Pascal, presentata dal Socio Cremona.

« Nel lavoro fondamentale da me pubblicato negli Annali di Matematica (*Rappresentazione geometrica delle caratteristiche di genere 3 e 4*, Annali v. XX) io ho considerato le caratteristiche di genere 3 e di genere 4, e in lavori seguenti mi sono poi occupato di sviluppare tutto quello che discendeva dalla considerazione delle caratteristiche di genere 3, e quindi ho studiato le tangenti doppie della quartica piana (1), le rette della superficie di 3° ordine (2), ecc.

« Ora vogliamo passare a fare qualcuna delle considerazioni analoghe pel genere 4, e allora potremo studiare configurazioni che saranno da ritenersi come estensioni delle precedenti.

(1) *Sulle 315 coniche coordinate alla curva piana del 4° ordine.* (Lincei, dic. 1892, genn. 1893).

(2) *Saggio sul gruppo delle sostituzioni fra le 27 rette della superficie di 3° ordine e sui gruppi ad esso isomorfi.* Annali v. 20; vedi anche varie comunicazioni nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo, anni 1892-93.

« Così in luogo delle 315 coniche *coordinate* alla curva piana di 4° ordine, si avranno 32130 quadriche *coordinate* alla sestica storta di genere 4, e in luogo delle 27 rette della superficie di 3° ordine, si ha una configurazione di 119 piani nello spazio a 4 dimensioni.

« Abbiamo poi già altra volta avuto occasione di ricordare la dipendenza che c'è fra le rette della superficie di 3° ordine, e quelle della superficie di 4° ordine a conica doppia, e quelle della superficie di 5° ordine a quintica doppia. Se si sopprime una delle 27 rette di S_3 insieme a tutte quelle che la incontrano, le 16 rette rimanenti sono precisamente nella medesima configurazione che quelle della superficie di 4° ordine a conica doppia, e se di queste ultime 16 se ne sopprime una insieme a quelle che la incontrano, le 10 rimanenti formano esattamente la medesima configurazione che le 10 della superficie di 5° ordine con una quintica doppia.

« Ora qui ci proponiamo di considerare la estensione di queste 10 ultime rette. Troveremo che esse si estendono in una configurazione di 36 piani nello spazio a 4 dimensioni, e il gruppo delle sostituzioni fra questi 36 piani è *isomorfo* col gruppo delle 27 rette di S_3.

« Nel corso di questa Nota supporremo naturalmente che il lettore abbia presenti tutte le considerazioni da noi già svolte nella Memoria fondamentale succitata.

§ 1. — Preliminari.

« Il gruppo delle sostituzioni fra le caratteristiche *prime* di genere 4 possiede 136.96.10! sostituzioni (1), ed esso è doppiamente transitivo nelle caratteristiche dispari perchè la somma di due caratteristiche *prime* dà una caratteristica *elementare* ed il gruppo di monodromia è transitivo nelle caratteristiche elementari (2).

« Quindi se noi, senza tener più conto delle caratteristiche pari, consideriamo il sottogruppo che lascia fissa una delle 120 caratteristiche dispari, troviamo che esso è ancora transitivo nelle 119 caratteristiche rimanenti. — Tal sottogruppo ha per ordine 136.8.9!, e se, come abbiamo fatto pel genere 3, immaginiamo che ad ognuna di queste caratteristiche corrisponda un piano nello spazio a 4 dimensioni, e interpretiamo come proprietà stereometriche di questi piani le proprietà di parità o disparità degli aggruppamenti di caratteristiche dispari, abbiamo una configurazione che sarà da ritenersi come la estensione di quella delle 27 rette di S_3, e tali piani (pei risultati della nostra Mem. I) saranno rappresentabili in maniera analoga a quella con cui

(1) Mem. I, § 23.
(2) Id. § 3.

si rappresentavano le 27 rette di S_3, cioè con i piani che congiungono a tre a tre 10 punti fondamentali (escluso uno solo di essi). È necessario però spiegare qui in che maniera bisogna interpretare le proprietà stereometriche dei piani. Naturalmente non faremo che generalizzare quello che abbiamo già trovato per le rette di S_3, cioè diremo che tre piani (dello spazio a 4 dimensioni) formano uno spazio a tre dimensioni quando i loro piani rappresentativi formano col piano fisso una quaterna-zero (1), e quindi diremo che due di quei piani si incontrano (in una retta) quando è possibile trovarne un terzo che coi due e col piano fisso formi una quaterna-zero o, ciò che è lo stesso, quando essi col piano fisso dànno una terna dispari. Due piani formeranno un assieme *gobbo* quando saranno rappresentati da due che col piano fisso dieno una terna *pari*.

« È facile vedere allora, dato uno dei 119 piani, quanti formano con esso coppia gobba, e quanti no.

« Se x è il numero dei piani che col dato formano una coppia gobba, esso sarà ancora il numero di tutte le terne *pari* di caratteristiche dispari, aventi due dati piani fissi. Ma il numero di tutte le terne pari è 28.40.136 (2), dunque deve essere:

$$\frac{120 \,.\, 119 \,.\, x}{2 \,.\, 3} = 28 \,.\, 40 \,.\, 136$$

e quindi $x = 64$.

« Onde possiamo dire che ogni piano ne incontra (in una retta) altri 54 e non ne incontra (in una retta) 64.

« L'assieme di questi 64 piani è una configurazione che, come si capisce, può ritenersi come la estensione di quella delle 16 rette della superficie di Clebsch, le quali sono precisamente (nella loro configurazione) quelle 16 rette che non incontrano una delle 27 della superficie di 3° ordine. Vediamo ora uno di questi 64, quanti altri non ne incontra. Evidentemente la quistione si ridurrà a ricercare, data una terna pari, quanti piani vi si possono aggiungere in maniera che la quaterna così formata non abbia terne dispari.

« Teniamo presenti le considerazioni del § 15 della citata Mem. I e immaginiamo che la terna pari data sia del tipo V, e sia per esempio:

$$(123) \quad (124) \quad (125);$$

(1) V. Mem. I, § 15 e 27.

(2) Id. § 15. — Prendiamo questa occasione per notare che nella fig. 18ª della Mem. I è capitato un equivoco. Bisogna ivi scambiare fra loro i due tipi indicati con VII, VIII per uniformarsi alla trattazione del testo.

allora i piani che hanno la detta proprietà saranno:

(345) in numero di 1
(126) » » » 5
(167) » » » 20
(678) » » » 10;

in tutto sono dunque 36; possiamo dire dunque che ognuno dei 64 piani di cui si è parlato ne incontra 27 di essi, e non incontra gli altri 36. Il gruppo delle sostituzioni fra i 64 piani è di ordine 9.8.8.8.6!

« Se togliamo uno di questi piani e gli altri 27 che lo incontrano si ha un assieme di 36 piani nello spazio a 4 dimensioni, la cui configurazione potrà ritenersi come la estensione di quella delle 10 rette della superficie di 5° ordine a quintica doppia. L'ordine del gruppo di sostituzioni fra questi 36 piani è 72.6! cioè esattamente quello del gruppo delle 27 rette della superficie di 3° ordine. Dimostreremo che i due gruppi sono isomorfi.

§ 2. — Gruppo di sostituzioni fra i 36 piani dello spazio a 4 dimensioni.

« Abbiamo già detto nel § precedente che i 36 piani di cui parliamo sono rappresentati da tutti quelli che con una data terna *pari* formano una quaterna non contenente terne *dispari*. Ci conviene di assumere qui per terna *pari* fondamentale una del tipo I (fig. 18ª della Mem. I), e propriamente quella dei tre piani:

(123) , (134) , (146).

Vediamo allora quali sono i 36 piani. — Tenendo presenti le solite considerazioni del § 15 della Mem. cit., tali piani sono:

« 1) il piano (234);

« 2) i 15 piani passanti pel punto (1) e per due punti fra gli altri sei punti restanti;

« 3) i 20 piani passanti per 3 punti dei sei restanti.

« Il gruppo che lascia fisso uno dei 36 piani p. es.: (234) ha evidentemente per ordine 2 . 6!. Ora evidentemente se noi permutiamo in 6! modi i punti 5, 6, 7, 8, 9, 10, si avranno altrettante sostituzioni che lasciano fissi i 4 piani del tetraedro (1234) e che quindi apparterranno al nostro sottogruppo.

« Occorre ora che ci ricordiamo di un'osservazione interessante fatta alla fine del § 18 della cit. Mem.

« Abbiamo visto che in generale una sostituzione del gruppo delle caratteristiche di genere 4 è rappresentata dal passaggio di un sistema di Noether di 10 caratteristiche pari ad un altro analogo [1], e inoltre nel

[1] Mem I, § 23.

citato § 18 abbiamo poi visto che se si ha un sistema di Noether, e se ne staccano sei caratteristiche, e ad ognuna di queste si sostituisce la somma delle altre cinque, allora le sei nuove caratteristiche pari così formate insieme alle quattro lasciate inalterate, formano daccapo un sistema di Noether. Onde siccome i dieci punti fondamentali della rappresentazione, costituiscono precisamente un sistema di Noether, si ha che fra le sostituzioni del gruppo di monodromia vi saranno quelle ricavate col separare quattro dei punti dagli altri sei e col sostituire ad ognuno di questi sei, il gruppo degli altri cinque.

« Ora se facciamo questo nel nostro caso, col separare i 4 primi punti dagli ultimi sei, è evidente che il tetraedro resta ancora fisso, e chiamando σ una siffatta sostituzione, e unendola colle 6! sostituzioni già trovate, si hanno dunque 2.6! sostituzioni per le quali il tetraedro (1234) è fisso. Ma abbiamo già detto che tante appunto debbono essere tutte le sostituzioni che lasciano fisso uno dei 36 piani, dunque in tal maniera siamo venuti a costruire assai facilmente il gruppo delle sostituzioni che lasciano fisso il piano (234).

« È facile vedere che effetto hanno tutte queste sostituzioni sugli altri 35 piani.

« Prima di tutte queste sostituzioni permutano sempre un piano della classe 2) in uno della medesima classe, e così per un piano della classe 3). Inoltre la sostituzione σ non altera un piano della classe 2), e riunisce a due a due i piani della classe 3), cioè muta p. es. il piano (567) nel piano (8910) e viceversa.

« Ora si può vedere che questo sottogruppo è isomorfo con quello che lascia fissa una delle 36 bisestuple gobbe delle rette della superficie di 3° ordine. Infatti sappiamo che assegnati 8 punti che chiameremo:

$$(a) \quad (b) \quad (5) \quad (6) \quad (7) \quad (8) \quad (9) \quad (10)$$

una delle 36 bisestuple è rappresentata dalle 12 rette:

$$\begin{array}{cccccc} (a\ 5) & (a\ 6) & (a\ 7) & (a\ 8) & (a\ 9) & (a\ 10) \\ (b\ 5) & (b\ 6) & (b\ 7) & (b\ 8) & (b\ 9) & (b\ 10) \end{array}$$

e le sostituzioni che lasciano fissa questa bisestupla sono rappresentate dalle 6! permutazioni dei 6 ultimi punti, accompagnate dallo scambio di due punti (a) (b).

« Ora ricordando la formazione delle altre 35 bisestuple si può subito riconoscere che *per esse* lo scambio dei punti (a) (b) è equivalente all'operazione σ di cui abbiamo parlato cioè all'operazione di sostituire a ciascuno degli ultimi sei punti, l'assieme dei cinque punti complementare, perchè infatti lo scambio dei punti (a) (b) lascia inalterate 15 delle bisestuple, e raccoglie a due a due le altre 20.

« Possiamo dunque asserire che il gruppo dei 36 piani è isomorfo con quello delle 36 bisestuple, e quindi è isomorfo con quello delle 27 rette di S_3.

« In questa occasione, mi piace di ricordare, fra le configurazioni il cui gruppo è isomorfo con quello delle 27 rette, quella studiata dal Witting generalizzando in un certo senso la configurazione di Hesse (1). Egli trova una configurazione di 360 punti e 360 piani, che corrispondono rispettivamente alle 360 biterne gobbe, e alle 360 coppie di bisestuple associate (2).

§ 3. — Proprietà della configurazione dei 36 piani.

« Dalle cose dette avanti risulta che la configurazione dei 36 piani è simile a quella delle 36 bisestuple gobbe da noi già studiate altrove, e di cui esponemmo brevemente i risultati, nella citata Nota II, all'Istituto Lombardo.

« Quindi ne ricaviamo che tutti i teoremi da noi altra volta trovati, opportunamente interpretati ci daranno teoremi relativi alla nostra nuova configurazione.

« Bisognerà però prima fissare in che senso bisogna interpretare quei teoremi; cioè a quali piani corrispondono due bisestuple aventi quattro rette comuni, e a quali piani due bisestuple aventi sei rette comuni (associate).

« Ora ripigliando la notazione del § precedente si vede che rispetto al piano (234) gli altri 35 si separano in $15 + 20$, e uno dei primi 15 forma terna *dispari* con due piani qualunque di quelli del tetraedro (1234) (§ 15 della Mem. I) mentre uno dei 20 piani forma terna *pari* con due qualunque di quelli del tetraedro.

« Per ciò che abbiamo detto nel § 1 possiamo dunque concludere che ogni piano ne incontra (in una retta) altri 15, e incontra in un punto (non in una retta) gli altri 20.

« Possiamo anche dire che gli assiemi di bisestuple, da noi chiamati assiemi di 2ª categoria (3) corrispondono ad assiemi *gobbi* di primi (nello spazio a 4 dimenzioni) e gli assiemi di 1ª categoria corrispondono ad assiemi *non gobbi*.

(1) Witting, *Ueber eine der Hesseschen Configuration analoge Configuration im Raume*. Diss. Gott. 1887; v. anche Math. Ann. 29.

(2) V. mia Nota II nell'Istituto Lombardo (Nov. 1892). — Le 18 rette di una coppia di bisestuple associate si possono separare in 3 biterne gobbe, intendendo per *biterna gobba* un assieme di due terne gobbe di rette, tali che ogni retta di una terna incontri tutte quelle dell'altra. Questa separazione può farsi in varî modi, ma ce ne è uno speciale in riguardo alla formazione delle bisestuple.

(3) V. Nota II nei Rendiconti dell'Istituto Lomb. 1892.

« Interpretando dunque in questa nuova configurazione alcuni teoremi già da noi trovati, possiamo dire:

« Esistono 360 coppie gobbe di piani.

« Esistono due diverse specie di terne gobbe di piani; una terna della « prima specie è caratterizzata dalla proprietà che non esiste un altro piano « formante con essa un assieme gobbo; mentre rispetto ad una terna di « 2ª specie ve ne sono quattro di tali piani. Vi sono 120 terne di 1ª specie « e 1080 di 2ª specie.

« Vi sono 1080 quaterne gobbe di piani, di una specie sola.

« Ognuna di esse individua un ultimo piano e si ha una quintina gobba; « queste quintine sono in numero di 216.

« Non esistono assiemi gobbi oltre le quintine.

« Vi è un sol piano che incontra (in una retta) tutti quelli di una quin- « tina gobba.

« Esistono 135 quaterne di piani incontrantisi a due a due in una retta « (tetraedri).

« Esistono 24 piani che incontrano (in una retta) due delle facce del « tetraedro, e incontrano in un punto solo le altre due. Non esistono piani « che incontrano in una retta tutti quelli di un tetraedro, o che incontrino « solo *una* delle facce, o solo *tre* delle faccie di un tetraedro.

« Esistono 8 piani gobbi con tutte le quattro facce di un tetraedro, e « questi 8 piani formano a loro volta in una sol maniera altri due tetraedri. « Di tali terne di tetraedri ve ne sono dunque 45, che corrispondono ai 45 « piani tritangenti formati colle 27 rette di S_3.

§ 4. — Radici dell'equazione di 27mo grado.

« Si sa che la risolvente di ordine più basso, di un'equazione il cui gruppo è isomorfo con quello delle 27 rette di S_3 è un'equazione di 27mo grado (1). Ora ci si presenta il problema di costruire le radici di questa equazione mediante i 36 piani della configurazione. La ricerca corrisponde a trovare come si esprimono, nel gruppo delle 27 rette, le radici dell'equazione di 27mo grado, mediante le bisestuple, e avremmo potuto fare questa ricerca quando abbiamo studiata la configurazione delle bisestuple.

« Nel § precedente siamo giunti a costruire le radici dell'equazione di 45mo grado mediante i 36 piani; ognuna di quelle radici corrisponde a tre certi tetraedri.

« Se ora queste ultime radici le raccogliamo opportunamente a cinque a cinque abbiamo le richieste radici dell'equazione di 27mo grado.

(1) Jordan, *Substitutions*. p. 316.

« Secondo la notazione del § 2 uno dei tetraedri di cui si è parlato alla fine del § 3, è formato di quattro piani:

$$(234) \quad (156) \quad (178) \quad (1910) \qquad (a^{\mathrm{I}})$$

ed a questo sono poi coordinati altri due tetraedri le cui facce sono sempre gobbe con ciascuna di queste quattro.

« Evidentemente esistono altri *due soli* tetraedri contenenti le prime due facce di questo e sono:

$$(234) \quad (156) \quad (179) \quad (1810) \qquad (a^{\mathrm{II}})$$
$$(234) \quad (156) \quad (1710) \quad (189) \qquad (a^{\mathrm{III}})$$

e ve ne sono poi altri *due* contenenti le ultime due facce e sono:

$$(178) \quad (1910) \quad (578) \quad (5910) \qquad (a^{\mathrm{IV}})$$
$$(178) \quad (1910) \quad (678) \quad (6910) \qquad (a^{\mathrm{V}})$$

« Ad ognuno di questi tetraedri ne sono coordinati altri due nella solita maniera, e due di questi p. es. a^{II} a^{IV} non sono coordinati fra loro perchè il piano (178) non è gobbo con (179) e così di seguito. Questi tetraedri a due a due o hanno due facce comuni o nessuna. Si può verificare che collo stesso metodo partendo dai tetraedri coniugati ad (a^{I}) si giunge a quelli coniugati rispettivamente a (a^{II}) (a^{III}) (a^{IV}) (a^{V}).

« In questa maniera dunque le terne di tetraedri si riuniscono a 5 a 5 e danno $\frac{45.3}{5} = 27$ aggruppamenti.

« Per costituire dunque le radici dell'equazione di 27mo grado si deve procedere così: si considera una delle 45 terne di tetraedri, e si separano le facce di un tetraedro in $2 + 2$; si costruiscono i due altri tetraedri che hanno con quello in comune le due prime facce, e i due tetraedri che hanno con quello in comune le due altre facce, e di questi quattro si costruiscono i coniugati. Una funzione simmetrica delle cinque terne di tetraedri così ottenuti, rappresenta una radice dell'equazione di 27mo grado ».

Matematica. — *Dei sistemi di coordinate atti a ridurre la espressione del quadrato dell'elemento lineare di una superficie alla forma* $ds^2 = (U + V)(du^2 + dv^2)$. Nota del prof. G. Ricci, presentata dal Socio Beltrami.

« 1. Posto

$$\varphi = \Sigma_{rs}\, a_{rs}\, dx_r\, dx_s\,,$$

sia $\sqrt{\varphi}$ una espressione propria del quadrato dell'elemento lineare di una superficie e si designino con $a^{(rs)}$ i coefficienti della forma reciproca $a\,\varphi$ (1). Un sistema semplicemente infinito di linee tracciate sopra questa superficie o sopra una qualunque delle superficie ad essa applicabili può essere definito mediante un sistema di equazioni differenziali della forma

$$\Sigma_q\, a_{rq} \frac{dx_q}{ds} = \chi_r\,,$$

purchè χ_1 e χ_2 soddisfacciano alla equazione

$$1) \qquad \Sigma_{rs}\, a^{(rs)}\, \chi_r\, \chi_s = 1.$$

Dato in fatti il sistema di linee e fissate per queste le loro direzioni positive, è determinato un sistema semplice covariante χ_r, che soddisfa alle (1), e viceversa, dato un tale sistema, è determinato un sistema semplicemente infinito di linee e sono anche fissate le direzioni positive di queste. Chiamerò questo sistema di linee così determinato sistema χ_r, e il sistema semplice covariante χ_r sarà il suo *sistema coordinato*. Considerando poi il sistema delle traiettorie ortogonali alle linee χ_r ne intenderò fissate le direzioni positive in modo che stiano alle χ_r stesse come l'asse delle y a quello delle x e ne designerò con $\bar{\chi}_r$ il sistema coordinato.

« Se λ e ϱ sono dei parametri qualunque dei sistemi χ_r e $\bar{\chi}_r$ e si scelgono opportunamente i segni di $\Delta_1\lambda$ e $\Delta_1\varrho$ si dimostrano facilmente le identità

$$\chi_r = \frac{1}{\Delta_1\varrho}\frac{d\varrho}{dx_r}\,, \qquad \bar{\chi}_r = \frac{1}{\Delta_1\lambda}\frac{d\lambda}{dx_r}\,.$$

« Se si designano con ds e δs rispettivamente gli elementi lineari delle linee χ_r e $\bar{\chi}_r$, con γ e (γ) le loro curvature geodetiche in uno stesso punto della superficie, con G la curvatura assoluta di questa, con df e δf le va-

(1) A schiarimento di alcune locuzioni e notazioni, di cui farò uso in questa Nota, vedasi il mio *Résumé de quelques travaux* ecc., nel fascicolo di Giugno 1892 del *Bulletin* del sig. Darboux.

riazioni di una funzione qualunque f dovute agli incrementi ds e δs si ha, come è noto, l'identità

$$2) \qquad \frac{d(\gamma)}{ds} - \frac{\delta\gamma}{\delta s} + \gamma^2 + (\gamma)^2 + G = 0.$$

Se poi si pone

$$\chi_{rs} \equiv D_\varphi(\chi_r),$$

se cioè con χ_{rs} si rappresentano gli elementi del sistema doppio covariante derivato dal sistema semplice χ_r secondo la forma fondamentale φ, si hanno le identità

$$3) \qquad \chi_{rs} = \overline{\chi}_r \left(\gamma\chi_s + (\gamma)\overline{\chi}_s \right).$$

« 2. La condizione di isotermia dei due sistemi χ_r e $\overline{\chi}_r$ sopra considerati può ridursi, come è noto, alla forma

$$\frac{d\gamma}{ds} + \frac{\delta(\gamma)}{\delta s} = 0.$$

Verificata questa condizione, il sistema semplice

$$\nu_r = \gamma\overline{\chi}_r - (\gamma)\chi_r$$

risulta delle derivate di una funzione ν rispetto alle χ_r. Del pari i sistemi semplici

$$\lambda_r = e^\nu \overline{\chi}_r, \quad \varrho_r = e^\nu \chi_r$$

risultano delle derivate di due funzioni λ e ϱ, che sono precisamente i parametri isometrici delle linee χ_r e $\overline{\chi}_r$. Il sistema $\overline{\chi}_r$ può esprimersi algebricamente pel sistema χ_r e quindi si conclude che

« Noto il sistema coordinato d'un sistema di linee isoterme, se ne può « ottenere il parametro isometrico con semplici quadrature ».

« 3. Se esiste un sistema di variabili u e v capace di ridurre la espressione di φ alla forma

$$(U + V)(du^2 + dv^2),$$

U e V essendo funzioni rispettivamente di u e di v soltanto, dirò che il sistema di coordinate (uv) sulle superficie, il cui elemento lineare è espresso da $\sqrt{\varphi}$, è un sistema isotermo di Liouville.

« Perchè due sistemi ortogonali di linee χ_r e $\overline{\chi}_r$ tracciati sopra una « superficie costituiscano un sistema isotermo di Liouville, è necessario e « sufficiente che siano soddisfatte le condizioni

$$4) \qquad \frac{d\gamma}{ds} + 3\gamma(\gamma) = 0, \qquad \frac{\delta(\gamma)}{\delta s} - 3\gamma(\gamma) = 0 \text{ ».}$$

La condizione di isotermia sopra riferita è evidentemente conseguenza di queste.

« 4. Mi sono proposto il seguente problema:

« Data una espressione dell'elemento lineare di una superficie, stabilire « le condizioni necessarie e sufficienti perchè sulla superficie stessa e quindi

« su tutte le superficie ad essa applicabili esista almeno un sistema isotermo « di Liouville e, verificate queste condizioni, determinare tutti i sistemi iso- « termi di Liouville, di cui la superficie è dotata ».

« Indicherò sempre con $\sqrt{\varphi}$ la espressione dell'elemento lineare, di cui si tratta; con G la curvatura totale della superficie. Pel teorema del § 3 il problema proposto equivale a ricercare se ed in quanti modi è possibile soddisfare alle equazioni (1), (2), (3) e (4), in cui tutte le funzioni sono incognite, eccettuati i coefficienti di φ e quindi G.

« Introducendo una indeterminata α, si può sostituire alla equazione (2) il sistema equivalente

$$') \qquad \frac{\delta\gamma}{\delta s} = \frac{1}{2}(\alpha + G) + (\gamma)^2, \quad \frac{d(\gamma)}{ds} = \frac{1}{2}(\alpha - G) - \gamma^2.$$

Queste, assieme alle (4), ci dànno le derivate prime delle funzioni incognite γ e (γ) espresse in funzione della incognita α e di G. Eliminando le derivate stesse si perviene alle equazioni

$$5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d(\alpha + G)}{ds} + 2(\gamma)\left\{4\left(\gamma^2 + (\gamma)^2\right) + G + 3\alpha\right\} = 0 \\ \dfrac{\delta(\alpha - G)}{\delta s} + 2\gamma \quad \left\{4\left(\gamma^2 + (\gamma)^2\right) + G - 3\alpha\right\} = 0 \end{array} \right.$$

e da queste, eliminando ancora le derivate di α e ponendo

$$G_{rs} \equiv D_{\varphi\varphi}(G),$$

si ottiene la equazione

$$6) \qquad 5\left\{(\gamma)\frac{\delta G}{\delta s} - \gamma\frac{dG}{ds}\right\} + \Sigma_{pq}\, G_{pq}\frac{dx_p}{ds}\frac{\delta x_q}{\delta s} = 0.$$

« Se G è costante, questa equazione si riduce ad una identità, il sistema di equazioni a derivate parziali di 1° ordine, che comprende le (1), (2′), (3), (4) e (5) è incondizionatamente integrabile, ed il suo sistema integrale generale contiene quattro costanti arbitrarie [1]. Si perviene così al seguente teorema del resto già noto

« Sopra ogni superficie a curvatura costante esiste un numero ∞^4 di si- « stemi isotermi di Liouville ».

« 5. Ora supporrò G variabile, designerò con k_r e $\bar{k}_r$ i sistemi coordinati delle linee G = costante (che chiamerò anche semplicemente linee G) e delle loro traiettorie ortogonali, le cui direzioni positive supporrò stiano a quelle delle linee G, come le linee $\bar{\chi}_r$ stanno rispetto alle χ_r. Rappresentando al solito con Δ_2 G il parametro differenziale di 2° ordine di G preso considerando φ come forma fondamentale, si ha, come è noto,

$$\Delta_2 G = \Sigma_{rs}\, a^{(rs)}\, G_{rs}.$$

[1] Vedasi: Lie, *Theorie der Transformationsgruppen*, Erster Abschnitt, Kapitel 10.

Si hanno pure le identità

$$\Delta_1 \mathrm{G}.g = -\Sigma_{pq} \mathrm{G}_{pq} \frac{d'x_p}{d\sigma} \frac{d'x_q}{d\sigma}, \quad \Delta_1 \mathrm{G}.(g) = -\Sigma_{pq} \mathrm{G}_{pq} \frac{d'x_p}{d\sigma} \frac{\delta'x_q}{\delta\sigma},$$

in cui $d\sigma$ e $\delta\sigma$ rappresentano gli elementi lineari delle linee k_r e $\overline{k}_r$, d' e δ' le variazioni dovute agli incrementi $d\sigma$ e $\delta\sigma$. Da esse e dalla precedente, posto

$$2\Delta_1 \mathrm{G}.h = \Delta_2 \mathrm{G},$$

si traggono le

$$\frac{1}{\Delta_1 \mathrm{G}} . \mathrm{G}_{rs} = ha_{rs} - (h+g)(k_r k_s - \overline{k}_r \overline{k}_s) - (g)(k_r \overline{k}_s + \overline{k}_r k_s).$$

Coll'aiuto di queste la equazione (6) si riduce alla forma

$$6') \qquad 5 \{ (\gamma) \cos \psi + \gamma \operatorname{sen} \psi \} = (h+g) \operatorname{sen} 2\psi + (g) \cos 2\psi,$$

designandosi con ψ l'angolo, che le linee G fanno colle linee χ_r. Supponendo $\psi = 0$ o $\psi = \pi$, e quindi $(\gamma) = (g)$ o $(\gamma) = -(g)$ dalle (6') si trae $(g)=0$, donde si conclude che, se si suppone che le linee G facciano parte di un sistema isotermo di Liouville, ne segue che esse sono anche parallele. Dunque

« Sopra le superficie a curvatura totale variabile G, che non sono ap-
« plicabili sopra delle superficie di rotazione, le linee G non fanno mai parte
« di un sistema isotermo di Liouville ».

« 6. In vece delle due funzioni incognite γ e (γ) legate fra loro dalla relazione (6') introduco ora una sola funzione incognita μ sostituendo alla equazione stessa il sistema equivalente

$$5\gamma = (g + h - \mu) \cos \psi - (g) \operatorname{sen} \psi$$
$$5(\gamma) = g \cos \psi + (g + h - \mu) \operatorname{sen} \psi.$$

Si possono allora stabilire direttamente le equazioni

$$\mathrm{I}) \qquad 5 \frac{d\psi}{dx_r} = (4g - h + \mu \cos 2\psi) k_r + (4(g) - \mu \operatorname{sen} 2\psi) \overline{k}_r$$

e le condizioni necessarie e sufficienti perchè:

1° Questo sistema di equazioni sia integrabile;

2° Tra i valori di ψ, che vi soddisfanno, ne esista almeno uno tale che il corrispondente sistema di linee χ_r appartenga ad un sistema isotermo di Liouville.

« Posto

$$7) \qquad p = \frac{\delta' h}{\delta\sigma} - gh - 4\mathrm{G}, \quad q = \frac{d'h}{d\sigma} + h(g)$$

$$\mathrm{A} = 4(g+h)^2 + 6(g)^2 + 25\mathrm{G} - 10 \frac{\delta'(g+h)}{\delta\sigma}$$

$$\mathrm{B} = -2(g)(g+h) - 10 \frac{\delta'(g)}{\delta\sigma}$$

si perviene così alle equazioni

$$\text{II)}\quad \begin{cases} \dfrac{d'\mu}{d\sigma} = \left(p - \dfrac{2}{5}\mu^2\right) \operatorname{sen} 2\psi - q \cos 2\psi + \dfrac{3}{5}(g)\,\mu \\ \dfrac{d'\mu}{\delta\sigma} = q \operatorname{sen} 2\psi + \left(p - \dfrac{2}{5}\mu^2\right) \cos 2\psi - \dfrac{3}{5} g\mu + \dfrac{2}{5} h\mu \end{cases}$$

ed alla

$$\text{III)}\qquad 14\,(g)\,\mu = \mathrm{A} \operatorname{sen} 2\psi + \mathrm{B} \cos 2\psi.$$

Finalmente, eliminando le derivate di μ tra le (II), si perviene alla equazione

$$\text{IV)}\qquad 14\,q\mu = \mathrm{A}' \operatorname{sen} 2\psi + \mathrm{B}' \cos 2\psi\,,$$

nella quale si è posto

$$\mathrm{A}' = 6\left(pg + q\,(g)\right) - 4ph + 5\left(\frac{\delta' p}{\delta\sigma} - \frac{d' q}{d\sigma}\right)$$

$$\mathrm{B}' = 6\left(p\,(g) - qg\right) + 4qh - 5\left(\frac{d' p}{d\sigma} + \frac{\delta' q}{\delta\sigma}\right).$$

« 7. Poichè, come si dimostra facilmente, si ha

$$8)\qquad -2q = \frac{d' g}{d\sigma} + \frac{\delta'(g)}{\delta\sigma}\,,$$

le superficie applicabili sopra una superficie di rotazione sono caratterizzate dalle equazioni

$$(g) = q = 0$$

ed è facile verificare che il sistema di equazioni (I), (II), (III) e (IV) è in questo caso soddisfatto per $\psi = 0$ e $\mu = h - 4g$ e quindi che le linee G fanno parte di un sistema isotermo di Liouville.

« Prescindendo da questa soluzione, la equazione (III) si riduce in questo caso alla $\mathrm{A} = 0$ e siccome si ha pure (§ 1)

$$9)\qquad \frac{\delta' g}{\delta\sigma} = g^2 + \mathrm{G}$$

e per le (7) ed (8)

$$\frac{d' g}{d\sigma} = \frac{d' h}{d\sigma} = 0\,,$$

questa ci dà

$$10)\qquad \frac{\delta' h}{\delta\sigma} = \frac{3}{2}\mathrm{G} + \frac{2h\,(2g + h) - 3g^2}{5}$$

e quindi

$$11)\qquad p = -\frac{5}{2}\mathrm{G} + \frac{h\,(2h - g) - 3g^2}{5}$$

e

$$\frac{d' p}{d\sigma} = 0.$$

« La equazione (IV) si riduce quindi alla $A' = 0$, cioè alla

$$5 \frac{d'p}{\delta\sigma} = 2p\,(2h - 3g),$$

la quale confrontata colla (11) diventa

$$\text{A)} \qquad 25\Delta_1 G = 3\,(2h - 3g)\left(5G + 2g\,(g + h)\right)$$

ed è facile convincersi che la (10) è una conseguenza di questa. Concludiamo che:

« La condizione necessaria e sufficiente perchè sopra una superficie a « curvatura totale variabile G, su cui le linee G sono insieme parallele ed « isoterme, e che è quindi applicabile sopra una superficie di rotazione, esistano « dei sistemi isotermi di Liouville, oltre a quello, di cui fanno parte le linee G, « è data dalla (A). — Verificata questa condizione, il numero dei sistemi « cercati è ∞^2 e questi si ottengono tutti integrando il sistema incondizio- « natamente integrabile, che risulta delle (I) e (II) dopo avervi posto $q = (g) = 0$ « e per p il valore dato dalla (11) ».

« 8. Se si suppone soltanto $(g) = 0$, si hanno ancora le (9) e (10), mentre la (7) e la (8) dànno

$$12) \qquad \frac{d'g}{d\sigma} = -2q\,, \quad \frac{d'h}{d\sigma} = q.$$

Eliminando le derivate di g e di h tra tutte queste equazioni si perviene alle relazioni

$$5 \frac{\delta' q}{\delta\sigma} = 15\,gq = (21\,g - 4h)\,q$$

e quindi, escludendosi ora il caso di $q = 0$, alla

$$2h = 3g\,,$$

la quale è in contraddizione colle (12). Dunque

« Le superficie a curvatura totale G variabile e sulle quali le linee G « sono parallele, ma non isoterme, non ammettono alcun sistema isotermo di Liouville ».

« 9. Dal confronto delle equazioni (III) e (IV) risulta che

« Se le equazioni

$$qA = (g)\,A', \qquad qB = (g)\,B'$$

« non sono identicamente soddisfatte, le superficie, il cui elemento lineare è « espresso da $\sqrt{\varphi}$ e che si suppongono non applicabili sopra delle superficie « di rotazione, ammettono al più un sistema isotermo di Liouville, se tale « è il sistema doppio ortogonale, per cui l'angolo ψ, che uno dei due sistemi « di linee, che lo compongono, fa colle linee G, soddisfa alla equazione

$$\{\, qA - (g)\,A' \,\}\, \text{sen}\, 2\psi + \{\, qB - (g)\,B' \,\}\, \cos 2\psi = 0 \text{ ».}$$

« Di questo teorema diamo alcuni corollari.

« Si supponga dapprima $q = 0$ e $(g) \lesseqgtr 0$. Avremo

$$A' = 6pg - 4ph + 5\frac{\delta' p}{\delta\sigma}$$

e poichè, come risulta eliminando tra le (7) le derivate di h, si ha in questo caso

$$\frac{d'p}{d\sigma} = -2(g)(p + 4G) \tag{13}$$

avremo anche

$$B' = 8(g)(2p + 5G).$$

Non può dunque essere $B' = 0$, se non si ha

$$2p = -5G$$

e quindi

$$\frac{d'p}{d\sigma} = 0$$

e per la (13) $G = 0$. Dunque in questo caso la equazione, che, secondo il teorema precedente, determina la tangente di 2ψ, non può essere identicamente soddisfatta e possiamo concludere che

« Le superficie, per cui le linee G sono isoterme e non parallele ammet-
« tono al più un sistema isotermo di Liouville, se tale è il sistema doppio
« ortogonale, per cui la tangente dell'angolo 2ψ è determinata dalla equazione

$$\left(6pg - 4ph + 5\frac{\delta' p}{\delta\sigma}\right) \operatorname{sen} 2\psi + 8(g)(2p + 5G)\cos 2\psi = 0 \text{ ».}$$

« In secondo luogo supponiamo che $\sqrt{\varphi}$ rappresenti l'elemento lineare di una superficie a curvatura media costante. Se questa è data ed eguale a c è perciò necessario e sufficiente che si abbia [1]

$$\Delta_2 \log(G - c^2) = 4G.$$

Tenendo conto di questa, la equazione, che determina la tangente di 2ψ, si riduce ad una forma semplicissima, e ne risulta che pel teorema del § 6 essa non può mai essere identicamente soddisfatta. Abbiamo così che

« Se $\sqrt{\varphi}$ è una espressione dell'elemento lineare di una superficie a
« curvatura media costante non applicabile sopra una superficie di rotazione,
« su tale superficie esiste tutt'al più un sistema isotermo di Liouville se
« tale è quello, per cui la tangente dell'angolo 2ψ è determinata dalla
« equazione

$$(h + g) \operatorname{sen} 2\psi + (g)\cos 2\psi = 0 \text{ ».}$$

[1] Vedasi la Memoria del prof. Padova, *Sulla teoria generale delle superficie*, letta alla R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna il dì 27 aprile 1890.

« Confrontando poi questa equazione colla (6′) si perviene alla

$$(\gamma) \cos \psi + \gamma \operatorname{sen} \psi = 0 ,$$

nella quale, ricordando i significati di γ, (γ) e ψ, si legge una notevole proprietà dei sistemi isotermi di Liouville sulle superficie, di cui ci occupiamo.

« 10. Se le equazioni

$$qA = (g) A' , \qquad qB = (g) B'$$

sono identicamente soddisfatte, le equazioni (III) e (IV) coincidono e, supponendo $(g) \lessgtr 0$, la (III) determina μ. Se questo valore di μ è tale che soddisfi identicamente alle (II), quando per le derivate di ψ si pongano i valori dati dalle (I), le (I) stesse, in cui per μ siasi sostituito l'accennato valore, costituiscono un sistema incondizionatamente integrabile, il cui integrale generale ammette una costante arbitraria.

« Ora, posto

$$14(g) P = A , \qquad 14(g) Q = B$$

$$C = 5 \frac{d'P}{d\sigma} - 5p + 2Q (h - 4g) + P \left(2P - 3 (g)\right)$$

$$D = 5 \frac{d'Q}{d\sigma} + 5q - 2P (h - 4g) + Q \left(2P - 3 (g)\right)$$

$$C' = 5 \frac{\delta'P}{\delta\sigma} - 5q - 8 (g) Q + P (2Q + 3g - 2h)$$

$$D' = 5 \frac{\delta'Q}{\delta\sigma} - 5p + 8 (g) P + Q (2Q + 3g - 2h) ,$$

se si eseguiscono le accennate sostituzioni nel sistema (II), si perviene alle equazioni

$$14) \left\{ \begin{array}{l} C \operatorname{sen} 2\psi + D \cos 2\psi = 0 \\ C' \operatorname{sen} 2\psi + D' \cos 2\psi = 0. \end{array} \right.$$

Abbiamo dunque che

« Le condizioni necessarie e sufficienti perchè esistano infiniti sistemi di « Liouville sopra una superficie a curvatura totale variabile G, su cui le « linee G non sono parallele, sono date dalle equazioni

$$C = D = C' = D' = 0 .$$

« Verificate queste, la superficie è dotata di un numero semplicemente in- « finito di sistemi isotermi di Liouville, i quali si ottengono integrando il « sistema di equazioni (I) dopo avervi sostituito per μ il valore dato dalla « equazione (III). In questo sistema, che è incondizionatamente integrabile, « la funzione incognita ψ rappresenta l'angolo, che le linee di uno dei due « sistemi ortogonali costituenti il sistema isotermo di Liouville fa colle « linee G ».

« 11. Se, essendo sempre soddisfatte le equazioni

$$qA = (g)\,A', \qquad qB = (g)B',$$

non sono soddisfatte tutte le equazioni

$$C = D = C' = D' = 0\,,$$

sulle superficie, di cui $\sqrt{\varphi}$ rappresenta l'elemento lineare, esisterà al più un sistema isotermo di Liouville. Perchè un tale sistema esista dovrà però essere soddisfatta la equazione

$$CD' - C'D = 0\,,$$

e verificata questa condizione il sistema di Liouville, se esiste, sarà quello, per cui la tangente dell'angolo 2ψ è determinata da una qualunque delle equazioni (11).

« 12. Quando, come nei casi considerati nei §§ 9 e 11, si ha una equazione in termini finiti, che determina la tangente di 2ψ, per 2ψ si può prendere uno qualunque dei valori corrispondenti compresi tra o e π, e le χ_r di uno dei due sistemi di linee, che costituiscono il sistema isotermo di Liouville, se questo esiste, sono date dalle equazioni

$$\chi_r = \cos\psi\, k_r - \operatorname{sen}\psi \overline{k_r}\,,$$

Da queste si possono dedurre le espressioni delle curvature geodetiche γ e (γ) e secondo il teorema del § 3, si potrà verificare, anche senza conoscere le equazioni in termini finiti delle linee χ_r e $\overline{\chi_r}$, se esse costituiscono o meno un sistema isotermo di Liouville.

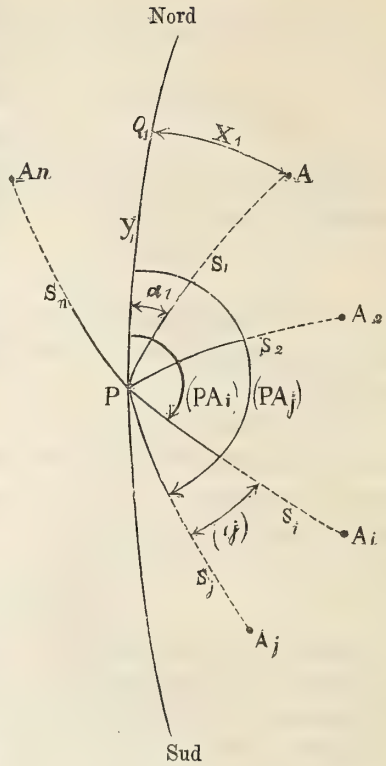
« Tanto poi in questi casi, come in quello considerato nel § 10, determinato l'angolo ψ e quindi il sistema coordinato delle linee χ_r, se queste e le $\overline{\chi_r}$ costituiscono un sistema isotermo di Liouville, i loro parametri isometrici si potranno ottenere (§ 2) con semplici quadrature ».

Geodesia. — *Collegamento della specola geodetica di S. Pietro in Vincoli cogli Osservatorî astronomici del Collegio Romano e del Campidoglio.* Nota di V. Reina, presentata dal Socio Cremona.

« Se s_1 ed α_1 sono le coordinate geodetiche polari del punto A_1 rispetto al punto P, le sue coordinate geodetiche rettangolari, per valori di s_1 inferiori a 500000 m., sono definite dalle formole [1]:

$$1)\quad \begin{cases} X_1 = s_1 \operatorname{sen}(\alpha_1 - \varepsilon) \qquad Y_1 = s_1 \cos(\alpha_1 - 2\varepsilon) \\ 3\varepsilon = s_1^2 \dfrac{\operatorname{sen}(\alpha_1 - \varepsilon)\cos(\alpha_1 - 2\varepsilon)}{2\varrho N \operatorname{sen} 1''}\,, \end{cases}$$

[1] Cfr. Giunta Superiore del Catasto, *Istruzione per i lavori trigonometrici.* Roma 1889. — Nicodemo Jadanza, *Guida al calcolo delle coordinate geodetiche.* Torino 1891.



intendendo con ϱ ed N i valori del raggio di curvatura del meridiano e della gran normale nel punto P dell'ellissoide terrestre. Con 3ε si rappresenta quindi l'eccesso sferico del triangolo geodetico $A_1 P Q_1$. — Considerando le grandezze $\frac{s_1}{\varrho}\frac{s_1}{N}$ come piccole del 1° ordine, e trascurando le grandezze piccole del 4° ordine, dalle formole precedenti si ricavano le inverse:

$$s_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = X_1 \left(1 + \frac{Y_1^2}{6\varrho N}\right)$$

$$s_1 \cos \alpha_1 = Y_1 \left(1 - \frac{X_1^2}{3\varrho N}\right),$$

le quali permettono di calcolare le coordinate geodetiche polari, quando siano date le rettangolari.

« Allo scopo di determinare la variazione dell'azimut α_1, che corrisponde ad uno spostamento dell'estremo P della geodetica, si pongano le ultime relazioni sotto la forma:

$$2) \quad \begin{cases} s_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = (X_1 - X) \left\{ 1 + \dfrac{(Y_1 - Y)^2}{6\varrho N} \right\} \\ s_1 \cos \alpha_1 = (Y_1 - Y) \left\{ 1 - \dfrac{(X_1 - X)^2}{3\varrho N} \right\}, \end{cases}$$

cioè si introducano le coordinate XY dell'estremo P, supponendo trasportata l'origine in una posizione qualunque, ma *prossima* al punto P. Per meglio precisare questa restrizione, si noti che le coordinate XY si possono considerare come piane, con un errore relativo inferiore ad $\frac{1}{200000}$, ogniqualvolta il punto P cade entro il cerchio geodetico descritto con raggio eguale a 24 chilometri intorno all'origine, come centro [1]. In questa ipotesi, e dentro i limiti della suddetta approssimazione, sarà dunque pienamente legittima la sostituzione sopra effettuata.

« Dalle 2) si ricava, a meno di quantità piccole del 4° ordine:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{X_1 - X}{Y_1 - Y} \left\{ 1 + \frac{(X_1 - X)^2}{3\varrho N} + \frac{(Y_1 - Y)^2}{6\varrho N} \right\}.$$

[1] Cfr. N. Jadanza, op. cit., pag. 20.

« Se ora si suppone che le coordinate XY subiscano le variazioni dX dY, e si differenzia logaritmicamente questa equazione, si ottiene:

$$d\alpha_1 = \frac{\operatorname{sen}\alpha_1 \cos\alpha_1}{\operatorname{sen} 1''}\left(-\frac{dX}{X_1 - X} + \frac{dY}{Y_1 - Y} - 2\mu\frac{X_1 - X}{3\varrho N}dX - \mu\frac{Y_1 - Y}{3\varrho N}dY\right)$$

dove la variazione $d\alpha_1$ si suppone espressa in secondi, e con μ si rappresenta il modulo dei logaritmi decimali. Gli ultimi due termini fra parentesi sono in ogni caso trascurabili di fronte ai primi, ed eliminando ancora $\operatorname{sen}\alpha_1$ $\cos\alpha_1$ per mezzo delle 2), si otterrà:

$$d\alpha_1 = -\frac{Y_1 - Y}{s_1^2 \operatorname{sen} 1''}\left[1 - \frac{(X_1 - X)^2}{3\varrho N} + \frac{(Y_1 - Y)^2}{6\varrho N}\right]dX +$$
$$+\frac{X_1 - X}{s_1^2 \operatorname{sen} 1''}\left[1 + \frac{(Y_1 - Y)^2}{6\varrho N} - \frac{(X_1 - X)^2}{3\varrho N}\right]dY$$

ossia, dentro i limiti dell'approssimazione finora conservata,

$$3)\quad d\alpha_1 = -\frac{\cos\alpha_1}{s_1 \operatorname{sen} 1''}\left(1 + \frac{s_1^2 \cos^2\alpha_1}{6\varrho N}\right)dX + \frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{s_1 \operatorname{sen} 1''}\left(1 - \frac{s_1^2 \operatorname{sen}^2\alpha_1}{3\varrho N}\right)dY.$$

« Se si vuole che l'errore relativo, che si commette trascurando i due termini correttivi, non ecceda $\frac{1}{100000}$ basterà che sia:

$$\frac{s^2}{3\varrho N} < \frac{1}{100000}$$

ossia:

$$s < 35000 \text{ m.}$$

« Ora anche nell'ipotesi sfavorevole che dX dY siano così grandi da produrre una variazione di $10'$ nell'azimut, sarebbe $\frac{10'}{100000} = 0''.006$, quantità inferiore agli errori di osservazione, quindi per distanze inferiori a quella precedentemente definita e per variazioni dell'azimut inferiori a $10'$ sarà lecito ridurre la 3) alla forma semplice:

$$4)\qquad d\alpha_1 = -\frac{\cos\alpha_1}{s_1 \operatorname{sen} 1''}dX + \frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{s_1 \operatorname{sen} 1''}dY,$$

e questa è la solita formola valida nel caso delle coordinate piane [1].

« Il limite massimo di $10'$ precedentemente supposto nella variazione dell'azimut è affatto irraggiungibile nelle ordinarie questioni geodetiche: se si suppone che tale variazione non superi i $5'$ e si vuole che l'ammontare dei termini correttivi non ecceda $0''.01$ basterà che sia:

$$s < 64000 \text{ m.}$$

e la 4) diverrà generalmente applicabile ai lati dei triangoli di 1° ordine.

« Si può dunque enunciare il teorema:

[1] Cfr. ad es. Jordan, *Handbuch der Vermessungskunde*, 1er Band § 55, 3te Auflage avendo riguardo alla diversità delle notazioni.

« Quella stessa formola, che determina la variazione dell'azimut di un raggio per mezzo delle variazioni delle coordinate piane di un estremo, è applicabile, in coordinate geodetiche rettangolari, entro l'approssimazione di 0″.01, al caso di una geodetica di lunghezza non eccedente 64000 m., purchè la variazione dell'azimut non superi 5′.

II.

« Si suppongano dati n punti $A_1 A_2 \ldots A_n$ per mezzo delle loro coordinate geodetiche rettangolari $X_1 Y_1, X_2 Y_2, \ldots X_n Y_n$ e si voglia determinare la posizione di un altro punto P, situato in tale prossimità dell'origine che le sue coordinate si possano considerare come piane, con sole misure angolari effettuate nel punto stesso P.

« Si indichi con (ij) l'angolo misurato fra le due sezioni normali, o ciò che è lo stesso (per uno dei teoremi fondamentali della Geodesia pratica) fra le due geodetiche che da P vanno ai punti $A_i A_j$; con (PA_i) (PA_j) gli azimut in P delle geodetiche stesse. — Partendo da tre punti qualunque, fra cui si sono misurati due angoli, con un'applicazione semplice del problema di Pothenot, e considerando le coordinate come piane, si potranno determinare dei valori approssimati $X_o Y_o$ per le coordinate di P; e col mezzo di queste, facendo uso delle formole 2), si calcoleranno dei valori prossimi $(PA_i)_o$ $(PA_j)_o$ degli azimut come pure dei valori prossimi s_i s_j delle distanze PA_i PA_j. Se si indicano con x y le correzioni più convenienti delle coordinate X_o Y_o, le correzioni più convenienti degli azimut, per la 4), saranno date dalle equazioni:

$$(PA_i) - (PA_i)_0 = -\frac{\cos (PA_i)_0}{s_i \operatorname{sen} 1''} x + \frac{\operatorname{sen} (PA_i)_0}{s_i \operatorname{sen} 1''} y$$

$$(PA_j) - (PA_j)_0 = -\frac{\cos (AP_j)_0}{s_j \operatorname{sen} 1''} x + \frac{\operatorname{sen} (PA_j)_0}{s_j \operatorname{sen} 1''} y.$$

« Sottraendo la prima equazione dalla seconda si ottiene:

$$(ij) - (ij)_0 = \left\{ \frac{\cos (PA_i)_0}{s_i \operatorname{sen} 1''} - \frac{\cos (PA_j)_0}{s_j \operatorname{sen} 1''} \right\} x + \left\{ \frac{\operatorname{sen} (PA_j)_0}{s_j \operatorname{sen} 1''} - \frac{\operatorname{sen} (PA_i)_0}{s_i \operatorname{sen} 1''} \right\} y$$

dove con $(ij)_o$ s'intende l'angolo $A_i P_o A_j$ cioè il valore prossimo calcolato dell'angolo (ij). — Se al posto di (ij) si sostituisce il valore per esso osservato, e si fanno le posizioni:

$$5) \quad \left\{ \begin{aligned} a_{ij} &= \frac{\cos (PA_i)_0}{s_i \operatorname{sen} 1''} - \frac{\cos (PA_j)_0}{s_j \operatorname{sen} 1''} \\ b_{ij} &= \frac{\operatorname{sen} (PA_j)_0}{s_j \operatorname{sen} 1''} - \frac{\operatorname{sen} (PA_i)_0}{s_i \operatorname{sen} 1''} \\ c_{ij} &= (ij)_0 - (ij), \end{aligned} \right.$$

si otterrà l'equazione generata:

$$a_{ij} x + b_{ij} y + c_{ij} = v_{ij},$$

ed in modo analogo si otterranno tante equazioni quanti sono gli angoli misurati in P, le quali si risolveranno coi soliti procedimenti della teoria dei Minimi Quadrati.

III.

« Dall'Istituto Geografico Militare mi furono gentilmente forniti i seguenti dati [1], relativi a sette punti trigonometrici visibili dalla specola geodetica della Scuola degli Ingegneri a S. Pietro in Vincoli.

ORIGINE — *Osservatorio Nuovo del Collegio Romano*
(*Asse del tetto mobile principale o dell'equatoriale*).

NOME DEL PUNTO GEODETICO E LINEA DI COLLIMAZIONE DEL MEDESIMO	AZIMUT DA NORD VERSO EST	DISTANZA METRI
A_1 — S. Pietro in Vaticano — Asse lucernario della cupola.	279° 35′ 50″.33	2232.67
A_2 — Monte Mario — Asse segnale costruito entro il forte .	320.58.42.13	3659.15
A_3 — Casino Aurora — Asse della torretta, parte più alta del fabbricato	33.02.50.34	1116.93
A_4 — Monte Gennaro — Asse segnale piramidale in muratura .	56.19.23.93	32495.02
A_5 — Monte Cavo — Asse campaniletto della chiesa . . .	130.32.18.48	25122.39
A_6 — Capo di Bove — Asse segnale in legno sopra gli avanzi d'antico monumento	146.17.51.93	6706.64
A_7 — Campidoglio — Asse torre municipale	154.48.18.24	712.25

« Coll'aiuto di questi dati, ed applicando le formole 1) per il 4° e 5° punto, e le formole semplici $X = s \operatorname{sen} \alpha$, $Y = s \cos \alpha$ per gli altri quattro, si calcolarono le coordinate geodetiche rettangolari seguenti:

	X	Y
	m	m
A_1 — S. Pietro in Vaticano	— 2201.32	372.24
A_2 — Monte Mario	— 2303.85	2842.82
A_3 — Casino Aurora	609.10	936.23
A_4 — Monte Gennaro	27041.66	18018.79
A_5 — Monte Cavo	19092.24	— 16328.56
A_6 — Capo di Bove	3721.36	— 5579.47
A_7 — Campidoglio	303.20	— 644.49

« Le direzioni ai primi sei punti vennero determinate nella seconda metà del novembre 1892, in una serie di giornate molto belle, a causa di dominante tramontana, facendo uso del teodolite Starke n. 338 appartenente al gabinetto di Geometria Pratica. Il settimo punto (Campidoglio) venne escluso

[1] Qualcuno di questi elementi potrà subire qualche lieve modificazione in seguito alla compensazione della rete di 1° ordine.

a causa dell'incertezza del puntamento, essendo l'asse della torre non da altro individuato che dalla testa della statua sovrapposta, la quale appariva di dimensioni troppo grandi per la soverchia vicinanza. Le direzioni ai tre punti S. Pietro, Casino Aurora, Capo di Bove vennero determinate col metodo *a strati* girando il cerchio azimutale di 30° in 30° e per ogni posizione del cerchio facendo le due letture coniugate (l'una col cannocchiale a destra, l'altra col cannocchiale a sinistra). — La direzione del segnale di M. Mario, nascosto in gran parte dai cipressi della villa Mellini, venne determinata puntando la luce di un elioscopio centrato sul segnale. — Anche sul campaniletto di Monte Cavo, e precisamente sul pilastrino prospettante Roma, venne installato un elioscopio del cui servizio volle con squisita gentilezza e con grande premura incaricarsi il sig. Astasio Lucchesi, direttore dell'Osservatorio meteorologico quivi recentemente instituito. Egli mi fornì anche gli elementi per la riduzione in centro, per effetto della quale tutte le direzioni osservate su Monte Cavo dovettero esser diminuite di 3″.0. — Il segnale piramidale di Monte Gennaro, spiccante sul fondo del cielo, si potè puntare benissimo senza il sussidio dell'elioscopio.

« I risultati di queste osservazioni sono raccolti nel seguente specchio, nel quale la direzione a S. Pietro in Vaticano è assunta come direzione origine.

Lembo del cerchio	Posizione del cannocch.	S. PIETRO (direzione origine)	M. MARIO (12)	CAS. AURORA (13)	M. GENNARO (14)	M. CAVO (15)	CAPO DI BOVE (16)
		° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
0°	D	0.00.00.0	29.07.56.1	56.31.41.9	128.11.56.4	204.57.51.1	225.57.17.6
	S	00.0	53.4	43.0	56.2	52.4	18.1
30°	D	00.0	54.7	45.6	57.0	53.9	18 5
	S	00.0	53.3	49.4	55.3	51.0	18.6
60°	D	00.0	52.8	44.7	56.8	55.1	20.5
	S	00.0	55.8	42.9	58.9	51.2	18.4
90°	D	00.0	53.2	43.4	59.0	53.3	19.0
	S	00.0	54.0	43.4	58.2	53.9	23.5
120°	D	00.0	54.9	48.5	57.8	51.3	21.1
	S	00.0	52.2	49.6	56.3	50.4	17.1
150°	D	00.0	54.5	45.3	55.0	55.3	17.5
	S	00.0	54.0	47.2	58.3	51.7	21.6

« Da questi dati si dedussero colla media i seguenti valori degli angoli

(12) = 29°.07′.54″.08 (15) = 204°.57′.52″.55
(13) = 56°.31′.45″.41 (16) = 225°.57′.19″.29
(14) = 128°.11′.57″.10

« Partendo dalle coordinate dei tre punti S. Pietro, Casino Aurora e Capo di Bove, e risolvendo il problema di Pothenot, si determinarono i se-

guenti valori prossimi per le coordinate del centro di stazione (pilastrino della specola)

$$X_o = 1080^m.94 \qquad Y_o = -581^m.24.$$

Coll'aiuto di queste, e facendo uso delle 2), si ottennero i seguenti valori prossimi degli azimut (1):

$$(PA_1)_o = 286^\circ.11'.53''.93 \qquad (PA_4)_o = 54^\circ.22'.47''.26$$
$$(PA_2)_o = 315.19.49.64 \qquad (PA_5)_o = 131.09.47.44$$
$$(PA_3)_o = 342.43.39.04 \qquad (PA_6)_o = 152.09.13.69$$

e da questi si dedussero per sottrazione i seguenti valori prossimi degli angoli:

$$(12)_o = 29^\circ.07'.55''.71 \qquad (15)_o = 204^\circ.57'.53''.51$$
$$(13)_o = 56.31.45.11 \qquad (16)_o = 225.57.19.76$$
$$(14)_o = 128.10.53.33$$

« Introducendo tutti questi valori nelle espressioni 5) dei coefficienti, si ottennero le seguenti equazioni generate:

$$-13.6\,x + 27.8\,y + 1.63 = v_1$$
$$-107.2\,x + 19.3\,y - 0.30 = v_2$$
$$13.0\,x + 63.2\,y - 3.77 = v_3$$
$$22.5\,x + 64.4\,y + 0.96 = v_4$$
$$49.1\,x + 74.9\,y + 0.47 = v_5$$

alle quali corrispondono le due equazioni normali:

$$14762\,x + 3501.1\,y + 5.66 = 0$$
$$3501\,x + 14896.9\,y - 101.74 = 0.$$

La loro risoluzione conduce ai seguenti valori delle incognite:

$$x = -0^m.002 \qquad y = 0^m.007,$$

epperò i valori definitivi delle coordinate della specola (asse del pilastrino) saranno:

$$X = 1080^m.94 \qquad Y = -581^m.23.$$

« La piccolezza delle precedenti correzioni, dovute alla introduzione di tre nuovi punti trigonometrici, oltre al dimostrare la esattezza degli elementi forniti dall'Istituto Geografico, è ancora una prova della bontà delle osservazioni (2).

(1) Per effettuare questo calcolo conviene porre le 2) sotto la forma:

$$\log s \operatorname{sen} \alpha = \log (X_i - X_o) + [0.84623] \frac{(Y_i - Y_o)^2}{2\varrho\, N \operatorname{sen} 1''}$$

$$\log s \cos \alpha = \log (Y_i - Y_o) - [1.14726] \frac{(X_i - X_o)^2}{2\varrho\, N \operatorname{sen} 1''}$$

perchè allora i secondi termini danno le correzioni da farsi a $\log (X_i - X_o)$ e $\log (Y_i - Y_o)$, espresse in unità della settima cifra decimale logaritmica.

(2) Questo risultato, certamente impreveduto, mi indusse a rifare il calcolo delle coordinate X Y, basandomi sugli altri tre punti Monte Mario, Monte Gennaro, Monte Cavo: il risultato fu

$$X = 1080^m.99 \qquad Y = -581^m.23.$$

IV.

« Dalla specola P non è visibile lo strumento dei passaggi S, situato nel giardino annesso alla Scuola degli Ingegneri, e mediante il quale venne determinata la latitudine. Per collegare i due punti si scelsero altri due punti intermedi AB sul tetto della Scuola, in ognuno dei quali si fece stazione. I risultati di queste operazioni sono qui riassunti:

Triangolo PAB

	Angoli misurati	Angoli compensati
in A	53°.32′.50″	53°.32′.53″
» B	67.09.58	67.10.00
» P	59.17.04	59.17.07

Triangolo SAB

Angolo misurato in A	85°.21′.50″
» » B	63.16.16
Azimut del lato PA	= 73°.23′.56″

« La lunghezza dello stesso lato PA venne determinata dall'ing. Grismayer, assistente alla cattedra di Geometria Pratica, facendo uso di un Cleps Salmoiraghi, e, come medio di 28 successive misure, si ottenne:

$$PA = 49^m.83.$$

Risolvendo con questa base il sistema dei due triangoli, si trova:

distanza Specola-strumento $= 121^m.80$
azimut » » $= 98°.53'.21''$

epperò, indicando con X_s Y_s le coordinate dello strumento (asse verticale), si ha:

$$X_s = 1201^m.29 \qquad Y_s = -600^m.05$$

« Di qui si ricava:

Differenza di latitudine Specola — Strumento $= 0''.610$ (Spec. al N).

« La latitudine dello strumento nel 1887 venne trovata $= 41°.53'.34''.42$, quindi si ha:

latitudine astronomica della specola $= 41°.53'.35''.03$ (1887).

« I dati precedenti conducono ancora ai seguenti risultati:

Differenza di longitudine Specola — M. Mario $= 2'.26''.85 = 9^s.79$ (Specola all'est).

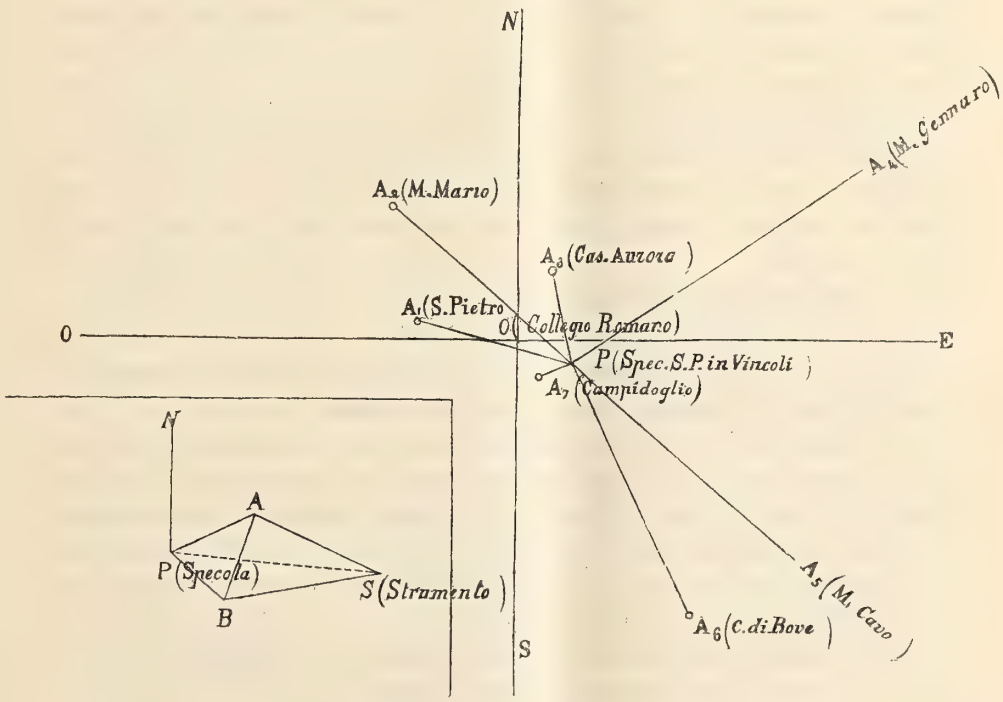
Differenza di latitudine Specola — Monte Mario $= 1'.50''.99$ (Specola al sud).

Differenza di latitudine Specola — Coll. Rom. (equatoriale) = 18″.84 (Specola al sud).

Differenza di latitudine Specola — Campidoglio (torre) = 2″.05 (Specola al nord).

« La latitudine del circolo meridiano del Campidoglio, determinata dal prof. Respighi nel 1875 ha il valore 41°.53′.33″.69 (1), e la sua riduzione all'asse della Torre capitolina è $d\varphi = 0''.41$ (Torre al sud). La latitudine del circolo meridiano del Collegio Romano, determinata dal prof. Millosevich nel 1886 è = 41°.53′.53″.58 (2), e la sua riduzione all'asse dell'equatoriale, come mi risulta da una gentile comunicazione dello stesso Professore, è $d\varphi = 0''.54$ (equatoriale al nord). Si ha quindi:

latitudine Respighi ridotta alla Specola = 41°.53′.35″.33 (1875)
» Millosevich » » » = 41.53.35.28 (1886) ».



(1) *Catalogo delle declinazioni medie pel 1875.0 di 1463 stelle* ecc. Memorie della R. Accademia dei Lincei. Anno CCLXXVII (1879-80).

(2) *Determinazione della latitudine del R. Osservatorio del Collegio Romano.* Annali della Meteorologia italiana, parte 3ª, 1885; e Memorie della Società degli spettroscopisti italiani, Vol. XV, 1886.

Fisica. — *A proposito della discussione sulla forma più opportuna da darsi al corpo attraente nella misura della densità media della terra e sul corpo di massima attrazione ad un punto.* Nota del dott. A. Sella, presentata dal Socio Blaserna.

« 1. I metodi di misura della densità media della terra, che qui consideriamo, si possono dividere in due classi:

« I. *Metodi, in cui importa la conoscenza dell'attrazione del corpo attraente su di un sol punto materiale.*

« II. *Metodi, in cui importa la conoscenza dell'attrazione del corpo attraente su due punti materiali.*

« Alla classe prima appartengono i metodi di Cavendish (Baily, Reich, Cornu), Vilsing (Laska), Jolly (Poynting, Mayer); alla seconda il metodo proposto da Keller (König e Richarz).

« Per discutere il vantaggio relativo che presentano le diverse forme da darsi al corpo attraente serve conoscere il rapporto $\lambda = A/V^{1/3}$, in cui A denota l'attrazione del corpo su di un punto posto in una posizione determinata rispetto ad esso, e V il volume del corpo stesso, giacchè questo rapporto è indipendente dalle dimensioni del corpo, visto che per un teorema già dato da Newton (Prop. 72, Cor. 3) le attrazioni di solidi omogenei e di eguale densità limitati da superficie simili su punti similmente posti rispetto ad essi sono proporzionali alle prime dimensioni lineari omologhe dei solidi, mentre i volumi sono proporzionali alle terze potenze delle dimensioni omologhe.

« Noi supporremo che la densità dei corpi attraenti sia eguale all'unità, che nel punto materiale sia concentrata l'unità di massa e che l'unità di attrazione sia eguale alla forza, con cui si attirano due punti materiali contenenti l'unità di massa e posti all'unità di distanza.

« Nella presente Nota ci occuperemo solo della discussione nel caso dei metodi appartenenti alla classe prima e quando in questi gli sperimentatori hanno adoperato un sistema doppio, col quale si hanno due attrazioni e due momenti di rotazione simmetrici (come nel caso di due sferette alle estremità di un'asta attratte da due corpi eguali ed egualmente posti), considereremo solo ciascun sistema per sè e non l'azione reciproca fra i due sistemi, che in quelle misure costituisce nel fatto un termine di correzione.

« 2. Il fatto che il corpo di massima attrazione ha curvatura nulla nel polo principale, ove risiede il punto attratto, lascia credere che l'essere la superficie limitante il corpo attraente coincidente nei pressi del punto attratto con un piano costituisca una circostanza favorevole per rendere possibilmente alto il valore di λ.

« Si consideri così una calotta sferica, in cui il punto attratto O si trovi nel centro della base. Se h è l'altezza, ϱ il raggio della base, si tratta di

trovare in che rapporto devono stare h e ϱ, affinchè l'attrazione della calotta su di O, restando costante il volume, diventi un massimo.

« Perciò espressi A e V in funzioni di h e di ϱ, si dovrà soddisfare all'equazione:

$$\frac{\partial A}{\partial h}\frac{\partial V}{\partial \varrho} - \frac{\partial A}{\partial \varrho}\frac{\partial V}{\partial h} = 0.$$

« Ponendo l'origine delle coordinate nel punto attratto, l'asse delle x nell'asse di rivoluzione, si ha:

$$A = 2\pi \int_0^h \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) dx, \qquad x^2 + y^2 = \frac{h\varrho^2 + (h^2 - \varrho^2)x}{h},$$

da cui si ricava:

$$A = \frac{2\pi h}{3}\,\frac{h^2 + 2h\varrho + 3\varrho^2}{(h+\varrho)^2}.$$

D'altra parte vale:

$$V = \frac{\pi}{2.3}\, h\,(h^2 + 3\varrho^2)$$

e quindi la condizione di sopra conduce all'equazione:

$$\frac{h\varrho\,(h^2+\varrho^2)\,(h-3\varrho)}{(h+\varrho)^3} = 0.$$

« E si ha quindi per unica soluzione, che fa al presente caso:

$$h = 3\varrho \text{ ovvero } h = \frac{9}{10}\,d,$$

se d è il diametro della sfera.

« Siamo giunti così al semplice risultato:

« *Nella calotta di massima attrazione col punto attratto nel centro della base, l'altezza vale tre volte il raggio della base ovvero nove decimi del diametro della sfera.*

« Se con questo valore trovato di h/ϱ si calcola λ, si trova:

$$\lambda = 2{,}65603.$$

« Se invece il punto attratto fosse nel vertice della calotta, si calcolerebbe con procedimento analogo:

$$A = 2\pi\left(h - \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{\sqrt{h^2+\varrho^2}}\right),$$

mentre il volume serba la stessa espressione di prima. E la condizione di sopra condurrebbe a:

$$\frac{h\varrho\left[3(h^2+\varrho^2)^{3/2} - 3h^3 - 5h\varrho^2\right]}{(h^2+\varrho^2)^{3/2}} = 0.$$

« Il termine fra parentesi quadre al numeratore reso razionale e liberato dal fattore ϱ^2 fornisce l'equazione:

$$3h^4 - 2h^2\varrho^2 - 9\varrho^4 = 0,$$

da cui si ottiene come valore accettabile:

$$h^2 = \frac{1 + 2\sqrt{7}}{3}\,\varrho^2.$$

Con questo si calcola finalmente:

$$\lambda = 2{,}61733.$$

« 3. Non sarà inutile per il paragone dei diversi valori di λ il raccogliere nella seguente tabella i valori di λ disposti per ordine decrescente per diversi corpi, per cui si conoscano le condizioni di attrazione massima, aggiungendo anche corpi attraenti di forma definita, come la sfera, il cubo, il corpo di massima attrazione stesso.

Corpo attraente	Punto attratto	λ	
Corpo di massima attrazione	Polo principale	2,66604	Playfair (1)
Calotta sferica	Centro della base	2,65603	Sella
Ellissoide di riv. schiacciato	Polo	2,6558	Lampe (2)
Corpo di massima attrazione	Secondo polo	2,6321	Sella (3)
Ellissoide di riv. allungato	Equatore	2,6200	Lampe (4)
Calotta sferica	Vertice	2,61733	Sella
Cilindro retto	Centro della base	2,61624	Lampe (2), Keller (5)
Prisma esagonale retto	»	2,61335	Keller (5)
Prisma quadrato retto	»	2,59928	Keller (5)
Sfera	Punto alla superficie	2,59852	Newton
Cubo	Centro di una faccia	2,59690	Keller (6)
Prisma triangolare retto	Centro della base	2,54823	Keller (5)
Settore sferico	Vertice	2,53925	Keller (7)
Calotta paraboloidica	Vertice	2,5390	Sella (8)
Cubo	Punto medio di uno spigolo	2,19443	Keller (6)
Cono	Vertice	2,15525	Playfair (1), Lampe (2)
Cubo	Vertice	1,67903	Keller (6)

Playfair e Lampe hanno paragonato l'attrazione del corpo in questione coll'attrazione di una sfera di egual volume; per dedurne λ basta moltiplicare quel rapporto per $4^{2/3}\pi^{2/3}/3^{2/3}$.

(1) Playfair, *Of the solids of greatest attraction, or those which among all the solids that have certain properties, attract with the greatest force in a given direction*, 1807. Pubblicato nelle « Transactions of the Royal Society of Edimburgh ». Vol. VI, Part. II, 1809.

(2) Lampe, *Einige Zahlenbeispiele für die Anziehung, welche eine homogene Masse auf einen materiellen Punkt nach dem Newton'schen Gesetz ausübt.* Verhandlungen der physikalischen Gesellschaft in Berlin im Jahre 1884, p. 46. Il valore di λ per l'ellissoide schiacciato col punto attratto al polo fu calcolato erratamente dal Lampe in 2,6560.

(3) Sella, *Sull'attrazione del corpo di massima attrazione al secondo polo.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1892, 1° sem., p. 350.

(4) Lampe, l. c., p. 55.

(5) Keller, *Sul metodo di Jolly per la determinazione della densità media della terra.* Rend. della R. Acc. dei Lincei, 1886, 1° sem., p. 145.

(6) Idem., *Ricerche sull'attrazione delle montagne.* Roma, Loescher 1872, Parte 1ª, p. 62.

(7) Idem., *Nachträgliches zur Abhandlung: Vergleichende Uebersicht der verschiedenen Messungsmethoden der mittleren Dichtigkeit der Erde.* Rom und Nürnberg 1892, p. 34.

(8) Le equazioni che regolano il calcolo nel caso del punto attratto nel vertice di una calotta paraboloidica, cioè del paraboloide di rivoluzione limitato da un piano normale all'asse, sono le seguenti:

$$A = 2\pi\left(h - \sqrt{ph + h^2} + p \operatorname{logn} \frac{\sqrt{p+h} + \sqrt{h}}{\sqrt{p}}\right), \quad V = \frac{\pi p h^2}{2}$$

$$\frac{\nu\sqrt{\nu + \nu^2} - \nu^2 + 2\nu}{2\sqrt{\nu + \nu^2}} = \operatorname{logn}\left(\sqrt{\nu} + \sqrt{1+\nu}\right)$$

« Come si vede la calotta sferica col punto attratto nel centro della base viene nella tabella subito dopo il corpo di massima attrazione. Ed è da credersi che una calotta ellissoidica potrebbe esercitare un'attrazione anche maggiore della sferica, perchè oltre all'altezza ed al raggio della base si potrebbe disporre di un terzo parametro, come l'eccentricità dell'ellisse di sezione.

« 3. Dalla tabella di sopra segue pure ad evidenza - come si sapeva - che coll'adottare fra certi limiti piuttosto una forma che l'altra per il corpo attraente nella misura della densità media della terra, c'è ben poco da guadagnare; ma mi preme di fare osservare che nell'esperienza entra in giuoco un altro fattore, la cui importanza è ben maggiore, che non la forma del corpo attraente.

« Intendo di parlare della circostanza che in pratica il corpo attratto non si può considerare come un punto materiale, le cui dimensioni sieno trascurabili rispetto a quelle del corpo attraente.

« Proponiamoci per esempio di determinare il corpo di massima attrazione per una sfera di raggio s, che funziona da corpo attratto.

« Siccome l'azione di una sfera all'esterno può venire sostituita dall'azione della sua massa raccolta nel centro, così il presente problema si riduce all'altro di determinare il corpo di massima attrazione per un punto, quando questo punto sia circondato da una superficie sferica, nel cui interno non può penetrare il corpo attraente.

« Si può allora mostrare che questo sarà il corpo di massima attrazione ordinario passante per il centro della sfera, ma di dimensioni tali, che lo spazio esterno alla sfera sia esattamente riempito dalla materia disponibile.

« Infatti la superficie di rotazione che limita il corpo di massima attrazione ordinario è il luogo dei punti che attirano la sfera nella direzione dell'asse colla *medesima* forza ed essa separa la porzione dello spazio - esterna - in cui un punto materiale attira nella stessa direzione con forza *minore*, da quello - interna - in cui esso attira con forza *maggiore*. Se adesso la forma di questo solido, sempre limitata da una parte da una superficie sferica, viene alterata in un modo qualsiasi si dovrà trasportare dallo spazio interno all'esterno una certa quantità di materia e con ciò l'attrazione totale verrà diminuita. Quindi il solido ora considerato limitato dalla superficie del corpo di massima attrazione per un punto e dalla superficie sferica data è veramente il corpo di massima attrazione per una sfera.

« Determiniamo ora il valore di questa attrazione.

---

in cui h è l'altezza della calotta, p il parametro della parabola generatrice $y^2 = px$ e ν indica il rapporto h/p; l'ultima equazione è soddisfatta da $\nu = 0{,}7570$, che fornisce il valore sopra riportato di λ.

« Sia s il raggio della sfera, a il parametro del corpo di massima attrazione definito dall'equazione $\varrho^2 = a^2 \cos \vartheta$ e sia $\cos \theta = s^2/a^2$, allora:

$$A = 2\pi \int_0^\theta \int_s^\varrho d\varrho \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta \, d\vartheta = \frac{4}{5} \pi a - \pi s \frac{5a^4 - s^0}{5a^4},$$

$$V = 2\pi \int_0^\theta \int_s^\varrho \varrho^2 \, d\varrho \operatorname{sen} \vartheta \, d\vartheta = \frac{4\pi a^3}{15} - \frac{2\pi s^3}{15a^2} (5a^2 - 3s^2)$$

e ponendo $s/r = \nu$:

$$A = \frac{4\pi a}{5} \left(1 - \frac{5}{4} \nu + \frac{\nu^5}{4}\right), \quad V = \frac{4\pi a^3}{15} \left(1 - \frac{5}{2} \nu^3 + \frac{3\nu^5}{2}\right).$$

« Per calcolare quindi a dato V si dovrebbe risolvere un' equazione del quinto grado. In seconda approssimazione il volume resta lo stesso. Se adesso λ_0 indica il valore di λ per $s = 0$, sarà:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{1 - \frac{5}{4} \nu + \frac{\nu^5}{4}}{\left(1 - \frac{5}{2} \nu^3 + \frac{3}{2} \nu^5\right)^{1/3}}$$

e se ν è così piccolo da poterne trascurare le potenze superiori alla seconda:

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{5}{4} \nu\right).$$

Se p. e. si facesse $\nu = 1/100$, si avrebbe $\lambda = 2{,}6327$.

« Si vede quindi quanto importi il non essere le dimensioni del corpo attratto trascurabili rispetto a quelle del corpo attraente. A diminuire poi l'effetto contribuisce pure fortemente il fatto che in pratica il corpo attratto non potrà per più ragioni stare ad immediato contatto col corpo attraente.

» 4. Passerò ora a riferire alcuni dati e proprietà del corpo di m. a.

« Il primo (1) che trovò l'equazione della curva meridiana fu il marchese Guillaume Saint-Jacques de Silvabelle (1722-1801) direttore dell'osservatorio astronomico di Marsiglia (2). Egli dedusse in due modi questa equazione sia col calcolo, sia col semplice ragionamento sintetico, che mostra dover essa rappresentare il luogo dei punti di attrazione costante; ma non calcolò nemmeno l'attrazione del corpo.

« Il Playfair nella Memoria citata probabilmente senza conoscere il lavoro del St. Jacques ripetè quest'ultimo ragionamento, mostrandone tutta la generalità, diede un modo semplice di costruzione grafica della curva meri-

(1) Vedi Lampe, *Eine litterarische Notiz über den Körper grösster Anziehung.* Verhandl. d. phys. Ges. zu Berlin im Jahre 1890, p. 78.

(2) Mémoires de Math. et de Phys., présentés à l'Ac. R. des Sciences par divers Savants. Tome I, Paris 1750.

diana, calcolò l'attrazione paragonandola con quella di una sfera di egual volume e trovò alcune altre proprietà, di cui si dirà in appresso.

« Gauss riferendosi probabilmente a Playfair riportava in una nota nei suoi *Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrii* (1829) il rapporto tra l'attrazione del corpo di m. a., e quella della sfera di egual volume.

« Altri autori che hanno trattato del corpo di m. a., senza però aggiungere nulla di nuovo sono: Schellbach, *Mechan. u. math. Probleme, Progr. des Friedrich-Wilhelms Gymn.* Berlin 1845; *Neue Elemente der Mechanik* e *Aufgaben aus der Lehre vom Grössten und Kleinsten* (Berlin 1860); Jullien, *Problèmes de Mécanique rationnelle* (1866); Bertrand, *Cours de calcul intégral* (1870); Schell, *Mechanik*; Minchin, *Treatise on statics*; Frenet, *Recueil d'exercices sur le calcul infinitésimal* ecc. ecc.

« Ecco ora le proprietà del corpo di m. a., che ho raccolto:

« Equazione della curva meridiana: $\varrho^2 = a^2 \cos \vartheta$ ovvero $(x^2 + y^2)^{3/2} = a^2 x$ (St. Jacques).

« Attrazione sul polo principale $= \frac{4}{5} \pi a$ (Playfair).

« Attrazione sul secondo polo:

$$2\pi a \left\{ 1 - \frac{3}{2^{3/4}} \frac{1}{3.5.7.9} \left[(492 + 306\sqrt{2}) \sqrt{-48 + 34\sqrt{2}} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (30 - 66\sqrt{2}) \, \mathrm{F}(\theta, \varphi) + 132\sqrt{2} \, \mathrm{E}(\theta, \varphi) \right] \right\}$$

in cui $\theta = 76^\circ\, 3'25'',9$; $\varphi = 80^\circ\, 7'14'',6$.

« Volume $= \frac{4}{15} \pi a^3$ (P).

« Raggio di curvatura della curva meridiana al primo polo $= \infty$ (P.).

" " " secondo " $= \frac{2}{3} a$ (P.).

« All'ordinata massima $a \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{27}}$ corrisponde l'ascissa $\frac{a}{\sqrt[4]{27}}$ (P.).

« Area della curva meridiana $= a^2$ (P.).

« Distanza del centro di gravità dal polo principale $= \frac{15}{32} a$.

« Rapporto dell'attrazione a quella della sfera di egual massa $\sqrt[3]{\frac{27}{25}}$ (P.).

" " " " " diametro $\frac{6}{5}$ (P.).

" " " " massa racc. nel centro di gr. $\frac{675}{1024}$.

« Raggio della sfera di eguale attrazione $= \frac{3}{5} a$.

« E terminerò col seguente teorema, che pare sia sfuggito a quanti hanno trattato del corpo di m. a.

« *L'attrazione - lungo l'asse del corpo di m. a. - di un cono avente per vertice il polo principale e per base una porzione della superficie del corpo di m. a. limitata da un contorno qualsiasi è proporzionale alla massa di esso cono.*

« Di questa interessante proprietà si può dare una dimostrazione elementare. Considero un cono di apertura infinitesima ω e di lunghezza ϱ, ove ϱ faccia coll'asse del corpo di m. a. l'angolo ϑ. Allora l'attrazione sul vertice parallelamente all'asse vale $\omega\varrho \cos\vartheta$, mentre il volume vale $\omega\varrho^2 . \varrho/3$. La proporzionalità di sopra viene allora espressa con:

$$\omega\varrho \cos\vartheta = \frac{k\omega\varrho^3}{3} \quad \text{ossia} \quad \cos\vartheta = k'\varrho^2.$$

« Ma l'ultima relazione, se ϱ e ϑ sono variabili, non è altro che la equazione della superficie del corpo di m. a. Quello che vale che per un cono infinitesimo vale immediatamente per coni qualsiasi finiti e così è dimostrata la proprietà enunciata.

« Questa proprietà caratterizza completamente il corpo di m. a., ma è più speciale della proprietà che esso è limitato da una superficie di attrazione costante, perchè mentre quest'ultima è comune ad altre leggi di attrazione, quella è speciale dell'attrazione Newtoniana.

« Si può notare che il presente teorema presenta una certa analogia col teorema di Keller [1]: Sia un prisma retto avente per base un poligono qualunque e si consideri un punto O situato in una base, come vertice di una piramide avente per base l'altra base del prisma; se ora il prisma mantiene il suo volume costante, mentre la base si mantiene simile e similmente posta rispetto al punto O, l'attrazione del prisma sul punto O nella direzione dell'asse del prisma, sarà massima, quando essa sta all'attrazione della piramide nel rapporto delle masse dei due corpi ».

Chimica. — *Delle relazioni tra il periodo di Lothar Meyer ed il periodo del Mendeleeff.* — *Della disposizione de' pesi specifici dei corpi semplici nel sistema periodico degli elementi chimici.* Note di Ugo Alvisi, presentate a nome del Corrispondente Nasini.

Queste due Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

[1] Vedine l'elegante dimostrazione elementare data dal Keller nel suo *Nachträgliches* ecc. sopra citato pag. 31.

Geologia. — *Terreni mesozoici e neozoici della Corsica.* Nota del prof. Carlo De-Stefani, presentata dal Socio Struever.

« Infralias. Il Dieulafait scopriva de' fossili infraliassici (*Terebratula gregaria* S., *Plicatula intusstriata* Emm., *Avicula contorta* Port.) a Bistuglio tra Soveria e Corte. In questo breve tratto invero, immediatamente sopra le roccie cristalline o sopra schisti, scarsi e dubbiosi rappresentanti del Paleozoico, si trovano piccoli ed isolati ma frequenti lembi di un calcare che forma un sinclinale fra il Tavignano e il Golo, rispondente alla regione centrale. Esso è sovente strettamente ripiegato fra le roccie antiche; ma a volte è quasi orizzontale. È bigio, o cinereo, spesso cavernoso e completamente identico ai calcari infraliassici dell'Appennino settentrionale. Ho trovato per tutto la lumachella indicata dal Dieulafait ma senza poter determinare un fossile, se non tracce di *Ostrea* ed *Avicula* sp.; però, siccome la lumachella è identica pur essa, nell'aspetto, a quella appenninica, non esito ad accettare la determinazione cronologica del geologo francese. Ho trovato abbondantissima in più punti una lumachella di *Pentacrinus* sp. in un calcare pur grigio, e l'avrei supposta rappresentante di qualche piano del Lias se non l'avessi trovata a dirittura alla base e al disotto e talora insieme colla lumachella infraliassica a lamellibranchi. D'altronde siffatta lumachella con *Pentacrinus* trovasi pur nell'infralias delle Alpi Apuane, ne' monti d'Ugliancaldo. In mezzo all'Infralias trovai pure strati di calcari chiari, magnesiaci, identici affatto ai *grezzoni* triassici delle Alpi Marittime e dei Monti Savonesi ed Apuani, contenenti persino, come questi, cristallini di Albite, ma, pella stratigrafia, non ho potuto accogliere l'idea che si trattasse di Trias ed ho rammentato che simili calcari d'aspetto triassico si hanno pure in mezzo all'Infralias nei colli di Pietrasanta nelle Alpi Apuane.

« L'Infralias si ripete nel Nebbio stando l'aspetto litologico e secondo l'Hollande; ho dovuto escludere la sua presenza, in modo sicuro, a Corte ed al convento di San Francesco, dove certo si scambiarono coll'Infralias i calcari paleozoici; nemmeno si può accettare la sua esistenza lungo il bacino del Golo a valle di Soveria perchè i calcari ed i pretesi fossili indicati prima come infraliassici ed eocenici sono giuresi o cretacei, quantunque sia possibile che in qualche punto, alla base, strati infraliassici s'abbiano a ritrovare.

« Per tal modo l'Infralias in Corsica dovrebbe indicarsi appena appena, con tratti limitatisssimi, intorno Corte, nel Nebbio e ai Zari di Porto Vecchio.

« In Sardegna non ho trovato terreno che si possa ravvicinare a questo, identico invece a quello Toscano; pel contrario in Corsica manca il Trias sardo, ma, come in Toscana, l'Infralias copre indifferentemente terreni anti-

chissimi. Esso in Corsica è per lo più spostato, quantunque molto meno dei terreni più antichi, ed in ciò rammenta un poco i terreni triassici di Sardegna i quali stanno quasi sempre orizzontali sopra gli strati antichi conturbatissimi. Mancano per ora rapporti coll'Appennino savonese e sono incerti quelli con le Alpi Marittime dove l'Infralias è poco noto.

« Giura superiore. Questo terreno, al quale si riferiscono quasi le uniche scoperte paleontologiche da me fatte, è il più esteso fra gli scarsi terreni sedimentari dell' isola e quantunque in antico Élie de Beaumont e Dufren l'avessero ammesso, era stato poi escluso: nello spazio da esso occupato s'indicavano impropriamente terreni e fossili dell'Infralias e dell'Eocene. Soltanto due chilom. a sud di Bastia l'Hollande aveva trovato, nelle alluvioni littorali, qualche ghiaia di calcare ippuritico. Esso forma le più ampie masse calcaree nel sinclinale dal Tavignano al Golo, nel bacino del Golo a valle di Soveria cioè da Soveria al Caporalino, a S. Angelo, dalle Sticulaccie a Francardo, alla cima di Pedani, e a Pietrabello non lontano dal Ponte alla Leccia e probabilmente anche attorno all'Asinao sul Tirreno. È un calcare bianco o grigio chiaro, ceroide o saccaroide, talora scuro e compatto. Inferiormente in più luoghi, massi colossali, apparentemente arrotondati, di questo calcare, stanno racchiusi entro arenarie verdognole o scure, non dissimili da quelle la cui parte inferiore ho attribuito al Paleozoico. Le arenarie sono molto contorte e ripiegate e mal si comprenderebbe quella strana disposizione stratigrafica del calcare, qualora non si riflettesse che il calcare di cui parlo è per intero d'origine coralligena od altrimenti organica, che esso in origine doveva formare dei veri attolli, e che la formazione arenacea chiudente i grandiosi massi rappresenta i depositi circumlitorali adiacenti agli atolli i quali erano, come avviene, rotti e frantumati dalle tempeste. Il calcare, al di sopra, forma una massa continua e non interrotta dalle arenarie. Proprio negli strati più bassi della massa compatta ho trovato delle apparenze che, per quanto dolomitizzate e mal conservate, sembrerebbero doversi attribuire ad *Ellipsactiniae*. Al di sopra la massa continua ad essere un impasto di fossili più o meno mal conservati, fra i quali si distinguono Spongiari silicei, Coralli svariatissimi, Echinidi, Crinoidi, *Actaeonellae*, *Nerineae*, ed altre univalvi, e frequenti sezioni appartenenti a *Rudistae*, fra le quali una sezione longitudinale mi sarebbe sembrata attribuibile all' *Hippurites organisans* Mtf. della Creta superiore. Perciò è probabilissimo che gli strati più antichi rappresentino la parte più recente del Giura, mentre gli ultimi sono Cretacei. Non sono però riuscito a vedere una distinzione litologica fra gli strati più antichi ed i più recenti. Nella regione centrale, nella carta geologica della Francia, l'indicazione della Creta dovrebbe essere sostituita a quella dell'Infralias, il quale è troppo più limitato, come si disse. La massa tra Soveria e Francardo è in strati verticali, stretta in mezzo agli schisti antichi verticali pur essi.

« A Corte lungo il Tavignano e la ferrovia, ed a Coscia di Macinaggio

nel Capo Corso è un calcare ceroide chiaro, sovente pieno di crinoidi, che, per le analogie litologiche con alcuni banchi de' calcari descritti, crederei potesse essere attribuito alla medesima età, se pure non è liassico; dubito assai che al Macinaggio esista un rovesciamento verso il mare pel quale i detti calcari parrebbero sottostanti ad altri calcari con arenarie scuri forse infraliassici e ad arenarie paleozoiche.

« In Toscana e nell'Appennino settentrionale non si trova alcuna roccia consimile, e la Creta vi è rappresentata, come il Giura, da depositi meno littorali. Si trovano invece calcari ad Ippuriti in Provenza e nella Sardegna; questi ultimi però sono più puri e più cristallini. In Sardegna si trovano pure calcari giuresi con *Nerineae* ed *Ellipsactiniae*, ma più estesi e più cristallini pur essi. Cogli strati calcarei inferiori, verosimilmente ad *Ellipsactinia* e con banchi arenacei, di Corsica, hanno perfetta analogia quelli giuresi d'un'altra regione cristallina, cioè della Calabria meridionale, i quali pure, come quelli di Corsica, erano in origine scogliere circondanti masse cristalline antichissime già emerse.

« Eocene. Anche questo terreno fu esteso più del dovere, ed è talmente limitato ed interrotto, anche più dell'Infralias, che nelle Carte geologiche in piccola scala andrebbe soppresso o ridotto a punti quasi invisibili. Al Monte San Colombano a mezzogiorno di Palasca, tra il bacino del Golo e quello dell'Ostriconi il Collomb, nel 1853, trovava in un calcare compatto ceruleo le seguenti specie determinate dal D'Archiac, *Nummulites Ramondi* Def..; *Orbitolites Fortisii* D'Arch.; *O. submedia* D'Arch. Questo medesimo calcare ceruleo con macchie bianche e talora frammentizio si trova solo in piccolissimi lembi isolati sull'Infralias ad est di Soveria ma specialmente a nord della stazione a sinistra del Rio d'Ascia: contiene numerose nummuliti striate di piccole dimensioni. Manca altrove nei dintorni di Corte ed alla Coscia di Macinaggio; non lo potrei escludere dai dintorni di San Fiorenzo dove l'Hollande lo indica; questi lo accenna pure all'Asinao, indicazione conservata nella Carta della Francia con aggiunta di altro lembo ai Zari di Portovecchio; ma per certo anco questi lembi vanno riveduti. Ho trovato dei frammenti di calcare ceruleo nummulitico erratico presso Calvi e forse proviene da quei monti; contiene grosse *Nummulites* e *Lithothamnium*. Questi calcari hanno analogia litologica con quelli dell'Eocene inferiore e medio dell'Appennino settentrionale. Sono attribuiti all'Eocene medio.

« Miocene. I giacimenti miocenici della Corsica sono divisi in tre bacini, a S. Fiorenzo a nord-ovest dell'isola, a Bonifacio a sud, nella piana d'Aleria ad est dove sono estesissimi. Nel primo bacino sono sensibilmente sollevati e pendenti verso ovest al mare; negli altri sono orizzontali. Litologicamente sono calcari, passanti a volte a molasse o marne, e solo nella piana d'Aleria, in ispecie superiormente, abbondano conglomerati e sabbie silicee sciolte. I fossili furono studiati assai bene da Locard e Cotteau; sono

molluschi fitofagi, coralli costruttori, echini, briozoi ed un *Lithothamnium* straordinariamente abbondante dovunque, la *Nullipora ramosissima?* Reuss del Locard, identico al *L. batata* De St. delle Calabrie e probabilmente al *Lithocaulon minus* Mgh. della Sardegna. Si tratta della plaga delle laminarie o Elveziana del Miocene medio, tutt'al più con qualche tendenza alla plaga coralligena *Tortoniana* nel bacino di Bonifacio. Nella piana d'Aleria questi terreni arrivano fino quasi alla torre Caselli, un poco più a nord che non indichino le carte. Abbondano molto fra il Tavignano ed il torrente di Lago Lungo gli stessi *Clypeaster* di Bonifacio. Nelle sabbie i fossili sono spesso di conservazione perfetta; appartengono allo stesso piano, e sono accompagnati da *Pecten* e da *Lithothamnium*, i banchi d'Ostriche del Bravone e di Linguizetta. A San Fiorenzo i calcari sono più compatti e coi *Lithothamnium*, che spesso li costituiscono quasi per intero, sono banchi di *Cellepora, Retepora, Eschara* ed altri Briozoi, con foraminifere e con Crinoidi, come le zone consimili dell'Appennino.

« Il terreno è in tutto e per tutto identico, per carattere litologico, per fossili, per situazione stratigrafica all'*Elveziano* della Sardegna e delle Calabrie; poco diverso è l'*Elveziano* della Toscana; manca però in Corsica la plaga *Langhiana* di Sardegna.

« Non ho potuto risolvere parecchie questioni relative a questi terreni terziari più recenti. L'Hollande ha trovato presso Casabianda, negli strati sabbiosi più alti, delle Congerie, con *Melanopsis*, Melanie ed altri fossili salmastri in parte nuovi. Parecchie delle sabbie verdi indicate topograficamente come strati a Congerie della piana d'Aleria certo non contengono simile fossile. Se gli strati di Casabianda stanno sotto alle sabbie ed alle puddinghe con *Ostrea* del Miocene medio, come ritiene l'Hollande, in tal caso quelli sarebbero un semplice *facies* intercalato all'Elveziano equivalente ai *Kirchberger Schichten* e a tanti strati a Congerie delle Maremme toscane; se stanno sopra tutti gli altri strati potrebbero appartenere al Miocene superiore.

« Non ho visto nemmeno i fossili trovati negli scavi d'un canale sul mare presso Casabianda attribuiti dal Munier Chalmas al Pliocene; con ispecie che potrebbero essere quaternarie ne sono alcune (*Buccimun polygonum, Pleurotoma turricula, Columbella nassoides, Pecten pleuronectes*) più antiche. Siccome in Sardegna il Pliocene non fu ancora trovato, varrebbe la pena di rivedere un poco anche questo piccolissimo lembo della Corsica. Nemmeno ho visto il conglomerato pumiceo indicato dal Reynaud, col miocene, alla Punta di Balistro, il quale avrebbe potuto darmi qualche lume anche sui rapporti fra i terreni vulcanici e quelli miocenici di Sardegna.

« Postpliocene. Nella Corsica, come nella terraferma ed in tutte le isole vicine, anzi come in tutto il Mediterraneo, i littorali sono cinti da depositi avventizi marini sollevati fino a 5 e 15 cm. e in qualche tratto assai

più, sopra il livello dei mari. Dove le spiaggie sono formate da roccie cristalline, scistose, come il più di frequente accade, ivi le alluvioni a sabbie e massi irregolari sono sciolte; così accade nei dintorni d'Aiaccio, fra Biguglia e Bastia, fra il torrente Alesani e la Padulella, alla Marina di Sisco e altrove; in quei pochi luoghi dove la spiaggia è calcarea, come intorno Macinaggio e San Fiorenzo, si ha una puddinga calcarifera identica alla *panchina* della Toscana. Nel Golfo di San Fiorenzo, nelle sabbie dello stagno di Diana ed altrove, si trovano fossili de' molluschi marini recenti o quaternari estinti come la *Tapes Dianae* Req., rappresentante della *T. senescens* Dod. del Pliocene, la quale poi si trova ne' terreni quaternari antichi dell'Ellesponto e sulle spiaggie del Chiarone nella Maremma toscana, rimpetto allo stagno di Diana. Quasi per tutto poi lungo il littorale le alluvioni dei fiumi si mescolano a quelle del mare.

« Nell'interno si hanno le breccie quaternarie con molte specie di roditori estinti, simili, ma molto più scarse di quelle di Sardegna; le studiarono il Rampasse, il Cuvier, il Locard, il Major.

« Collomb, Pumpelly, Tabariès de Grandsaignes, Major, trovarono ciottoli striati ed altre traccie indiscutibili di ghiacciai nella catena centrale intorno alle giogaie del Monte Cinto (2710) e del Monte Rotondo (2675). I laghi di Nino e di Monte Rotondo ed altri piccoli laghetti assai elevati sono forse di origine glaciale. Anche al giorno d'oggi la neve rimane quasi continua, sopra 2000 m., fino verso il termine di luglio; non si ha alcun esempio consimile nella penisola italiana. Le Alpi Apuane e gli Appennini contigui fra il Monte Orsaio ed il Cimone, alti fino a 2200 m., benchè situati da 90 a 100 miglia geografiche più a settentrione, rimangono tutti scoperti di neve nel maggio e nel giugno. Forse questa differenza non si deve tutta ai 500 m. di maggiore altezza delle montagne corse, ma anche alla maggiore precipitazione acquea intorno alla quale però non conosco finora documenti precisi.

« Conclusioni. A differenza di quanto avrei creduto, la Corsica, nella geologia, come in tante altre cose, ha moltissimi punti di divergenza dalla sua vicina, la Sardegna. Le analogie si limitano alla roccia più antica, il Granito, che costituisce tanta parte delle due isole, ed alle roccie mioceniche, come pure, probabilmente, alla comune mancanza del Pliocene. Mancano alla Corsica tutti i terreni paleozoici più antichi, quelli triassici ricoprenti in strati orizzontali gli altri, ed i terreni vulcanici. I rapporti colla Maremma e colle isole toscane adiacenti sono poco maggiori e più stratigrafici che altro. I Graniti ed i calcari infraliassici sono i medesimi; in ambedue le regioni i terreni infraliassici coprono con estrema discordanza terreni più antichi e sono insieme a questi sollevati e spostati.

« Tutta l'estesa serie di calceschisti, schisti cristallini, *gneiss* posteriori ai graniti, che formano la parte settentrionale della Corsica sono una esatta

ripetizione delle rocce dell'Appennino savonese e delle Alpi Marittime nella qual regione pure si ripetono i calcari infraliassici e quelli a Rudiste; colle Alpi Marittime sono dunque le più strette analogie geologiche della Corsica.

« Biologicamente la Corsica ha stretti rapporti colla Sardegna, nella comunanza di molte specie e di qualche genere loro particolari, non solo negli animali inferiori, ma nei Rettili, negli Anfibi, negli Uccelli, nei Mammiferi; nondimeno sono pur molto ragguardevoli le differenze specifiche: nè potrebbe essere altrimenti fra regioni geograficamente sì diverse, cioè l'una tutta montuosa, scabrosa, ed umida, l'altra tanto più bassa, pianeggiante ed arida, ed inoltre situate sotto latitudini così diverse, come sarebbero in terraferma la Toscana e le Calabrie pur distinte da molte differenze biologiche. Le specie di *Tachycampilaea*, genere peculiare alle due isole, son tutte notevolmente diverse, così è degli *Iberus* e di quasi tutte le *Xerophilae*; perfino il *Cervus Corsicanus* di Corsica sembra avere nelle corna qualche diversità da quello Sardo; la *Sitta Watheleyae*, dal mio compagno di viaggio March. L. Torrigiani trovata in una località nuova di Corsica, non fu ancora osservata in Sardegna. Però la fauna della Corsica, specialmente nella metà settentrionale, è assai più vicina ed in parte comune a quella di terraferma, come è ad aspettarsi per l'affinità del clima e per la tanto maggiore prossimità ».

Geologia. — *La formazione salmastra nei dintorni di Roma.* Nota dell'ing. E. Clerici, presentata a nome del Corrispondente Bassani.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Botanica. — *Sopra alcune particolarità morfologiche, istologiche e biologiche dei Cyathophorum.* Nota del dott. Ugo Brizi, presentata dal Corrispondente R. Pirotta.

« Il **Cyathophorum pennatum** *Brid.* è un elegantissimo Musco che vive nelle regioni temperate dell'emisfero australe, nell'Australia cioè, nella Nuova Zelanda, nell'isola Van Diemen e nell'isola di Tahiti, ed è ascritto dai Briologi alla tribù delle Hypopterygiaceae fra i Pleurocarpi.

« Valendomi dell'abbondante materiale avuto a mia disposizione [1] ho eseguito uno studio il più completo che mi fu possibile su tale specie, estendendo le mie osservazioni alle specie affini, del quale presento i risultati

[1] Ringrazio perciò i signori; ing. Paolo Dattari, prof. T. Withelegge del Museo di Sydney, il prof. Bar. F. Müller di Melbourne, il prof. Bescherelle, il prof. Caruel, il prof. Levier e il mio maestro il prof. Pirotta per avermi gentilmente favorito il materiale studiato e quest'ultimo anche pei suoi consigli e pel suo valido ajuto.

principali, riservandomi di pubblicare in seguito il lavoro completo corredato delle relative tavole illustrative nell'Annuario del R. Istituto botanico di Roma.

« Dallo studio sistematico di tale specie e delle affini risulta:

« Le specie del genere **Cyathophorum** attualmente esistenti si possono ridurre a sette: *C. Hookerianum, intermedium* dell'Hymalaya, *C. parvifolium, tenerum* di Giava e Sumatra, *C. sublimbatum* di Ceylon, *C. Adianthum* dell'Asia centrale e delle Isole della Sonda e finalmente *C. pennatum* con tre forme ben distinte e caratterizzate *α. minor.*, *β. aurea*, *γ. major.*, dell'Australia, Nuova Zelanda e Tahiti.

« Del **C. pennatum**, rifatta la diagnosi e corretta dai molti errori di autori precedenti, descritti e illustrati gli organi sessuali, il peristomio, la vaginula, per numerosi caratteri morfologici, fra i quali principali l'eteromorfismo fogliare, la forma della caliptra, gli organi sessuali, il peristomio interno ecc., ritengo debbasi, insieme colle altre sei specie, costituire una famiglia a sè, la famiglia delle Cyathophoraceae, posta sistematicamente tra le Hypopterygiaceae Mont. e le Hypnaceae Schp.

« Nello studio anatomico, istologico e biologico ho osservati alcuni fatti importanti che qui riassumo:

« Il **Cyathophorum pennatum** vive sull'humus appie' delle grandi felci australiane e neozelandesi, specialmente della *Diksonia Billardieri*, ed i suoi rizoidi operano il saprofitismo, del quale alcuni bei casi furono descritti per altri Muschi dall'Haberlandt (1).

« Quando i rizoidi si trovano in presenza di sostanze organiche specialmente vegetali, vi si appoggiano, vi strisciano sopra piegandosi e rigonfiandosi, e penetrando nell'interno come il micelio di certi Funghi.

« Il rizoma aderisce talvolta a grossi frammenti di corteccia di Dicotiledone, e manda i rizoidi nell'interno della corteccia stessa, i quali occupano in parte o interamente il lume delle fibre liberiane, strisciano più o meno lungo le pareti laterali, e passano da una fibra all'altra nei punti di minor resistenza; per solito attraversano le punteggiature. Ramificandosi poi nell'interno della corteccia finiscono coll'occupare grandi estensioni e coll'attraversare da parte a parte frammenti di corteccia grossi fin mezzo centimetro. Le estremità dei rizoidi scolorate, sottili, piene di plasma terminano libere o aderenti alle pareti delle fibre; ma, per rendere evidente tutto il percorso dei rizoidi, è necessaria una colorazione doppia. I rizoidi, naturalmente bruni, non assumono alcuna colorazione col cloruro di zinco jodato; si colorano invece in bel violetto quando siano preventivamente trattati con acqua di Javelle per oltre un'ora, mentre le fibre della corteccia coloransi in giallo.

(1) Haberlandt, *Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Laubmoose* in Pringhs. Jahrb. f. w. Bot. IV Bd, p. 476.

« I rizoidi penetrano anche nei sottilissimi peli caduti dal tomento fogliare della *Diksonia* e si ramificano entro di essi senza scopo evidente, giacchè i peli sono vuoti ed enormemente resistenti alla decomposizione; probabilmente, ma non lo asserisco, i rizoidi cercano nell'interno di quei peli l'acqua che per capillarità assorbono dal terreno umido.

« S'insinuano pure i rizoidi, penetrando per gli stomi, nelle foglie sternate della *Diksonia*, occupano il mesofillo, modellandosi sugli spazi intercellulari del tessuto spugnoso, oppure si limitano ad occupare le cellule stomatiche e le annesse, e, se la foglia è fertile, i rizoidi penetrano anche sotto l'indusio, occupano lo sporangio perforando le cellule non ispessite di esso.

« Nelle foglie sternate dello stesso **Cyathophorum** i rizoidi penetrano in uno dei modi indicati, oppure vi operano il saprofitismo per mezzo di speciali organi succiatori, costituiti da rametti laterali di un grosso rizoide, i quali, giunti contro la superficie delle cellule delle foglie nei punti in cui la membrana è assai sottile, si dilatano in forma di scudo, formando delle vere ventose in numero assai considerevole, collegate tutte fra di loro per mezzo di una rete di rizoidi.

« In altri casi vidi i rizoidi penetrare nell'interno di una radice vivente, internarsi nel parenchima corticale e spingere le estremità assorbenti dei rizoidi fino in contatto coi grossi grani d'amido, oppure penetrare nei talli viventi di Epatiche verdi (*Metzgeria*) occupando quasi tutte le cellule o, percorrendo la lamella mediana, giungere fino alla nervatura ed occuparla interamente; in altre Epatiche fogliose (*Lophocolea Novae-Zelandiae*) occupare le foglioline ed invadere l'esile fusticino.

« Da tali fatti, e da altri molti che non accenno, si può concludere:

« I. *I rizoidi del* **Cyathophorum pennatum** *operano il saprofitismo normalmente: o per perforazione o per penetrazione per aperture già esistenti* (punteggiature, stomi ecc.), *o per vere ventose succhianti.*

« II. *Il* **C. pennatum**, *come dagli ultimi due fatti esposti, è talvolta eventualmente parassita su piante verdi e viventi, caso nuovo fra le Briofite.*

« III. *Per tale tendenza ad adattarsi al parassitismo, resa evidente dalla produzione di organi speciali assorbenti, il* **Cyathophorum pennatum**, *costituisce un passaggio tra i saprofiti verdi e i parassiti verdi.*

« Il rizoma del **Cyathophorum pennatum** presenta pure molti fatti notevoli: nello stato adulto è costituito da un'epidermide, da un ipoderma meccanico o stereoma, da un parenchima uniforme e da un cordone centrale.

« L'epidermide è monostromatica con elementi a parete sottile, bruna, di natura microchimica incerta, perchè corrispondente in parte ad una lignificazione, in parte ad una suberificazione. Resistentissima all'acido cromico, si co-

lora in giallo col cloruro di zinco jodato e colla soluzione acquosa di solfato d'anilina.

« L'ipoderma meccanico o stereoma è costituito da vere fibre simili alle liberiane delle fanerogame, anche nello sviluppo (V. Haberlandt, l. c.), giacchè nel **Cyathophorum** è evidentissima la loro origine collenchimatica. Presentano numerose punteggiature circolari, bianco-argentine che si colorano in violetto col cloruro di zinco jodato, perchè la pellicola di chiusura non è costituita dalla sola lamella mediana, ma ad essa sono addossati uno o più straterelli cellulosici, evidentissimi in sezione trasversa, previo trattamento con idrato potassico.

« Nei rizomi molto adulti accade, come fu osservato per gli Sfagni (V. Haberlandt, l. c.), l'obliteramento parziale o totale delle punteggiature [1].

« Il parenchima è uniforme a cellule grandi esagono-prismatiche, a pareti sottili poco punteggiate, ripiene di amido diffuso o granulare e di goccie d'olio.

« Il cordone centrale è semplice e senza traccie foliari: è un fascio procambiale rudimentale, formato di elementi simili, collenchimatici e sempre cellulosici. Nel cordone manca lo stereoma che accompagna il fascio in molti Muschi, e che spesso s'interpone fra gli elementi del fascio stesso (Polytrichaceae); nè è qui necessario, bastando alla funzione meccanica di resistenza il robusto stereoma ipodermico. Solo nei grossi rizomi di individui adulti si forma, intorno ed esternamente al cordone, un cerchio di stereoma i cui elementi però non s'interpongono tra quelli del fascio.

« Il cordone centrale ha origine per divisione di *una sola* cellula centrale poco al disotto dell'apice vegetativo, in due, le quali si differenziano in elementi allungati, collenchimatici, che danno intensissima reazione al cloruro di zinco jodato.

« Un fatto assai notevole si è che mentre si costituisce lo stereoma ipodermico, l'epidermide resta inalterata; quando poi lo stereoma è sufficientemente robusto ed atto a proteggere le parti molli interne, l'epidermide cade e si desquama analogamente ad un periderma, e in modo alquanto simile a quello che accade in certe radici di Monocotiledoni.

« La struttura del fusto è diversa da quella del rizoma, e le differenze sono molto maggiori di quelle riscontrate nei Muschi superiori, dei quali fu studiata la struttura.

« L'epidermide nel fusto adulto, pure monostromatica, costituisce una vera corteccia formata di elementi corti, grossi, a lume quasi sempre obliterato, senza punteggiature.

[1] V. Limpricht, *Ueber Tüpelbildung bei den Laubmoosen* in Jahrsber. d. Schl. Gesell. f. v. Kult. 1884, p. 289; Coesfeld. R., *Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Laubmoose* in Bot. Zeit. 1892, p. 172.

« L'ipoderma è ancora trasformato in stereoma meccanico, che differisce da quello del rizoma, perchè costantemente più stretto, e gli stereidi più corti, a pareti più sottili meno ricche di punteggiature, a reazione più evidente colla soluzione acquosa di solfato d'anilina.

» Il parenchima pure è uniforme, di spessore maggiore; nel resto è identico a quello del rizoma.

« Il cordone centrale istologicameute è simile a quello del rizoma, ma ne differisce pel numero molto maggiore di elementi costitutivi, e perchè non si forma mai intorno ad esso veruna cerchia di stereoma.

« Talvolta in alcuni vecchi fusti avviene invece la produzione di un anello di stereoma tra l'ipoderma ed il cordone centrale, costituito da quattro o cinque serie di stereidi corti grossi, e simili a quelli dello stereoma ipodermico, e disposte in modo da limitare due zone di parenchima l'una tra l'ipoderma e l'anello, l'altra tra l'anello e il cordone centrale: tale produzione però è certamente anomala.

« Le differenze quindi tra rizoma e fusto sono grandissime, quantunque la struttura del **Cyathophorum** sia ben lungi dall'essere complicata come quella di Muschi nei quali si riconobbero differenze notevoli di struttura tra fusto e rizoma (1).

« La differenza essenziale sta nella funzione dell'epidermide: nel rizoma essa non compie funzione meccanica di resistenza, come la compie nel fusto: nel rizoma tale funzione è compiuta dallo stereoma, quindi l'epidermide inutile, quando è cessata la sua funzione protettrice, cade; nel fusto è l'epidermide che compie la funzione meccanica di resistenza, e quindi lo stereoma è assai più debole. Nei Muschi superiori già studiati, la differenza principale consiste invece nella struttura del cordone centrale. Quindi nel **Cyathophorum** le differenze tra fusto e rizoma, sì importanti anche fisiologicamente, sono:

« Nel rizoma: *epidermide sottile decidua, stereoma ipodermico robusto; stereidi con numerose punteggiature a pareti assai robuste; parenchima poco sviluppato; cordone centrale allo stato adulto circondato da una zona di stereoma.*

« Nel fusto: *epidermide grossa non decidua, stereoma ipodermico più debole; stereidi a pareti più sottili, accorciati, con poche punteggiature; parenchima più sviluppato; cordone centrale normalmente senza stereoma.*

« Ammettendo poi, con una certa riserva, i quattro tipi di struttura cau linare stabiliti dal Bastit (l. c.), il **Cyathophorum** costituirebbe *un quinto tipo* di struttura caratterizzato da: *epidermide sclerificata, debole stereoma ipodermico, parenchima uniforme, cordone centrale semplice, assile, senza tracce fogliari.*

(2) Bastit E., *Comparaison entre le rhizome et la tige feuillée dans les Mousses*, in Bull. Soc. Bot. Fr. XXXVI, p. 295. — Id. *Recherches anatomiques et physiologiques dans la tige e les feuilles des Mousses*, in Rev. Gén. Bot. t. III, p. 255.

« La ramificazione vera del fusto del **Cyathophorum** è rarissima: vi avviene però una sorta di ramificazione curiosa e singolarissima: su di un punto qualunque e solo eccezionalmente all'ascella delle foglie, si producono gemmule di origine epidermica dalle quali si sviluppa un rametto che ha un proprio apice vegetativo, un proprio cordone centrale, la traccia del quale non giunge fino al cordone centrale dell'asse.

« Contemporaneamente, alla base del rametto e dalle cellule epidermiche dell'asse circostanti, si sviluppa una grande massa di rizoidi fitta come un tessuto che avvolge e inguaina tanto la base del rametto quanto l'asse che lo porta. Appena il rametto ha emesse le prime foglie, si strozza alla base e finisce per isolarsi perdendo la continuità di tessuto colla pianta madre, ma rimanendovi attaccata per mezzo della massa compatta dei rizoidi, crescendovi e prosperandovi producendo foglie e fiori unisessuali. Questo singolare fatto, che merita uno studio fisiologico, induce a supporre che il nuovo individuo si nutra e viva a guisa di parassita a spese della pianta madre per mezzo della massa dei rizoidi, giacchè è senza contatto col suolo e senza continuità di tessuto colla pianta madre.

« Sul rizoma e sul fusto del **Cyathophorum pennatum** esistono degli organi singolari non mai, che io sappia, descritti da alcuno, dei quali è ignota la funzione e che per l'apparenza loro ho denominati *macchie*.

« Sul rizoma giovane o adulto, al di sopra della inserzione dei catafilli laterali (giacchè sono eteromorfi) dei quali non resta che la cicatrice, si vedono dei grossi punti bianchi, rotondi, non sempre evidentissimi, ma che è facile render tali col mezzo dell'idrato di cloralio.

« Questi punti sono costituiti da un ammasso di cellule, in complesso di forma lenticolare che si formano al posto dello stereoma in punti determinati. Gli elementi costitutivi sono cellule a pareti non ispessite, bianche, brillanti, argentine, di forma non sempre regolare, disposte a guisa di raggi che partono da una cellula unica centrale, depressi un po' al disotto del livello dell'epidermide propria di tale organo. La macchia è protetta posteriormente dal robusto stereoma, il quale la isola per dir così dagli organi interni, anteriormente da una sottile epidermide che sembra una continuazione di quella del rizoma, ma che invece si mantiene in quel punto cellulosica e non decidua.

« Al posto della cellula centrale depressa, non è raro trovare, nei rizomi vecchissimi, una cavità lisigenica.

« Le pareti degli elementi costitutivi di questi singolari organi si mantengono sempre di cellulosi, della quale danno sempre la reazione caratteristica. Trattata con carminio alluminato e poi lavata in acido ossalico, tutta la macchia colorasi in rosso vinoso.

« Coll'acido solforico si distrugge rapidamente; si scioglie lentamente

nella soluzione cupro-ammoniacale, ma se l'idrato di rame viene sciolto a saturazione, non sciogliesi più e colorasi in verde smeraldo.

« Anche sul fusto esistono tali organi, dove debbono essere, come nel rizoma, essenziali, poichè non mancano mai nè sugli individui giovani nè sugli adulti; anche sul fusto hanno la stessa proprietà, struttura e sviluppo, solo che la forma non è circolare, ma in projezione è ellittica coll'asse maggiore nel senso dell'asse del fusticino. L'epidermide sclerificata del fusto si arresta senza transizione al limite dell'organo, e lo stereoma in corrispondenza di esso è più robusto, In certi casi ho osservata la produzione di rizoidi per parte delle cellule epidermiche del caule che fan corona alla macchia.

« La natura intima e la funzione di tali organi mi è impossibile precisare senza definitive esperienze su nuovo materiale, nè lo studio microchimico dei contenuti cellulari può, per ora, spiegare nulla, poichè gli elementi adulti sono per lo più vuoti, i giovani contengono plasma, amido granulare e olio.

« Non sono evidentemente ghiandole, alle quali somiglierebbero per la struttura, perchè non contengono alcuna sostanza speciale (alcaloidi, gomme, resine) che giustifichi l'ipotesi; non sono nettarî estranuziali per l'assenza assoluta di sostanze zuccherine, e anche perchè mal se ne capirebbe la funzione in una Briofita: non sono lenticelle aereatrici perchè la macchia ha una propria epidermide senza meati, e gli elementi costitutivi non presentano interspazi; non possono essere apparecchi illuminatori, quantunque l'aspetto brillante di tali organi potrebbe farli credere analoghi alle macchie scolorate delle foglie delle Aloinee, poichè mancherebbe lo scopo non essendovi tessuto assimilatore vicino, e sarebbero inutili nel rizoma sotterraneo e privo quindi di luce. La sola ipotesi e la meno improbabile è che siano apparati acquiferi per l'assorbimento dell'acqua liquida, ipotesi giustificata in parte almeno, dalla forma, dalla posizione e struttura di tali organi e dalla presenza talvolta di rizoidi assorbenti anche nel fusto e intorno ad essi, e più di tutto dal modo e dal luogo ove vive la specie.

« Nello studio delle foglie e dello sporofito i fatti più notevoli osservati sono:

« Le foglie, diverse morfologicamente, hanno una struttura anatomica identica e semplicissima, che non sembra in armonia colla complicazione degli altri organi. Sono monostromatiche con cloroplasto unico, vermiforme, amilifero che costituisce tutto il sistema assimilatore. Le pareti superiore ed inferiore sono assolutamente impervie e sottilissime, le radiali grosse, ispessite con grosse e regolari punteggiature *che qualche volta si obliterano*, frequentissime nella parte inferiore della foglia, meno nella superiore, tutte ben visibili, specialmente le prime, anche per trasparenza colla sola azione dell'idrato di cloralio. Il sistema meccanico è rappresentato dalla nervatura, la quale funziona anche

come sistema conduttore, senza però che la traccia fogliare giunga al cordone centrale. Il nervo *nasce dall'ipoderma* e all'origine è costituito da cellule robustissime che formano una vera sbarra rigida che sostiene eretta la foglia.

« Nello *sporofito*, il pedicello, di struttura semplice, *presenta un rudimento di cordone centrale.*

« La *vaginula* ha una struttura speciale, singolarissima; è, insieme colla base del pedicello, enormemente rigonfiata *e costituisce un sistema di riserva*, giacchè accumula nel suo interno grande quantità d'amido finchè la capsula assimila; quando essa diventa bruna impiega quest'amido per condurre a termine la maturazione delle spore.

« Lo *sporogonio* presenta un piccolo sacco sporigeno, una grossa columella la quale pure a spore immature ha le sue cellule ripiene di amido, un epidermide con rari stomi faneropori, e presenta un bellissimo e assai sviluppato sistema acquifero nel *peristomio*, composto di due o tre serie di cellule specifiche, che serve ai movimenti igroscopici dei denti di esso ».

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 5 febbraio 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Mineralogia. — *Sopra alcune miche del Lazio.* Nota del Socio G. Struever.

« Rimandando alla continuazione dei miei *Studi sui minerali del Lazio* più estese e più particolareggiate notizie sulle numerose varietà di mica magnesiaca dei Monti Albani che ho potuto raccogliere nel corso di molti anni, credo utile di comunicare in anticipazione alcune delle mie osservazioni sopra qualche varietà più delle altre singolare. Si tratta in parte di ricerche che datano da molto tempo, in parte di ricerche recenti.

« Basteranno poche parole per motivare la mia Nota preliminare.

« Si sa che lo Tschermak nel 1877 distinse col nome di anomite la mica magnesiaca di prima specie colla dispersione $\varrho > v$, ma è noto altresì (vedi Kokscharow, Mat. zur Mineral. Russlands, vol. VIII, pag. 8) che il Descloizeaux conosceva già a quel tempo delle anomiti colla dispersione $\varrho < v$, come nel merosseno di Tschermak.

« Dopo quel tempo furono trovati più volte, in una medesima roccia riuniti, il merosseno di seconda specie e l'anomite di prima specie, ma ambedue colla dispersione $\varrho < v$. Talchè il Rosenbusch, a pag. 486 del primo volume della seconda edizione della sua *Mikroskopische Physiographie* etc., opina che non si possono direttamente riunire le due varietà di anomite,

benchè egli poi dichiari, che provvisoriamente questa riunione è necessaria per la mancanza di ricerche chimiche sopra l'anomite delle roccie. Precisamente questa opinione espressa dal Rosenbusch m'induce a comunicare fin d' ora i pochi fatti che seguono.

« Molti anni addietro esaminai una mica dei dintorni di Roma, proveniente dall'antica collezione Riccioli e portante i numeri 7399/106 del catalogo del nostro Museo. Essa è a larghe lamine, solo qua e là contornate da faccie non determinabili, ma pure si presta assai bene alle ricerche che qui ci interessano, per la facilità e perfezione, colle quali si ottengono in essa le figure di percussione e di pressione.

« La mica è di un bel colore rosso-bruno, uniforme per tutta la massa, e diventa sufficientemente trasparente in lamelle di qualche decimo di millimetro di spessore. L'angolo degli assi ottici è grande (di circa 60° nell'aria e nella luce bianca) e costante per tutte le lamelle, la dispersione degli assi ottici distintamente $\varrho < v$, ma parte delle lamelle sono di prima specie, parte di seconda specie. All'elevato valore dell'angolo degli assi ottici corrisponde un forte pleocroismo nel senso normale alla sfaldatura. In lamine sottili i due colori fondamentali sono giallo-rossiccio e rosso-bruno, in lamelle un po' più grosse l'ultima imagine resta completamente assorbita, la prima diventa di color rosso-bruno.

« Ma per l'orientazione diversa del piano degli assi ottici nelle due specie di lamelle, anche il pleocroismo cambia orientazione, cioè nelle lamelle di prima specie, in cui il piano degli assi ottici è normale al piano di simmetria, le vibrazioni maggiormente assorbite sono quelle parallele all'asse delle x, nelle lamelle di seconda specie invece, in cui il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria, quelle parallele all'asse di simmetria y, e quindi in ambedue le specie di lamelle, le vibrazioni parallele all'asse di media elasticità ottica restano maggiormente assorbite di quelle parallele all'asse di minima elasticità.

« Trovata questa mica perfettamente omogenea, parte di prima, parte di seconda specie, andai naturalmente in cerca di cristalli che presentassero lo stesso fenomeno. Nei Monti Albani abbondano simili miche rosso-brune in cristalli e in lamine, ma per molto tempo incontrai fra loro soltanto mica di seconda specie in cristalli semplici e gemelli, assai sovente ad angolo grande degli assi ottici, con forte pleocroismo nel senso normale alla sfaldatura, come sopra, e con dispersione $\varrho < v$.

« Solo pochi mesi fa, m'imbattei in un cristallo dl color rosso-bruno-cupo che attirò la mia attenzione, perchè dalla disposizione delle faccie laterali sembrava trattarsi di un gemello polisintetico. Ne staccai una ventina di lamelle, ed ecco i risultali del mio esame.

« Attraverso tutto il cristallo a contorno esagonale le figure di percussione e di pressione, che anche qui si ottennero con rara perfezione, coincidono

come la sfaldatura, essendo i raggi della figura di percussione paralleli ai lati del contorno. Da ciò segue che abbiamo da fare con una associazione regolare di lamelle. Tutte le lamelle presentano debolissimo pleocroismo nel senso normale alla sfaldatura, angolo piccolo degli assi ottici, dispersione $\varrho < v$, nè vi ha la ben menoma diversità nella colorazione da lamella a lamella, talchè si tratta anche qui di una mica perfettamente omogenea. Ma le lamelle sovrapposte appartengono, parte ad una mica di prima specie, parte ad una mica di seconda specie, e, quel che complica ancora la costituzione del cristallo, tanto le lamelle dell'una quanto quelle dell'altra specie stanno fra di loro in posizione di gemelli tripli.

« Ciò segue dal fatto che - salvo una lamella in cui il piano degli assi ottici pare in posizione intermedia, cioè nè normale nè parallelo ad un lato del contorno esagonale - le differenti lamelle di prima specie hanno il piano degli assi ottici rispettivamente normale ai lati del contorno esagonale del cristallo presi due a due fra loro paralleli, mentre nelle lamelle di seconda specie quel piano è rispettivamente parallelo ai lati del contorno presi ancora due a due fra loro paralleli. Talchè in tutta la catasta di lamelle sovrapposte, in cui il piano di sfaldatura e le figure di percussione e di pressione coincidono, il piano degli assi ottici occuperebbe 6 posizioni diverse formanti angoli di 30° fra loro. Segue ancora che ciascuna lamella di una specie è in posizione parallela con una serie delle lamelle dell'altra specie, in posizione di gemello colle altre due serie.

« Quale sia la legge speciale di geminazione che si verifica nel cristallo, non è dato di scoprire, per l'impossibilità di determinare in questi gemelli racchiusi dalle bombe e dai tufi dei monti Albani le faccie laterali, e sovrattutto l'ordine in cui si seguono gli angoli rientranti e sporgenti.

« Come esporrò più dettagliatamente in una mia prossima Memoria su alcuni minerali dei graniti della Bassa Valsesia, e specialmente sopra una ricca serie di associazioni regolari di biotite e muscovite ivi da me raccolta in questi ultimi anni, possiamo interpretare in due modi essenzialmente diversi i gemelli di mica o di prima o di seconda specie, e anche di prima e seconda specie, in cui la sfaldatura e le figure di percussione e pressione coincidono, mentre i piani degli assi ottici formano angoli di 60° nei due primi casi, di 30° nell'ultimo, ma non si vedono o non si possono determinare faccie laterali.

« Difatti, la disposizione dei gemelli indicata si può ottenere, tanto prendendo per asse di geminazione la normale allo spigolo [001, 110] o [001, $1\bar{1}0$] compresa nella base, ossia gli spigoli [001, $1\bar{3}0$] o [001, 130] (vedi per la notazione Hintze, Handbuch), quanto adottando come asse di geminazione lo stesso spigolo [001, 110] o [001, $1\bar{1}0$]. Supponendo la combinazione (001) (010) (221) ossia *c b* M (Hintze), otterremmo, nel primo caso, i gemelli destro e sinistro di Tschermak con, lateralmente, tre angoli rientranti con-

tigui e altrettanti angoli sporgenti contigui; nel secondo caso avremmo lateralmente coincidenza delle faccie nella zona [001, 110] o [001, 1$\bar{1}$0] e due soli angoli rientranti contigui e altrettanti angoli sporgenti contigui.

« A favore della prima legge parlerebbe il fatto, che essa fu realmente osservata sovra cristalli del Monte Somma, ma la possibilità della seconda non è con ciò punto esclusa.

« Il modo, del resto, da me adottato, di enunciare le leggi di geminazione della mica nei gemelli a sfaldatura coincidente col mezzo dell'asse di rotazione e non del così detto piano di geminazione, merita, a mio avviso, la preferenza, perchè ci rende indipendenti dalla questione se si debbano considerare le miche biassi come appartenenti al sistema trimetrico o al sistema monoclino, e, adottando quest'ultima ipotesi, dal particolare sistema di assi che si voglia assumere. Ma di ciò più diffusamente nella Memoria sopra annunciata. In questo luogo mi sia permesso di dedurre soltanto dalle mie osservazioni la conclusione che non sembra indicato e tanto meno necessario di dividere maggiormente le miche magnesiache, e che una mica, senza cambiare composizione chimica, può essere tanto di prima quanto di seconda specie ».

Chimica. — *Sintesi di omologhi dell'1-fenilpirrazolo.* Nota di L. Balbiano e G. Marchetti [1].

« Le esperienze che descriviamo in questa Nota, sono state instituite per corredare di nuovi fatti l'analogia di comportamento che esiste fra il nucleo pirrazolo e la piridina, analogia che uno di noi ha fatto rilevare in diverse occasioni.

« Si sa dalle ricerche di W. Hofmann [2] che le aniline secondarie sottoposte all'azione del calore danno origine ad aniline primarie omologhe, mediante distacco del radicale alchilico dall'azoto ed emigrazione del medesimo nel nucleo fenile.

« Il Ladenburg [3] applicò questa reazione alla piridina ed ottenne una serie di omologhi superiori di questa base.

« Era perciò interessante provare se quei pirrazoli che hanno la proprietà di addizionare joduri alchilici, fossero capaci di originare omologhi per riscaldamento del joduro quaternario, staccandosi il radicale alchilico dall'azoto, per sostituire idrogeno metinico del nucleo.

« Abbiamo scelto per fare le nostre esperienze l'1-fenilpirrazolo, perchè

(1) Lavoro fatto nell'Istituto chimico dell'Università di Roma.
(2) Berl. berich. 5, 720; 7, 526.
(3) Berl. berich. 16, 2059; Liebig's Ann. T. 247, p. I.

è il composto pirrazolico che si può avere più facilmente; inoltre ci sorrideva la speranza che, addizionando dapprima joduro di metile e poi riscaldando il jodometilato, il metile emigrasse a sostituire l'idrogeno nella posizione 4, cioè l'idrogeno più reazionabile del nucleo, ed avere così l' 1-fenil-4-metil-pirrazolo, unico isomero dei tre previsti dalla teoria che finora non sia stato ottenuto. L'esperienza corrispose pienamente alle nostre previsioni ed oltre all'aver dimostrato ancora in questa direzione l'analogia di comportamento fra il nucleo piridico ed il pirrazolico, siamo riusciti a completare la serie dei 1-fenil-metil-pirrazoli isomeri.

Iodometilato dell'1-fenilpirrazolo $C^3H^3\begin{cases} N\begin{cases} CH^3 \\ I \end{cases} \\ N - C^6H^5 \end{cases}$

« Si ottenne riscaldando in tubo chiuso alla temperatura di 100° per 7 ad 8 ore, quantità equimolecolari di joduro metilico e di 1-fenil pirrazolo. La reazione fu quasi quantitativa, mentre che operando in un pallone riscaldato a bagno maria e comunicante con una colonna di mercurio alta 50 cm. si ebbe solo la trasformazione della metà circa del pirrazolo in jodometilato. Per depurare il composto da un po' di resina che l'accompagnava, non si ebbe che a scioglierlo nell'alcole assoluto ed a precipitarlo con 3 a 4 volumi di etere. La polvere cristallina, bianca, pesante, che si ottenne, dette all'analisi il seguente risultato:

gr. 0,2908 di sostanza disseccata sull'acido solforico dettero cc. 25 di azoto misurati alla temperatura di 20°,5 ed alla pressione ridotta a 0° di $752^{mm},82$.

gr. 0,2081 di sostanza richiesero cc. 7,25 di soluzione $\frac{N}{10}$ di $AgNO^3$.

« Da questi dati si calcola in 100 parti:

	Trovato	Calcolato
N	9,70	9,80
J	44,07	44,30

« Il jodometilato di 1-fenilpirrazolo cristallizza dall'acqua, nella quale è molto solubile anche a freddo, in belle lamine splendenti, che fondono decomponendosi alla temperatura di 178°-179°. Si scioglie nell'alcool ed è insolubile nell'etere.

1-Fenil-4-metilpirrazolo $C^3H^2CH^3N^2C^6H^5$.

« Riscaldammo il jodometilato in tubo chiuso, dapprima per 5 a 6 ore alla temperatura di 240°, indi per $^3/_4$ d'ora a 300°. La sostanza si trasformò in una massa vischiosa quasi nera, ed all'apertura del tubo si notò una considerevole pressione. Il prodotto della reazione venne trattato con acqua e

successivamente con etere per estrarlo dai tubi. Rimase indisciolta un po' di resina nera peciosa. Mediante imbuto a robinetto si separò lo strato acquoso, che teneva in soluzione acido jodidrico ed un po' di jodometilato indecomposto, dallo strato etereo, il quale, agitato con soluzione di idrato potassico per assorbire il jodio messo in libertà, lasciò coll'evaporazione dello sciogliente un olio bruno che distillava fra 242° e 270°. Con ripetute distillazioni frazionate si riuscì a separare una porzione bollente da 264°-266°. La rendita fu la seguente: da gr. 120 di jodometilato, che rappresentano gr. 61,8 di 1-fenilpirrazolo, si ottenne gr. 34 di olio greggio, e da questo gr. 5 di composto bollente fra 264° e 266°.

« L'analisi di questa frazione dette il seguente risultato:

gr. 0,1063 di sostanza dettero cc. 16,2 di azoto misurati alla temperatura di 14°,6 ed alla pressione ridotta a 0° di $754^{mm},86$

ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato
N	17,84	17,71

« Il composto ottenuto è un liquido leggermente colorato in giallo, di odore aromatico, insolubile nell'acqua; bolle indecomposto alla temperatura di 264°-266° (termometro nel vapore): raffreddato a — 15° si conserva liquido.

« Nelle porzioni bollenti sotto 264° ricercammo se alle volte si trovassero gli altri due isomeri dell' 1-fenil-metilpirrazolo; perciò sulla frazione bollente tra 253° e 260° (1) venne prima fatta una determinazione di azoto e poi sottoposta all'ossidazione.

gr. 0,1286 dettero cc. 21,25 di azoto misurati alla temperatura di 21°,8 ed alla pressione ridotta a 0° di $758^{mm},13$

ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C^3H^3N^2C^6H^5$	per $C^3H^2CH^3N^2C^6H^5$
N	18,61	19,44	17,71

« La quantità d'azoto ottenuta ci dimostrò che questa frazione è una miscela di 1-fenilpirrazolo e di 1-fenil-metilpirrazolo. Si sottopose la miscela all'ossidazione nel modo che sarà descritto più avanti e si ottenne esclusivamente l'acido carbopirrazolico fondente a 219°-220°, cioè l'acido 1-fenil-4-carbopirrazolico. Così rimase dimostrato che nell'emigrazione del metile per azione del calore sul jodometilato si forma soltanto l'1-fenil-4-metilpirrazolo.

« Al fine di meglio caratterizzare il nuovo pirrazolo, ne preparammo alcuni derivati.

(1) L'1-fenil-3-metilpirrazolo e l'1-fenil-5-metilpirrazolo bollono entrambi alla temperatura di 254°-255°.

Cloroplatinato $(C^3H^2CH^3N^2C^6H^5HCl)^2\ PtCl^4,\ 2H^2O$.

« Si ottenne facilmente precipitato in fini aghi giallo-rossi, trattando una soluzione del pirrazolo in acido cloridrico fumante con soluzione di cloruro platinico. È solubile nell'acqua e fonde decomponendosi alla temperatura di 159°-160°. Il punto di fusione non varia quando è anidro; perde le due molecole d'acqua di cristallizzazione soggiornando nel vuoto sull'acido solforico.

« Difatti:

gr. 0,5225 di sale asciugato fra carta e disseccato all'aria, perdettero in 24 ore nel vuoto sull'acido solforico gr. 0,0246 di H^2O

ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato
H^2O	4,70	4,73

gr. 0,1998 di sale secco dettero gr. 0,0535 di Platino.

	Trovato	Calcolato
Pt	26,78	26,77

« Sottoposto il cloroplatinato anidro all'azione del calore, perde quattro molecole di acido cloridrico e si trasforma nel composto di-cloroplato-1-fenil-4-metilpirrazolo.

Gr. 0,2981 di sale secco riscaldati da 130° a 160° perdettero gr. 0,0596 di acido cloridrico.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $(C^3H^2CH^3N^2C^6H^5HCl)^2\ PtCl^4 - 4\ HCl$
H Cl	19,99	20,13

gr. 0,1824 del composto rimasto dettero alla calcinazione gr. 0,0614 di platino

cioè in 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $(C^3HCH^3N^2C^6H^5)^2\ PtCl^2$
Pt	33,66	33,54

« Il dicloroplato-1-fenil-4-metilpirrazolo è una polvere giallo chiara insolubile nell'acqua; non fonde nemmeno a 250°.

Iodometilato $C^3H^2(CH^3)N^2 \begin{cases} CH^3 \\ I \\ C^6H^5 \end{cases}$

« Si ottenne riscaldando per 5 a 6 ore a 100° in tubo chiuso, quantità equimolecolari di pirrazolo e di joduro di metile. La massa cristallina ottenuta si sciolse in alcool assoluto e si precipitò il composto con etere secco. Cristallizza dall'acqua, nella quale è molto solubile in aghi pure solubili nell'alcool e fusibili a 160°.

« Una determinazione di jodio dette il seguente risultato:

gr. 0,1966 di sostanza seccata nel vuoto sull'acido solforico richiesero cc. 6,6 di soluzione $\frac{N}{10}$ di $AgNO^3$.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato
I	42,47	42,24

« Si tentò anche di preparare nello stesso modo il jodoetilato, ma le due sostanze riscaldate a 100° in tubo chiuso per 5 a 6 ore non si addizionarono e si riottenne joduro d'etile ed 1-fenil-4-metilpirrazolo. Il pirrazolo da noi preparato si comporta perciò come il suo isomero 1-fenil-3-metilpirrazolo (1).

Acido 1-fenil-4-carbopirrazolico.

« Gr. 3 di 1-fenil-4-metilpirrazolo sospesi in 50 cc. di acqua contenente in soluzione 1 grammo di idrato potassico, vennero addizionati poco a poco di gr. 6 di permanganato potassico sciolti in circa 100 cc. di acqua, agitando frequentemente e riscaldando la massa a 90°-95°.

« Finita la reazione si ricuperò il pirrazolo inalterato (all'incirca 2 gr.) mediante distillazione in corrente di vapore e si sottopose di nuovo all'ossidazione nelle stesse condizioni.

« L'acido formatosi si estrasse con etere e si cristallizzò diverse volte dall'acqua calda. Cristallizza in begli aghi bianchi che fondono a 219°-220°. All'analisi dette il seguente risultato:

gr. 0,1449 di sostanza seccata sull'acido solforico dettero cc. 19,4 di azoto misurati alla temperatura di 23°,8 ed alla pressione ridotta a 0° di 756^{mm}.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato
N	14,93	14,89

« Il sale argentico, ottenuto per doppia decomposizione fra il sale ammonico e nitrato d'argento, è un precipitato bianco caseoso che al calore imbrunisce.

« La determinazione dell'argento dette il seguente risultato:

gr. 0,4119 di sale disseccato sull'acido solforico lasciarono alla calcinazione gr. 0,1505 di argento

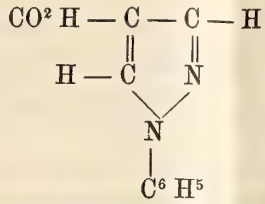
ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato $C^{10}H^8N^2O^2Ag$
Ag	36,53	36,61

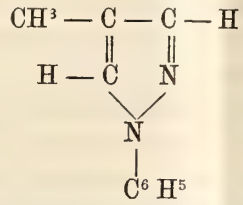
« Il punto di fusione (219°-220°) e le propietà del sale argentico non lasciano alcun dubbio sulla identità dell'acido ottenuto con quello preparato

(1) Roosen, *Beiträge zür Kenntniss einiger Pyrrazolabkömmlinge*. Inaugural-Dissertation 1891, p. 24.

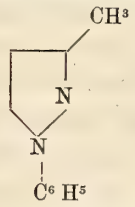
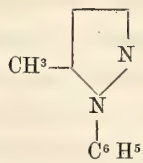
da L. Knorr. ed H. Laubmann (1) al quale spetta la costituzione espressa dallo schema:



perciò all'1-fenil-metilpirrazolo descritto spetta la costituzione espressa dallo schema:



« Riassumiamo nel seguente specchietto le caratteristiche dei tre 1-fenil-metilpirrazoli isomeri:

	1-fenil-3-metilpirrazolo	1-fenil-4-metilpirrazolo	1-fenil-5-metilpirrazolo
			
Punto di fusione	Cristallizza in aghi + 37°	liquido a — 15°	liquido in un misto frigorifico
Punto di ebollizione	254°-255° (termometro imm. nel vapore a 190°)	264°-266° (termometro nel vapore)	254°-255° (termometro imm. nel vapore a 190°)
Cloroplatinato	con 2 H^2O grosse lamine di color rosso arancio con 3 H^2O prismi aciculari rosso arancio fonde idratato a 153° » anidro a 173° con decomposizione	2 H^2O fini aghi giallo-rossi fonde tanto idratato che anidro a 159°-160° decomponendosi	2 H^2O (2) aghi giallo-chiari fonde idratato a 149° » anidro a 171° decomponendosi
Iodometilato	Dall'alcool cristallizza in piccoli cubi — fonde a 144°	Cristalli aghiformi — fonde a 160°	Dall'alcool cristallizza in piccoli cubi — fonde a 296° con decomposizione
Iodoetilato	Non si potè ottenere	Non si potè ottenere	Aghi bianchi lunghi — fonde a 208°

(1) Berl. Berich. T. 22, p. 180. — (2) Berl. Berich. T. 22, p. 178.

Matematica. — *Osservazioni sui gruppi di sostituzioni fra le caratteristiche dispari di genere 3 e di genere 4.* Nota di ERNESTO PASCAL, presentata dal Socio CREMONA.

« Lo scopo di questa breve Nota è di porre in rilievo alcune analogie che esistono fra i gruppi di caratteristiche dispari di genere 3 e di genere 4, e propriamente faremo vedere in che maniera certe proprietà note del primo gruppo si estendono al secondo.

« Per tutto quello che diremo ci riferiremo sempre all'altra nostra Nota pubblicata in questi stessi Rendiconti (1) e intitolata: *Su di un'estensione della configurazione delle 10 rette della superficie di 5° ordine a quintica doppia.*

« Si sa che pel genere 3, se si conosce una delle 28 caratteristiche dispari, l'equazione che ha per radici le altre 27 non ha una risolvente di grado inferiore al 27mo; essa corrisponde all'equazione delle 27 rette di S_3 che, come ha dimostrato Jordan, ha appunto la indicata proprietà. Se si conosce poi un'altra delle 27 caratteristiche, allora le altre 26 si separano in due sistemi di transitività, $10 + 16$, e l'equazione delle seconde 16 ha per risolvente l'equazione delle prime 10, la quale a sua volta, colla risoluzione di un'equazione *generale* di 5° grado, si decompone in cinque fattori quadratici, ognuno dei quali corrisponde ad uno dei noti cinque coni di Kummer della superficie di 4° ordine a conica doppia, o anche ai cinque piani tritangenti passanti per una retta della superficie di 3° ordine (2).

« Se si conosce poi una delle 16 radici, le altre 15 si separano in due sistemi di transitività, $5 + 10$, e anche qui l'equazione delle seconde 10 ha per risolvente un'equazione *generale* di 5° grado, e quindi possiamo dire che conoscendo *due* caratteristiche dispari di genere 3, la conoscenza delle altre dipende da un'equazione di 5° grado generale, e conoscendone *tre formanti una terna pari*, la conoscenza delle altre dipende anche da un'equazione *generale* di 5° grado.

« Ora si può far vedere che qualcosa di analogo succede per le caratteristiche dispari di genere 4, che corrisponderebbero ai piani tritangenti della sestica storta.

« Conosciute *due* delle 120 caratteristiche dispari, abbiamo già visto nella Nota citata (§ 1) che le altre 118 si separano in due sistemi di transitività, $54 + 64$; si può qui far vedere che l'equazione delle seconde 64 ha per risolvente l'equazione delle prime 54, la quale a sua volta si scinde

(1) V. pag. 65.

(2) Il Cremona nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo (1871) dimostrò che con una conveniente trasformazione quadratica, la superficie di 3° ordine diventa la S_4 di Clebsch, e i cinque piani passanti per una retta corrispondono ai cinque coni di Kummer.

in 27 fattori quadratici dopo la risoluzione di un'equazione di 27mo grado, che *non ha risolventi di grado più basso*, e che quindi tiene qui le veci dell'equazione *generale* di 5° grado che si trovava pel genere 3, o anche si può dire che questa risolvente di 27mo grado è la diretta generalizzazione dell'equazione dei cinque coni di Kummer.

« Infatti adoperando la solita rappresentazione, le due caratteristiche fisse sieno rappresentate dai piani

$$(129) \quad , \quad (1210).$$

Allora i 54 piani che fanno con questi due una terna dispari sono dei tipi [1]

$$(9\ i\ j) \quad , \quad (10\ i\ j)$$

dove i, j rappresentano tutte le combinazioni a due a due dei numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (meno la combinazione 1, 2). Si vede allora che tali 54 piani si riuniscono a due a due e ogni coppia corrisponde ad una delle 27 rette (meno la (12)) che congiungono a due a due quelli otto punti. Ogni piano di una delle 27 coppie individua l'altro, perchè con esso e coi due piani fissi forma una quaterna-zero [2].

« Consideriamo allora solo i 27 piani passanti pel punto (9).

« È facile vedere che questi si raggruppano fra loro in una configurazione che è isomorfa con quella delle 27 rette della superficie di 3° ordine, perchè essi si riuniscono a tre a tre in maniera simile a quella colla quale a tre a tre si riuniscono le 27 rette.

« Facendo infatti corrispondere univocamente a ciascuno dei 27 piani, una delle 27 rette si ha che, come nella rappresentazione delle caratteristiche di genere 3, le tre rette

$$\begin{array}{lccc} & (13) & (34) & (42) \\ \text{ovvero} & (34) & (56) & (78) \end{array}$$

insieme colla retta fissa (12) formano una quaterna-zero, così qui i piani corrispondenti

$$\begin{array}{lccc} & (913) & (934) & (942) \\ \text{ovvero} & (934) & (956) & (978) \end{array}$$

rispettivamente coi piani fissi (912) ovvero (1012) dànno quaterna-zero.

« Possiamo dunque concludere che il gruppo delle 27 coppie di piani è isomorfo con quello delle 27 rette di S_3, e quindi, come questo, non potrà avere risolventi di grado più basso.

« Resta a far vedere che l'equazione di queste 27 coppie è una risolvente dell'equazione dei 64 piani.

(1) Mem. I, Annali v. XX, § 16.
(2) Idem. § 15.

« Ora come per le 16 rette della superficie di Clebsch si fa vedere che esse, rispetto a ciascuno dei cinque coni di Kummer, si separano in due sistemi di quattro coppie ciascuno, così anche qui succede l'analogo. Prendiamo p. es. la coppia di piani (923) (1023). I 64 piani sono di due tipi cioè

$$(i,\ j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \begin{cases} (9\ 10\ i) & \text{in numero di } 8 \\ (i\ \ j\ \ k) & \quad \text{»} \quad 56 \end{cases}$$

Si riconosce subito che ciascuno di questi unito al piano fisso (912) e al piano (923) forma una terna di carattere opposto a quella che forma se in luogo di (923) si pone il piano (1023); propriamente solo 32 di essi, riuniti in 16 coppie, formano terna dispari con (912) (923), mentre gli altri formano terna pari con questi, e dispari con (912) (1023), cioè

(9101)	(9103)	,	(124)	(324)	,	(125)	(325)	,	(126)	(326)
(127)	(327)	,	(128)	(328)	,	(145)	(345)	,	(146)	(346)
(147)	(347)	,	(148)	(348)	,	(156)	(356)	,	(157)	(357)
(158)	(358)	,	(167)	(367)	,	(168)	(368)	,	(178)	(378)

formano terna dispari con (912) (923), e tutti gli altri formano invece terna pari.

« Si vede dunque che i 64 piani si dispongono in 27 doppî sistemi, ciascuno composto di $16 + 16$ coppie; ognuno di questi sistemi è coordinato poi con uno dei 54 piani.

« Conosciuti i 54 piani, restano conosciuti razionalmente anche i 64, perchè p. es. il piano (1910) (uno dei 64) è l'unico che con i sette piani fissi o già noti

(192) (193) (194) (195) (196) (197) (198)

formi un sistema di 8 piani, in cui tutte le terne sono pari [1].

« Concludiamo dunque che la risoluzione dell'equazione dei 64 piani dipende da un'equazione di 27mo grado (non avente risolvente di grado più basso) e da equazioni quadratiche.

« Se ora daccapo si suppone noto uno solo dei 64 piani, allora come si è visto nella Nota citata, la risoluzione del problema dipende ancora da un'equazione di 27mo grado il cui gruppo è isomorfo con quello antecedente.

« Possiamo quindi conchiudere:

« *Se si conoscono due caratteristiche dispari di genere 4, la cono-*
« *scenza delle altre dipende da un'equazione di 27mo grado non avente*
« *risolventi di grado minore; se se ne conoscono tre, il problema dipende*
« *ancora da un'equazione di 27mo grado come la precedente. Questo fatto*
« *è la precisa estensione di quello che succede per le caratteristiche di*
« *genere 3, nel qual caso in luogo di un'equazione di 27mo grado, ce n'è*
« *una generale di 5° grado* ».

[1] Mem. cit., § 18.

Meccanica. — *Sul moto di un fluido contenuto in un involucro ellissoidico solido.* Nota del dott. ORAZIO TEDONE, presentata dal Corrispondente VOLTERRA.

« 1. Il problema accennato nel titolo di questa Nota è stato trattato, insieme ad altri, per la prima volta dal prof. Voigt in una Memoria pubblicata nei *Nachrichten von der Königl. Gesell. der Wiss.* di Gottinga del 1891 sotto il nome *Beiträge zur Hydrodynamik.* Io mi propongo ora di trovare le equazioni differenziali del movimento con metodo diverso da quello tenuto dall'illustre autore e di far uso nello stesso tempo di altre variabili; ciò ho fatto credendo che, oltre alle semplificazioni che ne risultano, vengano messe in maggior luce le relazioni che legano il nostro problema, con quello del moto di un sistema rigido e con quello del moto di un ellissoide fluido libero le cui particelle si attirano secondo la legge di Newton.

« 2. Sia

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \tag{1}$$

l'equazione della superficie interna dell'involucro solido contenente il fluido. È chiaro che la condizione che questo ellissoide sia una parete rigida equivale a supporre che il fluido sia soggetto a conservare la forma di un ellissoide di cui siano costanti le grandezze e le direzioni degli assi.

« Noi supporremo che le particelle del fluido si attirino secondo la legge di Newton e che il fluido sia omogeneo; può supporsi però che la densità sia qualunque se supponiamo che sul fluido non agiscano forse esterne.

« Accenniamo ora rapidamente alla dimostrazione che in queste ipotesi il fluido si può muovere in modo che:

1° le coordinate di un suo elemento ad un tempo qualunque siano funzioni lineari (omogenee) delle coordinate iniziali;

2° la pressione nell'interno del fluido sia una funzione del 2° grado omogenea completa nelle coordinate al tempo t e quindi nelle coordinate iniziali;

3° la figura esterna del fluido sia costantemente un ellissoide di cui siano costanti tanto la grandezza quanto la direzione degli assi. Se difatti nelle equazioni dell'idrodinamica di Lagrange si sostituiscono per le coordinate x, y, z, per la funzione potenziale e per la pressione le espressioni supposte in funzione delle coordinate iniziali x_0, y_0, z_0 osservando che in un caso la funzione potenziale è una funzione omogenea di 2° grado e nell'altro è una costante, si otterranno delle espressioni lineari in x_0, y_0, z_0 che devono essere identicamente soddisfatte per infiniti valori di x_0, y_0, z_0. Si otten-

gono così 9 equazioni differenziali contenenti 15 funzioni incognite di cui però non tutte compaiono derivate. Queste 15 funzioni sono i 9 coefficienti delle espressioni x, y, z e i 6 che compariscono nell'espressione della pressione.

« La condizione, che gli assi dell'ellissoide, che è la figura esterna del fluido, siano costanti, ci porta alla condizione che una certa equazione di terzo grado, nei cui coefficienti compariscono le nostre funzioni incognite, siano costanti, d'onde risultano tre equazioni in termini finiti.

« La condizione finalmente che le direzioni di questi assi siano costanti ci porta ad altre tre equazioni pure in termini finiti.

« Abbiamo in tutto dunque quindici equazioni, quante son necessarie a determinare le nostre quindici funzioni incognite.

« È inutile quì tener conto della equazione dell'incompressibilità perchè è contenuta nelle precedenti.

« Si troverebbe facilmente che questo sistema di equazioni è suscettibile di determinare per le nostre incognite un sistema di funzioni finite e continue del tempo.

« 3. Accennato così alla dimostrazione dell'ammissibilità delle nostre ipotesi, passiamo a trovare le equazioni differenziali del problema nel modo che segue:

« Cominciamo coll'osservare che in virtù delle ipotesi fatte tutte le particelle del fluido che all'istante iniziale si trovano sull'ellissoide

$$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}+\frac{z_0^2}{c^2}=k^2$$

al tempo t si trovano sull'ellissoide

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=k^2$$

onde è

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}+\frac{z_0^2}{c^2}. \tag{2}$$

« Le relazioni che legano x, y, z ad x_0 y_0 z_0 possono porsi sotto la forma

$$\left\{\begin{aligned} \frac{x}{a}&=\alpha_1\frac{x_0}{a}+\alpha_2\frac{y_0}{b}+\alpha_3\frac{z_0}{c}\\ \frac{y}{b}&=\beta_1\frac{x_0}{a}+\beta_2\frac{y_0}{b}+\beta_3\frac{z_0}{c}\\ \frac{z}{c}&=\gamma_1\frac{x_0}{a}+\gamma_2\frac{y_0}{b}+\gamma_3\frac{z_0}{c}\end{aligned}\right. \tag{3}$$

e a causa della (2) α_1 $\alpha_2 \ldots \gamma_3$ sono i coefficienti di una sostituzione ortogonale e possono quindi interpretarsi come i coseni di direzione di una terna di assi ortogonali mobili x' y' z' rispetto agli assi fissi x, y, z.

« Dalle (3) derivando e facendo uso nuovamente di esse si trova:

$$\left\{\begin{aligned}
\frac{1}{a}\frac{dx}{dt} &= \frac{u}{a} = \frac{z}{c}\left(\gamma_1\frac{d\alpha_1}{dt}+\gamma_2\frac{d\alpha_2}{dt}+\gamma_3\frac{d\alpha_3}{dt}\right)+\frac{y}{b}\left(\beta_1\frac{d\alpha_1}{dt}+\beta_2\frac{d\alpha_2}{dt}+\beta_3\frac{d\alpha_3}{dt}\right)\\
\frac{1}{b}\frac{dy}{dt} &= \frac{v}{b} = \frac{x}{a}\left(\alpha_1\frac{d\beta_1}{dt}+\alpha_2\frac{d\beta_2}{dt}+\alpha_3\frac{d\beta_3}{dt}\right)+\frac{z}{c}\left(\gamma_1\frac{d\beta_1}{dt}+\gamma_2\frac{d\beta_2}{dt}+\gamma_3\frac{d\beta_3}{dt}\right)\\
\frac{1}{c}\frac{dz}{dt} &= \frac{w}{c} = \frac{y}{b}\left(\beta_1\frac{d\gamma_1}{dt}+\beta_2\frac{d\gamma_2}{dt}+\beta_3\frac{d\gamma_3}{dt}\right)+\frac{x}{a}\left(\alpha_1\frac{d\gamma_1}{dt}+\alpha_2\frac{d\gamma_2}{dt}+\alpha_3\frac{d\gamma_3}{dt}\right)
\end{aligned}\right.$$

chiamando con u, v, w le componenti della velocità del punto (x, y, z); se ora si pone:

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned}
\beta_1\frac{d\gamma_1}{dt}+\beta_2\frac{d\gamma_2}{dt}+\beta_3\frac{d\gamma_3}{dt} &= p\\
\gamma_1\frac{d\alpha_1}{dt}+\gamma_2\frac{d\alpha_2}{dt}+\gamma_3\frac{d\alpha_3}{dt} &= q\\
\alpha_1\frac{d\beta_1}{dt}+\alpha_2\frac{d\beta_2}{dt}+\alpha_3\frac{d\beta_3}{dt} &= r
\end{aligned}\right.$$

sarà:

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{u}{a} &= q\frac{z}{c}-r\frac{y}{b}\\
\frac{v}{b} &= r\frac{x}{a}-p\frac{z}{c}\\
\frac{w}{c} &= p\frac{y}{b}-q\frac{x}{a}
\end{aligned}\right.$$

« Le componenti della rotazione istantanea del fluido saranno:

$$(6)\quad \left\{\begin{aligned}
\xi &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\right)p=\frac{1}{2}\frac{b^2+c^2}{bc}p\\
\eta &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)q=\frac{1}{2}\frac{c^2+a^2}{ac}q\\
\zeta &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)r=\frac{1}{2}\frac{a^2+b^2}{ab}r
\end{aligned}\right.$$

« Sarà quindi

$$\xi = p\ ,\ \eta = q\ ,\ \zeta = r$$

solo quando

$$a = b = c \quad \text{ovvero} \quad \eta = \zeta = q = r = 0\ ,\ b = c$$

« In ciascuno di questi casi l'ellissoide rota come un corpo rigido con velocità costante intorno ad un asse fisso.

« 4. Supponendo la densità del fluido eguale ad 1, la forza viva del sistema è data da

$$(7)\quad \mathrm{T} = \frac{1}{2}\int_s (u^2+v^2+w^2)\,ds = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{M}}{5}\left\{(b^2+c^2)p^2+(c^2+a^2)q^2+(a^2+b^2)r^2\right\}$$

se con M s'indica la massa del fluido e con s lo spazio da esso occupato.

« Applicando ora il principio di Hamilton coll'osservare che il potenziale delle forze è una costante, otterremo le equazioni differenziali del nostro problema eguagliando a zero la variazione dell'integrale

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathrm{T} dt$$

il che ci dà:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \mathrm{T} dt = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q} \delta q + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r} \delta r \right\} dt = 0.$$

Se ora si pone

$$(4') \left\{ \begin{aligned} p' &= \beta_1 \delta\gamma_1 + \beta_2 \delta\gamma_2 + \beta_3 \delta\gamma_3 \\ q' &= \gamma_1 \delta\alpha_1 + \gamma_2 \delta\alpha_2 + \gamma_3 \delta\alpha_3 \\ r' &= \alpha_1 \delta\beta_1 + \alpha_2 \delta\beta_2 + \alpha_3 \delta\beta_3 \end{aligned} \right.$$

e si osserva che

$$\delta p = \frac{dp'}{dt} + q' r - q r', \quad \delta q = \frac{dq'}{dt} + r' p - r p', \quad \delta r = \frac{dr'}{dt} + p' q - p q'$$

si avrà, sostituendo ed eseguendo delle integrazioni per parti:

$$(8) \left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial p} + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q} r - \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r} q &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q} + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r} p - \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial p} r &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r} + \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial p} q - \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r} p &= 0 \end{aligned} \right.$$

ossia sostituendo per T l'espressione (7):

$$(8') \left\{ \begin{aligned} (b^2 + c^2) \frac{dp}{dt} &= \left\{ (b^2 + a^2) - (a^2 + c^2) \right\} qr \\ (c^2 + a^2) \frac{dq}{dt} &= \left\{ (c^2 + b^2) - (b^2 + a^2) \right\} rp \\ (a^2 + b^2) \frac{dr}{dt} &= \left\{ (a^2 + c^2) - (c^2 + b^2) \right\} pq. \end{aligned} \right.$$

« Queste equazioni, se chiamiamo

$$(9) \qquad \mathrm{A} = b^2 + c^2 \qquad \mathrm{B} = c^2 + a^2 \qquad \mathrm{C} = a^2 + b^2$$

diventano:

$$(8'') \left\{ \begin{aligned} \mathrm{A} \frac{dp}{dt} &= (\mathrm{C} - \mathrm{B}) qr \\ \mathrm{B} \frac{dq}{dt} &= (\mathrm{A} - \mathrm{C}) pr \\ \mathrm{C} \frac{dr}{dt} &= (\mathrm{B} - \mathrm{A}) pq \end{aligned} \right.$$

ossia le equazioni differenziali del moto inverso di un corpo solido intorno all'origine delle coordinate e che abbia per assi principali d'inerzia gli assi fissi x, y, z e per momenti d'inerzia rispetto a questi assi A, B, C.

« 5. Del sistema (8′) si conoscono due integrali: quello che deriva dal principio delle forze vive e quello che si deduce dal principio della conservazione delle rotazioni di Helmholtz.

« Il primo si traduce nell'equazione

$$(10) \qquad Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = (b^2 + c^2)\,p^2 + (c^2 + a^2)\,q^2 + (a^2 + b^2)r^2 = \text{cost.}$$

« Osservando poi che è

$$\xi = \xi_0 \frac{\partial x}{\partial x_0} + \eta_0 \frac{\partial x}{\partial y_0} + \zeta_0 \frac{\partial x}{\partial z_0}, \quad \eta = \cdots, \quad \zeta = \cdots$$

si otterrà:

$$\begin{cases} \dfrac{\xi}{a} = \alpha_1 \dfrac{\xi_0}{a} + \alpha_2 \dfrac{\eta_0}{b} + \alpha_3 \dfrac{\zeta_0}{c} \\ \dfrac{\eta}{b} = \beta_1 \dfrac{\xi_0}{a} + \beta_2 \dfrac{\eta_0}{b} + \beta_3 \dfrac{\zeta_0}{c} \\ \dfrac{\zeta}{c} = \gamma_1 \dfrac{\xi_0}{a} + \gamma_2 \dfrac{\eta_0}{b} + \gamma_3 \dfrac{\zeta_0}{c} \end{cases}$$

per cui quadrando, sommando e sostituendo per ξ η ζ i valori (6); si avrà pel 2° integrale:

$$(11) \qquad (b^2 + c^2)^2 p^2 + (c^2 + a^2)^2 q^2 + (a^2 + b^2)^2 r^2 = \\ = A^2 p^2 + B^2 q^2 + C^2 r^2 = \text{cost.}$$

« Queste equazioni potrebbero dedursi direttamente dalle nostre equazioni differenziali.

« Si può ora notare che nel caso almeno di un ellissoide ad assi disuguali mancano gli integrali delle aree, poichè il sistema non può rotare liberamente come un corpo rigido intorno a nessun asse.

« Gli integrali delle forze vive e quello delle aree che si possono considerare nel moto di un corpo solido di momenti d'inerzia A, B, C di cui s'è detto sopra, corrispondono rispettivamente all'integrale delle forze vive e a quello di Helmholtz del nostro problema.

« Però mentre nel problema del moto di un corpo rigido, l'asse della coppia di quantità di moto è la retta

$$\frac{x}{Ap} = \frac{y}{Bq} = \frac{z}{Cr} \quad \text{ovvero} \quad \frac{ax}{\xi} = \frac{by}{\eta} = \frac{cz}{\zeta}$$

l'asse di rotazione nel nostro problema è la retta

$$\frac{x}{\xi} = \frac{y}{\eta} = \frac{z}{\zeta}$$

« Non mancherò ancora di osservare che tutte queste analogie che passano fra il moto di un corpo rigido e quello di un fluido in un involucro solido, sono in istretta relazione con la legge di reciprocità di Dedekind nel problema del moto di un ellissoide fluido libero.

« 6. Supponiamo ora che sia

$$a > b > c$$

sarà allora

$$A < B < C$$

« Se ora il fluido rota per un istante intorno all'asse maggiore o all'asse minore dell'ellissoide, il sistema rigido corrispondente roterà in quell'istante intorno al suo asse massimo o minimo d'inerzia, poichè se p. es.

$$\eta = \zeta = 0$$

si ha pure

$$q = r = 0$$

« Ora, com'è noto, il corpo solido roterà sempre intorno a quest'asse con velocità costante, e perciò lo stesso avverrà pel fluido. Così è mostrato anche come sia facile trasportare dei teoremi da una all'altra teoria.

« 7. È noto che le nostre equazioni differenziali (8′) o (8″) s'integrano nel caso generale con funzioni ellittiche, e nel caso particolare in cui $b = c$ e quindi $B = C$ con funzioni trigonometriche. Resta però a completare la soluzione del problema e trovare cioè le funzioni x, y, z.

« Perciò si può far uso o delle equazioni (5) le quali si possono porre anche sotto la forma:

$$(12)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{a}\frac{dx}{dt} &= q\frac{z}{c} - r\frac{y}{b} \\ \frac{1}{b}\frac{dy}{dt} &= r\frac{x}{a} - p\frac{z}{c} \\ \frac{1}{c}\frac{dz}{dt} &= p\frac{y}{b} - q\frac{x}{a} \end{aligned} \right.$$

o pure si può cercare di determinare i nove coseni $\alpha_1 \ldots\ldots \gamma_3$ onde poter costruire le espressioni (3).

« Perciò osserviamo che le tre terne di coseni

$$\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1\,;\quad \alpha_2\,\beta_2\,\gamma_2\,;\quad \alpha_3\,\beta_3\,\gamma_3$$

soddisfano alle equazioni:

$$(13)\qquad \frac{d\alpha}{dt} = q\gamma - r\beta\,,\ \frac{d\beta}{dt} = r\alpha - p\gamma\,,\ \frac{d\gamma}{dt} = p\beta - q\alpha\,.$$

« Questi due sistemi di equazioni in fondo non sono differenti, ed il primo anzi si riduce al secondo prendendo per funzioni incognite $\frac{x}{a}$, $\frac{y}{b}$, $\frac{z}{c}$ invece di x, y, z.

« Le espressioni

$$x = \xi \ , \ y = \eta \ , \ z = \zeta$$

formano un sistema d'integrali particolari del sistema di equazioni (12), mentre le espressioni

$$\alpha = \frac{\xi}{a}, \quad \beta = \frac{\eta}{b}, \quad \gamma = \frac{\zeta}{c}$$

formano un sistema d'integrali particolari del sistema (13); difatti sostituendo effettivamente per x, y, z o per α, β, γ le espressioni date, tenendo presenti i valori (6) di ξ, η, ζ, ciascuno dei sistemi (12) o (13) si muta nel sistema (8′) e per ipotesi p, q, r sono integrali di quest'ultima. L'integrazione di ciascuno dei sistemi di equazioni (12) o (13) si ottiene perciò, per note teorie, con una sola quadratura [1]. Il sistema (13) è anche quello che dovremmo integrare per completare la soluzione del problema del moto del sistema rigido a cui è stato più volte accennato.

« Da tutto ciò risulta evidente che i risultati trovati dal sig. Venske nell'aggiunta alla Memoria di Voigt possano considerarsi come immediata conseguenza di cose note.

« 8. Si può dare una rappresentazione geometrica del moto studiato.

« Consideriamo il moto inverso a quello di un solido avente per momenti principali d'inerzia A, B, C.

« Per rappresentare geometricamente questo movimento inverso, si può immaginare che la herpolodia rotoli sulla polodia, fissa in questo caso. Se la herpolodia si trascina dietro una sfera di raggio 1, avente il centro nella origine, per trovare la traiettoria di un elemento del fluido basta cercare la curva corrispondente alla traiettoria di un determinato punto della sfera nell'affinità determinata dalle equazioni:

$$X = \frac{x}{a}, \quad Y = \frac{y}{b}, \quad Z = \frac{z}{c},$$

sicchè il moto dell'ellissoide fluido sarà quello della figura ottenuta dalla sfera, mediante la detta affinità.

« Queste considerazioni geometriche mi sono state suggerite dal prof. Volterra.

« 9. Per determinare la pressione nell'interno del fluido, osserviamo che, nel caso p. es. in cui mancano le forze esterne, le equazioni di Eulero ci danno:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}, \text{ ecc.}$$

[1] Vedi p. es. Darboux, *Théorie des surfaces*, T, I, Chap. 2e.

dove con P s'indica appunto la pressione cercata. Sostituendo nelle equazioni precedenti per u, v, w le espressioni (5) si trova:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = -x(q^2+r^2) + 2y\frac{ab}{a^2+b^2}pq + 2z\frac{ac}{a^2+c^2}pr$$

$$-\frac{\partial P}{\partial y} = 2x\frac{ab}{a^2+b^2}pq - y(p^2+r^2) + 2z\frac{bc}{b^2+c^2}qr$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = 2x\frac{ac}{a^2+c^2}pr + 2y\frac{bc}{b^2+c^2}qr - z(p^2+q^2)$$

per cui integrando:

$$P = \frac{1}{2}\left\{x^2(q^2+r^2) + y^2(r^2+p^2) + r^2(p^2+q^2)\right\} -$$

$$-2\left\{\frac{ab}{a^2+b^2}pq\,xy + \frac{bc}{b^2+c^2}qr\,yz + \frac{ca}{c^2+a^2}rp\,zx\right\}$$

« Componendo le pressioni che il fluido esercita sui varî elementi della parete rigida, e chiamando X, Y, Z; L′, M′, N′ le componenti della forza e della coppia resultanti, otterremo:

$$X = \int_\sigma P\cos n_a x\,d\sigma = \int_s \frac{\partial p}{\partial x}ds = 0\,,\quad Y = 0\,,\ Z = 0$$

$$L' = \int_\sigma P(y\cos n_a z - z\cos n_a y)d\sigma = \int_s\left(y\frac{\partial P}{\partial z} - z\frac{\partial P}{\partial y}\right)ds =$$

$$= 2\frac{M}{5}\frac{bc}{b^2+c^2}(c^2-b^2)\,qr$$

$$M' = 2\frac{M}{5}\frac{ca}{c^2+a^2}(a^2-c^2)\,pr$$

$$N' = 2\frac{M}{5}\frac{ab}{a^2+b^2}(b^2-a^2)\,pq\ \text{»}.$$

Meccanica. — *Sul massimo d'attrazione di una piramide retta a base regolare.* Nota del dott. Nazzareno Pierpaoli, presentata dal Socio Blaserna.

« Mi sono proposto di determinare l'attrazione di una piramide retta a base regolare sopra un punto qualunque della perpendicolare condotta a quest'ultima dal vertice, allo scopo di avere un'espressione generale, che mi permettesse di ricavare come casi particolari le attrazioni di una piramide o di un cono sul vertice e sul centro della base, e di risolvere quindi la questione « Dato il volume di una piramide retta a base regolare o di un cono circolare retto, quale dev'essere il rap-

porto fra l'altezza ed il perimetro della base per avere sul vertice e sul centro della base il massimo d'attrazione ».

« Due metodi diversi potrebbero condurre alla determinazione di tale espressione generale.

« Si potrebbe anzitutto immaginare la piramide data divisa in tanti strati paralleli alla base, determinare di uno qualunque di essi l'attrazione sul punto che si considera, e poi mediante una conveniente integrazione calcolare l'attrazione dell'intera piramide.

« Oppure potremmo seguire il noto metodo generale delle piramidi parziali, applicabile per determinare l'attrazione di un poliedro qualunque sopra un punto comunque situato rispetto ad esso, il quale consiste nel considerare il punto attratto come vertice di tante piramidi parziali aventi rispettivamente per basi le faccie del poliedro e nel fare poi la somma delle attrazioni dovute a tutte queste piramidi, coll'avvertenza, nel caso il punto attratto sia esterno al poliedro, di prendere con segno contrario le attrazioni di quelle piramidi che risultano completamente esterne al poliedro medesimo.

« Io mi sono attenuto a questo secondo metodo, il quale riduce la questione a determinare l'attrazione di una piramide sul vertice, che, essendo data dal prodotto dell'altezza per l'attrazione della base, sarà nota quando di quest'ultima si conosceranno le 3 componenti ortogonali X ; Y ; Z, di cui le prime due parallele e la terza normale alla base medesima.

« Per fissare le idee supponiamo il punto attratto nell'interno della piramide data (la cui densità potremo ritenere uguale all'unità) ad una distanza G dal vertice, e siano:

H la sua altezza,
R il ragggio del circolo circoscritto alla base,
$2b$ il lato della medesima
ed n il numero dei suoi lati.

« In allora, scelto convenientemente un sistema di assi coordinati rettangolari x, y, z con l'origine nel punto attratto, la componente Z dell'attrazione della base di una qualunque di quelle piramidi parziali sull'origine potremo facilmente dedurla dalla formola generale:

$$Z = 2\pi k - k \sum \left[\text{arc. tang} \frac{h \{ (x_m - x_{m+1}) x_m + (y_m - y_{m+1}) y_m \}}{(x_m y_{m+1} - x_{m+1} y_m) \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + h^2}} + \right.$$
$$\left. + \text{arc. tang} \frac{-h \{ (x_m - x_{m+1}) x_{m+1} + (y_m - y_{m+1}) y_{m+1} \}}{(x_m y_{m+1} - x_{m+1} y_m) \sqrt{x_{m+1}^2 + y_{m+1}^2 + h^2}} \right] \quad 1)$$

la quale esprime l'attrazione di un qualunque poligono materiale in funzione delle coordinate x_m, y_m de' suoi vertici, sopra un punto della perpendicolare

al suo piano, passante nell'interno del perimetro, ad una distanza h da esso, ed in cui k sta ad indicare la massa contenuta nell'unità di superficie [1].

« Il perimetro s'intende percorso nello stesso senso in cui si passa dalla direzione positiva dell'asse x alla direzione positiva dell'asse y, e fra i valori di arc. tang. va preso quello compreso fra $-\frac{\pi}{2}$ e $+\frac{\pi}{2}$.

« Quanto poi alla componente X, si calcolerà mediante l'altra formola generale [2]:

$$X = k\left[\frac{y_m - y_{m+1}}{\sqrt{(x_m - x_{m+1})^2 + (y_m - y_{m+1})^2}}\right.$$

$$\left.\log\frac{(y_m - y_{m+1})y_m + (x_m - x_{m+1})x_m + \sqrt{(x_m - x_{m+1})^2 + (y_m - y_{m+1})^2}\cdot\sqrt{x_m^2 + y_m^2 + h}}{(y_m - y_{m+1})y_{m+1} + (x_m - x_{m+1})x_{m+1} + \sqrt{(x_m - x_{m+1})^2 + (y_m - y_{m+1})^2}\cdot\sqrt{x_{m+1}^2 + y_{m+1}^2 + h^2}}\right] \quad 2)$$

ed un'analoga espressione servirà a calcolare la componente Y.

« Relativamente al primo modo di risolvere la questione, è chiaro che fatta l'accennata suddivisione in strati paralleli alla base della piramide data, l'attrazione di uno qualunque di essi alla distanza z dall'origine (punto attratto), si otterrà senz'altro dalla 1), la quale si riduce in questo caso particolare di un poligono regolare di n lati a

$$Z = \left\{2\pi - 2n \text{ arc. tang } \frac{z \text{ tang } \varphi}{\sqrt{r^2 + z^2}}\right\} dz$$

essendo r il raggio del circolo circoscritto alla base dello strato considerato di spessore dz, e $\varphi = \frac{\pi}{n}$. Quindi dicendo A l'attrazione totale della piramide data, sarà

$$A = 2\int\left\{\pi - n \text{ arc. tang } \frac{z. \text{ tang } \varphi}{\sqrt{r^2 + z^2}}\right\} dz,$$

ed allora non rimarrà altro che esprimere r in funzione di z ed eseguire quella integrazione fra i limiti convenienti. Siccome poi r è funzione lineare di z, così si vede che in sostanza tutto dipende da un integrale della forma:

$$\int\left(\text{arc. tang } \frac{z}{\sqrt{\lambda + \mu z + \nu z^2}}\right) dz$$

il quale mediante integrazione per parti si riduce subito a forma algebrica.

« Col metodo delle piramidi parziali, abbiamo detto che il problema è condotto invece alla determinazione dell'attrazione di una piramide sul vertice. Per applicare ora convenientemente le formole generali 1) e 2) nel caso nostro in cui si tratta di una piramide retta a base regolare, converrà dapprima immaginare quest'ultima divisa in $2n$ triangoli rettangoli uguali e

(1) V. *Ricerche sull'attrazione delle montagne* di F. Keller, pag. 46.

(2) V. idem, pag. 12.

considerare quindi le $2n$ piramidi triangolari uguali aventi per basi questi triangoli e per altezza l'altezza stessa H della piramide data. Ognuna di queste darà così luogo a 4 piramidi parziali aventi il vertice nel punto attratto; ma è chiaro che due di queste piramidi non danno alcun contributo all'attrazione, e precisamente quelle relative alle due faccie che s'intersecano lungo H, cosicchè dovremo solo occuparci delle altre due aventi per basi, l'una la metà di una faccia laterale della piramide data, e l'altra uno dei $2n$ triangoli rettangoli in cui abbiamo divisa la base della medesima.

« Determinando dunque le attrazioni di queste due piramidi parziali in direzione H sul vertice comune; la loro somma moltiplicata per $2n$ darà l'attrazione totale cercata.

« Cominciamo dalla seconda. Stando alle nostre convenzioni l'origine è sempre nel vertice (punto attratto), il piano di base è parallelo al piano xy e l'asse delle z è in direzione H. Dunque per questa piramide basterà calcolare la componente Z dell'attrazione della base e moltiplicarla per l'altezza che per ipotesi è H-G. La formola 1) ci darà tale componente. Essa si riduce in questo caso a:

$$Z = \left\{ \varphi - \text{arc. tang} \frac{(H - G) \tan \varphi}{\sqrt{(H - G)^2 + R^2}} \right\} dz$$

di guisa che chiamata A_1 l'attrazione esercitata da questa piramide, sarà:

$$A_1 = (H - G) \left\{ \varphi - \text{arc. tang} \frac{(H - G) \operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{(H - G)^2 + R^2}} \right\}. \qquad 3)$$

« Passiamo all'altra piramide, cioè a quella che ha per base metà di una faccia laterale (pure triangolo rettangolo), e siano:

h la sua altezza,

a l'apotema laterale della piramide data,

e q la porzione di essa compresa fra il punto (ah) ed il lato $2b$.

« È chiaro che per questa piramide converrà calcolare separatamente le tre componenti dell'attrazione della base, proiettarle in direzione H e sommare. Ma scegliendo per asse delle x una parallela ad a, l'asse delle y risulterà parallelo a $2b$ e quindi perpendicolare ad H; sicchè potremo fare a meno di occuparci della componente Y e considerare solo le componenti X e Z. Avremo così dalle 2) e 1) rispettivamente:

$$X = \left\{ \log \frac{b + \sqrt{b^2 + q^2 + h^2}}{\sqrt{q^2 + h^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \log \frac{a(a - q) + \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{(a - q)^2 + h^2}}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{b^2 + q^2 + h^2} - (b^2 + aq)} \right\} dz$$

$$Z = \left\{ \pi - \text{arc. tang} \frac{ah}{b\sqrt{(a - q)^2 + h^2}} - \text{arc. tang} \frac{bh}{q\sqrt{b^2 + q^2 + h^2}} - \right.$$

$$\left. - \text{arc. tang} \frac{(aq + b^2)\, h}{b\,(a - q) \cdot \sqrt{b^2 + q^2 + h^2}} \right\} dz$$

ovvero essendo:

$$a = \sqrt{H^2 + R^2 \cos^2\varphi}\,; \quad b = R \operatorname{sen} \varphi\,; \quad h = \frac{GR \cos \varphi}{\sqrt{H^2 + R^2 \cos^2\varphi}}\,;$$

$$q = \frac{H(H - G) + R^2 \cos^2\varphi}{\sqrt{H^2 + R^2 \cos^2 \varphi}}$$

sarà:

$$X = \left\{ \log \frac{R \operatorname{sen} \varphi + \sqrt{(H - G)^2 + R^2}}{\sqrt{(H - G)^2 + R^2 \cos^2\varphi}} - \right.$$

$$\left. - \frac{R \operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{H^2 + R^2}} \log \frac{G(H + \sqrt{H^2 + R^2})}{\sqrt{H^2 + R^2}.\sqrt{(H - G)^2 + R^2} - \{H(H - G) + R^2\}} \right\} dz = [X] dz$$

$$Z = \left\{ \frac{\pi}{2} + \varphi - \text{arc. tang} \frac{GR^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{\{H(H - G) + R^2 \cos^2\varphi\} \sqrt{(H - G)^2 + R^2}} - \right.$$

$$\left. - \text{arc. tang} \frac{\{H(H - G) + R^2\} \cos \varphi}{H \operatorname{sen} \varphi \sqrt{(H - G)^2 + R^2}} \right\} dz = [Z] dz.$$

Ed indicando con α l'angolo (aH), l'attrazione totale della piramide considerata sarà espressa da:

$$A_2 = \frac{GR \cos \varphi}{\sqrt{H^2 + R^2 \cos^2\varphi}} \left\{ [X] \cos \alpha + [Z] \operatorname{sen} \alpha \right\} \qquad 4)$$

in cui:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{R \cos \varphi}{\sqrt{H^2 + R^2 \cos^2\varphi}} \quad \text{e} \quad \cos \alpha = \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2 \cos^2\varphi}}\,.$$

Sicchè aggiungendo alla 4) la 3) si avrà la somma delle attrazioni delle due piramidi, e l'attrazione della piramide data sarà finalmente espressa da:

$$A = 2n (A_1 + A_2). \qquad 5)$$

Da questa per $G = 0$ e per $G = H$ si ricavano rispettivamente le attrazioni di una piramide sul vertice e sul centro della base, le quali sono date dalle due espressioni:

$$A_V = 2H \left\{ \pi - n \text{ arc. tang} \frac{H \operatorname{tang} \varphi}{\sqrt{H^2 + R^2}} \right\} \qquad 6)$$

$$A_B = 2\pi \frac{HR \cos \varphi}{H^2 + R^2 \cos^2\varphi} \left\{ H \log \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi} - \right.$$

$$\left. - \frac{HR \operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{H^2 + R^2}} \log \frac{H^2 + H\sqrt{H^2 + R^2}}{R\sqrt{H^2 + R^2} - R^2} + R\varphi \cos \varphi \right\}. \qquad 7)$$

Inoltre come caso limite per $n = \infty$ si ottiene dalla 5) l'attrazione di un

cono circolare retto di altezza H e di raggio R sopra un punto qualunque del suo asse ad una distanza G dal vertice. Essa ha per espressione:

$$B = 2\pi (H - G) \left\{ 1 - \frac{H - G}{\sqrt{(H-G)^2 + R^2}} \right\} +$$

$$+ 2\pi \frac{GR^2}{H^2 + R^2} \left\{ 1 + \frac{H}{\sqrt{(H-G)^2 + R^2}} + \frac{H\sqrt{(H-G)^2 + R^2}}{H(H-G) + R^2} - \right.$$

$$- \frac{GR^2}{\sqrt{(H-G)^2 + R^2} \{ H(H-G) + R^2 \}} -$$

$$\left. - \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}} \log \frac{G(H + \sqrt{H^2 + R^2}}{\sqrt{H^2 + R^2}\sqrt{(H-G)^2 + R^2} - \{ H(H-G) + R^2 \}} \right\} \quad 8)$$

dalla quale poi per $G = 0$ e per $G = H$ si hanno:

$$B_v = 2\pi H \left\{ 1 - \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}} \right\} \quad 9)$$

$$B_B = 2\pi \frac{HR}{H^2 + R^2} \left\{ H + R - \frac{HR}{\sqrt{H^2 + R^2}} \log \frac{H^2 + H\sqrt{H^2 + R^2}}{R\sqrt{H^2 + R^2} - R^2} \right\} \quad 10)$$

che danno le attrazioni del cono sul vertice e sul centro della base.

« Stabilite così in generale le formole dell'attrazione di una piramide retta a base regolare sul vertice e sul centro della base, sono passato a risolvere l'accennata questione, a trovare cioè il rapporto fra l'altezza ed il perimetro della base perchè l'attrazione sul vertice e sul centro della base sia un massimo.

« Mi sono dapprima occupato del vertice ed in questa Nota darò appunto i risultati ad esso relativi.

« Le piramidi considerate sono quelle corrispondenti ai valori $n = 3$, 4, 5, 6, 8, 10 e come caso limite il cono ($n = \infty$).

« Il processo tenuto è il seguente: La 6) dà l'attrazione di una piramide sul vertice; essa può anche scriversi:

$$A_v = 2 \frac{H}{R} \left\{ \pi - n \text{ arc. tang} \frac{\frac{H}{R} \text{tang } \varphi}{\sqrt{\left(\frac{H}{R}\right)^2 + 1}} \right\} R. \quad 11)$$

D'altra parte il volume della piramide è dato da:

$$V = \frac{1}{3} nHR^2 \text{ sen } \varphi \cos \varphi = \frac{1}{3} n . R^3 \frac{H}{R} \text{ sen } \varphi \cos \varphi \quad 12)$$

e la condizione del massimo è espressa da:

$$\frac{\partial A}{\partial H} \cdot \frac{\partial V}{\partial R} - \frac{\partial A}{\partial R} \frac{\partial V}{\partial H} = 0 ; \quad 13)$$

si tratta dunque di formarsi dapprima questa differenza e di vedere poi per quale valore di $\frac{H}{R}$ si annulla. Trovato questo rapporto, si sostituisce nella 11), dopo di avere in essa introdotto per R (fattore esterno) il valore che se ne ricava dalla 12) e si avrà così il massimo d'attrazione in funzione del volume della piramide.

« Nel caso nostro si ha come condizione del massimo per n qualunque:

$$\frac{2}{3}HR\,\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi\left\{2\pi-2n.\mathrm{arc.tg}\frac{\frac{H}{R}\tan g\,\varphi}{\sqrt{\left(\frac{H}{R}\right)^2+1}}-3n\frac{\frac{H}{R}\,\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi}{\left\{\left(\frac{H}{R}\right)^2+\cos^2\varphi\right\}\sqrt{\left(\frac{H}{R}\right)^2+1}}\right\}=0$$

e non potendo esser nullo il 1° fattore, possiamo dire che la condizione è data dal 2° fattore uguagliato a zero.

« La seguente tabella riassume i risultati ottenuti. Il rapporto fra l'altezza della piramide H ed il perimetro P è dato nella 3ª colonna, e l'ho dedotto dal rapoorto $\frac{H}{R}$ servendomi della relazione:

$$\frac{H}{P}=\frac{H}{R}\cdot\frac{1}{2n.\,\mathrm{sen}\,\varphi}.$$

TABELLA

$n=$	$\frac{H}{R}=$	$\frac{H}{P}=$	$A_v=$
3	0,3198561	0,0615563	$2,083339\sqrt[3]{V}$
4	0,4071443	0,0719526	2,136989 »
5	0,4461898	0,0759103	2,148407 »
6	0,4671633	0,0778605	2,152089 »
8	0,4878910	0,0796825	2,154281 »
10	0,4974505	0,0804892	2,154852 »
∞	0,5143980	0,0818690	2,155236 »

« Quest'ultimo valore relativo al cono coincide con quello già trovato da Playfair (1) ».

(1) Playfair, *Of the solids of greatest attraction.* Transaction of the Royal Society of Edimburgh. Vol. VI, 1812, p. 187.

Fisica. — *Descrizione di un nuovo sferometro esatto e di facile costruzione.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Delle relazioni tra il periodo di Lothar Meyer ed il periodo del Mendeleeff.* Nota di Ugo Alvisi, presentata a nome del Corrispondente Nasini.

« Esaminando il sistema periodico degli elementi chimici si rilevano facilmente così ne' grandi come ne' piccoli periodi due funzioni di natura diversa: 1.° Coll'aumentare della massa degli elementi aumenta il limite della loro forma di combinazione, e quindi, data la differenza relativamente piccola che esiste tra il peso atomico di un elemento e quello del successivo, vanno diminuendo gli equivalenti (calcolati sempre in questo lavoro rispetto all'ossigeno), che gli elementi posseggono nelle forme limiti medesime. Rispetto a questa legge, ciascun grande periodo comportasi come risultante di due piccoli periodi, e il gruppo ottavo come un gruppo di passaggio. Per esempio:

1° grande periodo.

Elementi =	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	=	Fe	Co	Ni	=	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br
Forme limiti =	K^2O	CaO	Sc^2O^3	TiO^2	V^2O^5	CrO^3	Mn^2O^7	=	—	—	—	=	Cu^2O	ZnO	Ga^2O^3	GeO^2	As^2O^5	SeO^3	Br^2O^7
Equivalenti nelle forme limiti. =	78	40	29,3	24	20,4	17,3	15,7	=	—	—	—	=	126	65	46,6	36	30	26,3	22,8

« [Noi considereremo sempre col Mendeleeff, il Rame e l'Oro come appartenenti al 1° gruppo, poichè l'esistenza delle forme CuX^2, (CuX^3), AuX^2, AuX^3, trova spiegazione nel fatto che questi elementi segnano il passaggio dall'ottavo gruppo al secondo].

« L'aumento del limite delle forme di combinazione come funzione del peso atomico, e quindi, dopo il limite massimo, il ritorno delle forme in un senso perfettamente somigliante al primo (con l'intermezzo ne' grandi periodi di un gruppo di passaggio) è un carattere fondamentale del periodo del Mendeleeff. 2.° In ciascun periodo i pesi specifici de' corpi semplici aumentano sino ad un certo punto, poi tornano a diminuire. Rispetto a questa seconda legge ciascun grande periodo comportasi come un che di unico, come

se fosse un piccolo periodo, e il massimo di densità cade in generale nel gruppo ottavo. Per esempio:

1° grande periodo.

Elementi =	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br
Pesi specifici de'corpi semplici corrisp.	0,87	1,6	(3,8)	(5,1)	5,5	6,5	7,5	7,8	8,6	8,7	8,8	7,1	5,96	5,47	5,7	4,8	3,1

« Questa seconda funzione costituisce il periodo del Meyer.

« Così il periodo del Meyer come quello del Mendeleeff hanno la medesima estensione: all'infuori di questa relazione, ch'io sappia, tra i due periodi non ne è stata sino ad ora rilevata alcun'altra.

« Io mi sono proposto appunto nelle mie ricerche:

« 1.° Di osservare se in ciascuna delle due funzioni esistano delle regolarità analoghe.

« 2.° Di porre in raffronto l'andamento di uno dei periodi con quello dell'altro.

« E, sembrandomi di essere giunto a qualche conclusione interessante, ne riferisco nella presente Nota i risultati.

« Anzi di entrare nel campo di queste ricerche debbo premettere:

« 1.° Che dovendo studiare comparativamente il periodo del Meyer con quello del Mendeleeff, non potevo tener conto del gruppo VIII°, poichè, come già si è osservato, i grandi periodi del sistema del Mendeleeff comportansi come risultanti di due piccoli periodi.

« 2.° Che nei piccoli periodi ritrovandosi il massimo di densità non sul corpo semplice intermedio, ma sul terzo, cioè Boro ed Alluminio, e tale condizione rendendo dissimmetrico il periodo del Meyer, non mi era possibile, data la natura del calcolo quale più innanzi esporrò, applicarlo ai due piccoli periodi medesimi. Quindi in queste ricerche non si comprendono altro che i primi due grandi periodi, essendo i successivi incompleti.

« 3.° I dati numerici, di cui ho fatto uso, sono tolti dalla tavola: *Periodicità degli elementi chimici* del Mendeleeff, pubblicata separatamente nel 1889 e riportata in tutte le nuove edizioni e traduzioni del suo trattato di chimica. Gli equivalenti furono calcolati da me e in questo lavoro non si tratta altro che degli equivalenti che gli elementi posseggono nelle forme limiti.

« Nella presente tavola riporto precisamente i dati di cui ho fatto uso:

ELEMENTI	PESI ATOMICI	PESI SPECIFICI DEI CORPI SEMPLICI CORRISPONDENTI	FORME DI COMBINAZIONE LIMITI	EQUIVALENTI IN QUESTE FORME DI COMBINAZIONE
Potassio	39	0,87	K^2O	78
Calcio	40	1,6	CaO	40
Scandio.	44	(2,5)	Sc^2O^3	29,33
Titanio.	48	(5,1)	TiO^2	24
Vanadio	51	5,5	V^2O^5	20,4
Cromo	52	6,5	CrO^3	17,33
Manganese. . .	55	7,5	Mn^2O^7	15,7
Ferro.	56	7,8	—	—
Cobalto.	58,5	8,6	—	—
Nichelio	59	8,7	—	—
Rame.	63	8,8	Cu^2O	126
Zinco.	65	7,1	ZnO	65
Gallio.	70	5,96	Ga^2O^3	46,6
Germanio. . . .	72	5,47	GeO^2	36
Arsenico	75	5,7	As^2O^5	30
Selenio	79	4,8	SeO^3	26,33
Bromo	80	3,1	Br^2O^7	22,85
Rubidio.	85	1,5	Rb^2O	170
Stronzio	87	2,5	SrO	87
Yttrio.	89	(3,4)	Y^2O^3	59,33
Zirconio	90	4,1	ZrO^2	45
Niobio	94	7,1	Nb^2O^5	37,6
Molibdeno . . .	96	8,6	MoO^3	32
(Ekamanganese)	(100)	(10)	(Em^2O^7)	(28,57)
Rutenio.	103	12,2	—	—
Rodio.	104	12,1	—	—
Palladio	106	11,4	—	—
Argento	108	10,5	Ag^2O	216
Cadmio.	112	8,6	CdO	112
Indio	113	7,4	In^2O^3	75,33
Stagno	118	7,2	SnO^2	50,9
Antimonio . . .	120	6,7	Sb^2O^5	48
Tellurio.	125	6,4	TeO^3	41,6
Iodio	127	4,9	I^2O^7	36,28

« La forma del periodo del Meyer risponde ad una condizione di simmetria; è quindi naturale lo studiare i rapporti tra le proprietà degli ele-

menti simmetricamente equidistanti dall'elemento mediano. Dovendo tutto riferire a piccoli periodi, gli elementi mediani sono sempre quelli del gruppo quarto.

« Incominciamo ad esaminare in questo senso l'andamento dei pesi specifici:

1° grande periodo.

$$\frac{\text{Peso specifico del Manganese}}{\text{" " " Potassio}} = 8{,}62; \quad \frac{\text{P. sp. del Cromo}}{\text{" " " Calcio}} = 4{,}06;$$

$$\frac{\text{P. sp. del Vanadio}}{\text{" " dello Scandio}} = 2{,}2; \quad \frac{\text{P. sp. del Rame}}{\text{" " " Bromo}} = 2{,}83;$$

$$\frac{\text{P. sp. dello Zinco}}{\text{" " del Selenio}} = 1{,}47; \quad \frac{\text{P. sp. del Gallio}}{\text{" " dell'Arsenico}} = 1{,}04.$$

« Ora se nell'istessa maniera studiamo i rapporti tra i pesi atomici degli elementi, non ci si presenta nessuna somiglianza con l'andamento sopra rilevato.

« Infatti:

$$\frac{\text{Peso atomico del Mn}}{\text{" " " K}} = 1{,}41; \quad \frac{\text{P. at. del Cr}}{\text{" " " Ca}} = 1{,}30; \quad \frac{\text{P. at. del V}}{\text{" " " Sc}} = 1{,}16;$$

$$\frac{\text{Peso atomico del Br}}{\text{" " " Cu}} = 1{,}26; \quad \frac{\text{P. at. del Se}}{\text{" " " Zn}} = 1{,}21; \quad \frac{\text{P. at. dell'As}}{\text{" " del Ga}} = 1{,}07;$$

ciò che è naturale, se si riflette alle differenze relativamente piccole che esistono tra i pesi atomici degli elementi in serie crescente.

« Ma si ha un risultato ben diverso se, invece di prendere in esame i rapporti tra i pesi atomici, prendiamo i rapporti tra gli equivalenti degli elementi nelle forme limiti di combinazione.

« Così:

$$\frac{\text{Equivalente del K}}{\text{" " Mn}} = 4{,}96; \quad \frac{\text{Eq. del Ca}}{\text{" " Cr}} = 2{,}31; \quad \frac{\text{Eq. dello Sc}}{\text{" del V}} = 1{,}43;$$

$$\frac{\text{Equivalente del Cu}}{\text{" " Br}} = 5{,}52; \quad \frac{\text{Eq. dello Zn}}{\text{" " Se}} = 2{,}47; \quad \frac{\text{Eq. del Ga}}{\text{" " As}} = 1{,}55.$$

Possiamo facilmente da questi risultati rilevare, come questi rapporti procedano nell'istesso senso secondo il quale procedono quelli già trovati tra i pesi specifici. Anzi tra questi rapporti e quelli esiste proporzionalità.

Infatti:

$\frac{8{,}62}{4{,}06} = 2{,}12$;	$\frac{4{,}06}{2{,}2} = 1{,}84$;		$\frac{2{,}83}{1{,}47} = 1{,}92$;	$\frac{1{,}47}{1{,}04} = 1{,}41$;	
$\frac{4{,}96}{2{,}31} = 2{,}14$;	$\frac{2{,}31}{1{,}43} = 1{,}61$;		$\frac{5{,}52}{2{,}47} = 2{,}23$;	$\frac{2{,}47}{1{,}55} = 1{,}59$;	
Differenze	0,02	0,23		0,31	0,18

« Queste regolarità si ripetono nel 2° grande periodo. Infatti:

$$\frac{\text{Peso specifico dell'(Ekamanganese)}}{\text{" " del Rubidio}} = 6{,}66; \quad \frac{\text{P. sp. del Molibdeno}}{\text{" " dello Stronzio}} = 3{,}4;$$

$$\frac{\text{P. sp. del Niobio}}{\text{" " " Yttrio}} = 2{,}08; \quad \frac{\text{P. sp. dell'Argento}}{\text{" " " Iodio}} = 2{,}15;$$

$$\frac{\text{P. sp. del Cadmio}}{\text{" " " Tellurio}} = 1{,}34; \quad \frac{\text{P. sp. dell'Indio}}{\text{" " " Antimonio}} = 1{,}10;$$

$$\frac{\text{Equivalente del Rb}}{\text{" " (Em)}} = 5{,}06; \quad \frac{\text{Eq. dello Sr}}{\text{" del Mo}} = 2{,}71; \quad \frac{\text{Eq. dell' Y}}{\text{" del Nb}} = 1{,}57;$$

$$\frac{\text{Eq. dell'Ag}}{\text{" " I}} = 5{,}95; \quad \frac{\text{Eq. del Cd}}{\text{" " Te}} = 2{,}99; \quad \frac{\text{Eq. dell'In}}{\text{" " Sb}} = 1{,}57;$$

« Ora:

$\frac{6{,}66}{3{,}4} = 1{,}92$;	$\frac{3{,}4}{2{,}08} = 1{,}63$;	$\frac{2{,}15}{1{,}34} = 1{,}60$;	$\frac{1{,}34}{1{,}10} = 1{,}21$;
$\frac{5{,}95}{2{,}71} = 2{,}12$;	$\frac{2{,}71}{1{,}57} = 1{,}72$;	$\frac{5{,}95}{2{,}69} = 2{,}21$;	$\frac{2{,}69}{1{,}57} = 1{,}71$;
Differenze 0,20	0,09	0,61	0,50

« Tra gli ultimi rapporti troviamo due scarti notevoli; tuttavia non si può ritenere che l'andamento generale della regolarità venga profondamente perturbato, anche perchè non è detto che partendo da dati più sicuri questi ultimi rapporti non possano modificarsi. Per chi d'altra parte consideri quali e quante sieno l'incertezze che si hanno sull'esattezza dei pesi specifici, e come sulla determinazione di qualche peso atomico regnino dei dubbî, le differenze sovra notate non potranno rappresentare dei scarti tali da distruggere la relazione che appare così evidente.

« E qui cadono in acconcio le considerazioni seguenti:

« 1.° L'obbiezione mossa da Mendeleeff al Tchitchérine, che cioè non possa avere un valore assoluto una deduzione matematica fondata sui dati dei pesi specifici, essendo questi delle quantità troppo variabili e non sapendo noi con precisione a quale di queste riferirci, mentre, data la natura del sistema del Tchitchérine, ha un grande valore, non l'avrebbe in questo caso dove non si tratta altro che d'un andamento generale e proporzionale che hanno due diverse proprietà della materia: densità ed equivalente chimico.

« 2.° Le variazioni ne' pesi specifici de' corpi possono essere determinate da due condizioni di natura diversa:

« *a*) O si tratta semplicemente di un vario stato d'aggregazione, quindi da una condizione puramente fisica: p. es., i diversi pesi specifici che hanno i metalli, secondo che sono stati deposti per elettrolisi, o sono stati fusi, o

laminati ecc., e in tal caso in generale un valore medio è molto attendibile e specialmente la determinazione del peso specifico della sostanza fusa. Così è chiaro che tra una sostanza amorfa e la medesima allo stato cristallino, cioè quando è perfettamente definita, il peso specifico della seconda ha maggior grado di esattezza. I dati della tavola del Mendeleeff rispondono bene a queste condizioni, ed è infatti adottando le densità de' corpi allo stato cristallino che si trovano meglio osservate le regolarità. Così per es., per l'Arsenico e per l'Antimonio, se invece di prendere in esame, come si è fatto, il peso specifico de' metalli allo stato cristallino (P. sp. dell'Arsenico crist. = 5,72; P. sp. dell'Antimonio crist. = 6,7) si fosse scelto quello de' metalli allo stato amorfo (P. sp. dell'Arsenico amorfo = 4,71; dell'Antimonio amorfo = 5,65-5,90), avremmo riscontrato maggiori scarti alla regolarità stabilita. In quanto alla temperatura, se si tratta di sostanze solide, essa non induce in generale tali differenze da disturbare l'andamento su riferito, tanto più che le determinazioni riportate sono state per lo più eseguite entro limiti di temperatura vicini.

« *b*) Le difficoltà parrebbero maggiori quando lo stesso elemento può presentarsi sotto forma di due o più corpi diversi o per semplice polimorfia o differenti anche chimicamente (allatropia).

« Nel 1° caso le differenze non sono in generale così forti da perturbare la legge (per es. Solfo rombico = p. sp. 2,05; Solfo monoclino = p. sp. 1,98); nel 2° caso le differenze possono essere anche rilevanti. Per es.:

Peso specifico del Diamante = 3,5
» » della Grafite = 2,25

« Ma qui non si può più parlare solamente di un differente stato fisico; si tratta di sostanze chimicamente diverse, ed è chiaro come basti che il peso specifico di un solo di questi corpi semplici corrisponda alla legge.

« Ora si può esprimere in un modo molto semplice quanto si è innanzi rilevato, cioè:

« I rapporti tra i pesi specifici de' corpi semplici simmetrici ne' grandi periodi procedono con un andamento proporzionale (inversamente nella prima parte del periodo, e direttamente nella seconda) a quello con cui procedono i rapporti tra gli equivalenti nelle forme limiti degli elementi corrispondenti.

« Ne' due sistemi:

1° grande periodo.

Equivalenti:

= 78 - 40 - 29,3 - 24 - 20,4 - 17,3 - 15,7 — 126 - 65 - 46,6 - 36 - 30 - 26,33 - 22,85 (A)

Pesi specifici:

= 0,87 - 1,6 - (2,5) - (5,1) - 5,5 - 6,5 - 7,5 — 8,8 - 7,1 - 5,96 - 5,47 - 5,7 - 4,8 - 3,1 (B)

2° grande periodo.

Equivalenti:

= 170 - 87 - 59,33 - 45 - 37,6 - 32 - (28,57) — 216 - 112 - 75,33 - 50,9 - 48 - 41,6 - 36,28 (A′)

Pesi specifici:

= 1,5 - 2,5 - (3,4) - 4,1 - 7,1 - 8,6 - (10) — 10,5 - 8,6 - 7,4 - 7,2 - 6,7 - 6,4 - 4,9 (B′)

pur esistendo la regolarità sovradescritta, la funzione A non è parallela alla B, nè l'A′ alla B′, perchè le differenze tra gli equivalenti nelle forme limiti e i pesi specifici de' corpi semplici corrispondenti non sono uguali tra loro nè nel 1°, nè nel 2° grande periodo.

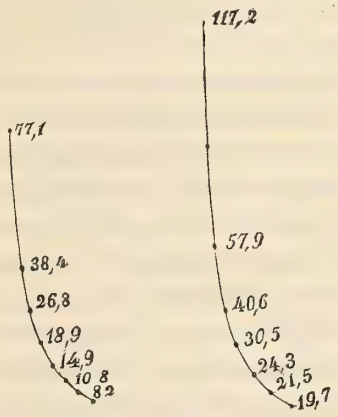


Fig. 1.

« Ora, se in un sistema di coordinate riportiamo sull'asse delle ascisse le differenze tra gli equivalenti e i pesi specifici de' corpi semplici corrispondenti e sull'asse delle ordinate la serie naturale de'numeri, otteniamo per es. per il 1° grande periodo due curve di questa specie (fig. 1ª). Curve della stessa forma otteniamo anche per il secondo grande periodo. Cioè, come era da prevedersi, data la piccolezza relativa delle cifre rappresentanti i pesi specifici in confronto a quelle rappresentanti gli equivalenti nella seconda parte de' grandi periodi e nella prima parte la diminuzione delle differenze dovuta al diminuire degli equivalenti concomitante col crescere de'pesi specifici, le curve son tali da rassomigliare a quelle ottenute riportando sulle ascisse semplicemente gli equivalenti delle forme limiti.

Fig. 2.

« Così, se invece di riportare sulle asse delle ascisse le differenze tra gli equivalenti e i pesi specifici, ci riportiamo le differenze tra i pesi atomici degli elementi e i pesi specifici de' corpi semplici corrispondenti, otteniamo un sistema di spezzate somigliante a quello che si ottiene portando sull'asse delle ascisse semplicemente i pesi atomici. La figura 2ª rappresenta appunto l'andamento de' pesi atomici nel 2° piccolo periodo. Sistemi somiglianti a questo si ottengono anche per gli altri periodi. Tale forma fa escludere subito l'idea di qualsiasi progressione aritmetica tra i pesi atomici degli elementi e ci conduce al concetto di un sistema di onde, concetto che nel senso fisico va perfettamente d'accordo con quello della periodicità. Mi sono fermato su questo punto, perchè esso formerà l'oggetto di ulteriori mie ricerche ».

Chimica. — *Dell'azione della fenilidrazina sull' etilencloridrina.* Nota di Ugo Alvisi, presentata dal Corrispondente Balbiano.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sopra l'alterazione delle acque minerali ferruginose.* Nota di Giulio Tolomei, presentata dal Socio Blaserna.

« Molte analisi fatte recentemente delle acque minerali ferruginose hanno dimostrato che oggidì è quasi praticamente impossibile di trovare in commercio delle acque così dette ferruginose che contengano una quantità un po' notevole di ferro; dimodochè tutti coloro che adoperano tali acque come medicamento, non bevono in realtà che acqua, la quale, relativamente alle sue proprietà medicinali, non differisce gran che dall'acqua ordinaria. Con ciò non si intende di dire che tali acque non contenessero, quando furono poste in bottiglie, la quantità di ferro che è indicata dalle analisi, ma solamente che le acque ferruginose, come sono conservate ordinariamente per la consumazione, perdono la maggior parte del loro ferro che si precipita allo stato di ossido ferrico. Di più la piccola quantità che vi rimane in dissoluzione, vi si trova sempre allo stato ferrico.

« Il Riban, che analizzò molte acque ferruginose, poste in commercio in Francia (1), trovò che la maggior parte di esse non contenevano che quantità piccolissime di ferro disciolto, mentre le analisi fatte sulle acque subito dopo raccolte alla sorgente indicano quantità abbastanza rilevanti di ferro.

« Secondo il Riban la proporzione del ferro disciolto sarebbe davvero minima, riducendosi in certi casi da $0^{gr},0809$ a $0^{gr},0007$ per litro; ma secondo il Parmentier (2) questi risultati non sarebbero esatti, soprattutto a causa del metodo di analisi adoperato dal Riban, che è quello col permanganato potassico, metodo che in un'analisi di un corpo così complesso come è un'acqua minerale, non può dirsi certamente rigoroso. In ogni modo anche il Parmentier, che adoperò nelle analisi il metodo classico di H. Sainte-Claire Deville, trovò che la quantità di ferro contenuta nelle acque ferruginose conservate in bottiglie è molto minore di quella che le acque stesse contengono all'uscire dalla sorgente. Anch'io feci tempo addietro determinazioni analoghe sopra molte delle acque ferruginose che sono adoperate comunemente come medicinali in Italia, ed i risultati a cui giunsi furono conformi a quelli dei sopra citati sperimentatori; ma di tali determinazioni mi propongo di parlare in

(1) Comptes Rendus, Vol. CXIV, p. 1483.
(2) Comptes Rendus, Vol. CXV, p. 53.

altra Nota. In questa esporrò brevemente alcune vedute intorno alla causa alla quale deve attribuirsi l'impoverimento delle acque ferruginose.

« Molte acque minerali sono sterili, o quasi, quando escono dall'interno della terra, ma in vicinanza dell'apertura da cui sgorgano si trovano numerosi germi di organismi, i quali o per essere in sospensione nell'aria o attaccati alle pareti dei recipienti, si sviluppano col tempo nelle acque. Ed è senza dubbio al lavorio lento compiuto da tali organismi che devono attribuirsi i precipitati e le alterazioni molto profonde che si riscontrano spessissimo nelle acque minerali contenute in bottiglie. Una volta, per esempio, trovai che l'acqua del Tamerici (Montecatini) contenuta in un fiasco perfettamente chiuso, conservata da qualche anno in una farmacia, si era trasformata in una soluzione di idrogeno solforato, il quale, scomponendosi alla sua volta, aveva cominciato a dar luogo alla precipitazione dello zolfo sulle pareti del recipiente. Studiando quell'acqua vi rinvenni il *Proteus sulfureus* di Holschewnikoff (1), insieme ad altri batteri del genere Beggiatoa, i quali molto probabilmente erano i *batteri dello zolfo*, che secondo Winogradsky (2) assorbono l'idrogeno solforato e lo scompongono in acqua e zolfo.

« Questo fatto mi condusse a pensare che qualche cosa di analogo potesse succedere nelle acque ferruginose per opera di quei batteri alla cui attività vitale devesi, come è noto, la formazione della limonite. Winogradsky per mezzo di accurate ricerche (3) stabilì che questi microrganismi, i quali depositano ocra di ferro, rappresentano un gruppo interessantissimo di batteri; caratteristico per una speciale proprietà ossidante, che egli riunì sotto il nome di *batteri del ferro*. Questi microrganismi, i quali spessissimo si presentano spontanei, si coltivano molto bene nell'acqua contenente parti di piante in decomposizione con aggiunta di idrato di ferro, e dànno luogo da prima ad un notevole sviluppo di gas, accompagnato dall'apparizione, alla superficie dell'acqua e sulle pareti del recipiente, di fiocchetti colorati in rosso ruggine. Dopo 8 o 10 giorni le pareti si ricoprono di densi fiocchi giallastri e alla superficie del liquido si formano zooglee, che si sommergono successivamente, dando luogo ad un deposito composto in gran parte di batteri fra i quali si riscontra sempre la *Leptorix ochracea* di Kützing e due batteri filiformi.

« In seguito alle esperienze eseguite dal Winogradsky con la *Leptorix ochracea*, si può ormai ritenere per certo che i batteri del ferro per il loro sviluppo e per la loro vita abbisognano di carbonato ferroso che essi riducono a ossido ferrico, il quale dà luogo a produzione di grandi masse di guaine gelatinose.

« Come si capisce facilmente, si potrebbe considerare il fenomeno che dà luogo a questa trasformazione, come un processo di respirazione in cui fosse

(1) Fortschritte der Medicin, 7, p. 201.
(2) Botanische Zeitung, 1887, n. 31-37.
(3) Botanische Zeitung, 1888, n. 17.

riguardato l'ossido ferroso come materia respirabile e l'ossido ferrico come prodotto della respirazione.

« I batteri del ferro sono ovunque abbondantemente diffusi, nei prati umidi, nei campi, nelle paludi ecc., e quindi non è arrischiato l'ammettere che qualche germe di essi possa rimanere nei recipienti che servono a raccogliere le acque ferruginose; come pure non sarebbe improbabile che qualche germe si trovasse già nelle acque stesse. In ogni modo io ho voluto accertarmi se nelle acque vendute ordinariamente nelle farmacie si trovano i batteri del ferro. A tale scopo raccolto un poco del sedimento, che sempre si trova in fondo alle bottiglie, con una bacchetta di vetro sterilizzata, seminai con esso della gelatina sterilizzata e ottenni quasi sempre la produzione di fiocchetti colorati in rosso ruggine, che al microscopio si presentavano costituiti dai batteri del ferro fra i quali predominava sempre la *Leptorix ochracea*. Dall'acqua della solfatara di Pozzuoli ottenni inoltre un batterio che non ho mai visto descritto, e che molto probabilmente è un altro batterio del ferro non ancora determinato.

« Di 56 bottiglie esaminate, solo tre non contenevano i batteri del ferro, ed in esse l'acqua conteneva precisamente la quantità di ferro indicata dalle analisi, mentre nelle altre la quantità di ferro disciolto era enormemente diminuita, tanto da ridursi in certi casi a traccie.

« In seguito, preparata artificialmente dell'acqua contenente disciolto del ferro nella proporzione di $0^{gr},1$ per litro, allo stato di carbonato ferroso, ne riempii dieci bottiglie, accuratamente sterilizzate, e le chiusi dopo avere seminato in cinque di esse i batteri del ferro coltivati in gelatina. Lasciate le bottiglie nello stesso armadio e apertele dopo sei mesi, riscontrai che nell'acqua non seminata coi batteri del ferro la quantità di ferro disciolto allo stato di carbonato ferroso non era sensibilmente diminuita, mentre nelle altre era diminuita in tutte, ed in due ridotta a $0^{gr},0007$ per litro. Sul fondo di queste ultime si trovava un deposito costituito da involucri colorati in giallo-ruggine aggruppati a modo di colonie gelatinose, e del tutto identico a quello che si riscontra sul fondo delle bottiglie nelle quali è conservata l'acqua ferruginosa venduta nelle farmacie.

« Questi fatti mi sembra che siano più che sufficienti per dimostrare che la causa della diminuzione della quantità di carbonato ferroso contenuto nelle acque ferruginose, debba ricercarsi nella presenza dei batteri del ferro nelle acque stesse o sulle pareti dei recipienti in cui tali acque vengono raccolte e conservate.

« Ciò posto si capisce facilmente che si potrebbero conservare le acque ferruginose colla quantità di ferro disciolto che contengono quando escono dalla sorgente, sterilizzandole e sterilizzando pure i recipienti che servono a raccogliere ed a conservarle; ma tale espediente sarebbe evidentemente poco pratico ».

Geologia. — *La formazione salmastra nei dintorni di Roma.* Nota dell'ing. Enrico Clerici, presentata a nome del Corrispondente Bassani.

« Allorquando il suolo romano era prossimo ad emergere definitivamente dalle acque del mare, sia per la forma della spiaggia già emersa, sia per lo spandimento dei materiali ghiaiosi e sabbiosi trasportati da qualche fiume, sia per effetto di cordoni littorali o per altre cause, si originarono delle distese di acque tranquille che restarono in più o meno perfetta comunicazione col mare.

« In queste lagune non tardò a prosperare una fauna malacologica caratteristica e ben diversa da quella già sepolta nelle classiche sabbie gialle.

« All'insieme delle argille e delle sabbie che contengono tale fauna, tanto per distinguerle dalle altre, darò il nome di formazione salmastra.

« In una mia Nota *Sul Castor fiber, sull'Elephas meridionalis e sul periodo glaciale nei dintorni di Roma* (1) esposi una tabella avente per iscopo di confrontare e mettere in relazione, per le più importanti località dei dintorni, l'età relativa dei sedimenti che vi si incontrano dalle argille turchiniccie a pteropodi fino ai materiali vulcanici (tufi granulari e terrosi).

« Ulteriori ricerche mi permettono di confermare l'ordine di successione allora adottato ed al tempo stesso di completare, per alcune località, la serie dei terreni appunto per quanto riguarda la detta formazione salmastra.

« Nel limitato numero di specie sepolte in questa formazione sono principalmente rimarchevoli le seguenti:

Cardium edule Lin. var. *Lamarcki* Reeve
Tapes caudata D'Anc.
Pecten sulcatus Lamk.
Ostrea edulis Lin.
Zippora membranacea Adams
Cerithium vulgatum Brug.
Bittium reticulatum Da Costa var. *paludosa* Bucq-Dautz-Dollf.
Nassa reticulata Lin.

« Argille turchiniccie con questi fossili si trovano alla Magliana al disotto delle ghiaie giallastre e probabilmente giacciono su altra ghiaia: infatti poco lungi al Casale del Merlo, l'argilla è effettivamente compresa tra le ghiaie. Queste ghiaie giallastre sono eguali e corrispondenti a quelle che al

(1) *Risposta alle osservazioni critiche del dott. Tuccimei.* Boll. della Società Geologica Italiana, vol. X, pag. 333-370, Roma 1892.

Gianicolo ed al Vaticano stanno direttamente ed in discordanza sulle argille a pteropodi e globigerine, ed al Monte Mario sopra le sabbie gialle assai meno ricche di fossili che le sottoposte sabbie classiche.

« A Malagrotta sulla via Aurelia ed in molte altre colline adiacenti sono le sabbie giallognole alquanto ghiaiose che contengono i fossili suddetti insieme ad altre specie pure abbondanti come: *Myrtea lactea* Lin., *Fragilia fragilis* Lin., *Tapes decussata* Lin., *Mytilus crispus* Cantr. (= *Mytilaster lineatus* Gmel., secondo Monterosato).

« Al casale di Leprignana alla destra dell'Arrone appaiono di nuovo argille a *Cardium edule* Lin. var., le quali molto probabilmente sono comprese fra le sabbie ghiaiose o fra ghiaia giallastra che lì presso è ben visibile ed è ricoperta da una bellissima formazione d'acqua dolce con tripoli, concrezioni travertinose e materiali vulcanici.

« Dal X miglio della via Aurelia in su, cioè alla Bottaccia, a Castel di Guido, al ponte sull'Arrone, a Torrimpietra, è molto interessante il passaggio alla formazione d'acqua dolce. I tripoli, molto potenti, contengono alla parte inferiore diatomee proprie delle acque salate come: *Epithemia musculus* Ktz., *Campylodiscus bicostatus* W. Sm., *Nitzschia circumsuta* Grun., *Synedra tabulata* Ktz., *Achnanthes brevipes* Ag., *Chaetoceros Wighami* Beigt., ecc., che mancano alla parte superiore, ove ad una grande quantità di specie esclusivamente d'acqua dolce se ne trova qualcuna di quelle salmastre o che si adattano anche alle acque dolci (1).

« Abbondanti vi sono pure i molluschi: dapprima piccoli *Cardium edule* Lin., qualche *Nassa reticulata* Lin., molte *Hydrobia*, e poi *Bythinia tentaculata* Lin., *Neritina* e *Valvata piscinalis* Müll.

« Andando più lontano, al fosso del Castellaccio oltre Torrimpietra si trova di nuovo l'argilla a *Cardium edule* Lin. var., *Tapes caudata* D'Anc., *Nassa reticulata* Lin., *Cerithium vulgatum* Brug. (2); ma qui, a differenza delle altre località già menzionate, quest'argilla giace direttamente sulle argille turchiniccie molto più antiche (pliocene inf.) caratterizzate dalla presenza di *Ostrea cochlear* Poli, *Pecten histrix* Dod-Meli, *Cidaris remiger* Ponzi.

« La formazione salmastra non costituisce esclusivamente una zona che segue presso a poco l'attuale littorale, ma esiste anche all'interno.

« Alla sinistra del fosso di Acquatraversa presso il ponte della via Cassia, si è attivata una nuova cava di ghiaia giallastra che contiene qualche pezzo

(1) Questo fatto fu per la prima volta constatato dal dott. Lanzi nel materiale da me raccolto presso la Bottaccia (Ved. *Le diatomee fossili della via Aurelia.* Atti dell'Accad. Pont. de' nuovi Lincei, vol. XLII. Roma, 1889).

(2) Queste argille furono già esattamente indicate dal Tittoni nella Memoria *La regione trachitica dell'Agro Sabatino e Cerite* (Boll. della Soc. Geologica Italiana, vol. IV, pag. 347, Roma 1886).

di argilla grigia a *Cardium edule* Lin. Tali ghiaie sono ricoperte da argilla verdognola a *Cyclostoma elegans* Müll., *Helix*, ecc., ed elementi vulcanici. La formazione d'acqua dolce, con tartari a *Limnaea palustris* Müll., *Planorbis umbilicatus* Müll., ecc. e marne biancastre pure fossilifere, si estende molto verso l'ultimo tratto del detto fosso d'Acquatraversa.

« Invece oltre il ponte alla salita del IV miglio le ghiaie e le soprastanti sabbie sono coperte da vari strati di tufi terrosi e granulari.

« Ma la successione di queste roccie è visibile in modo particolare in alcuni stretti e profondi solchi scavati dalle acque che affluiscono nel fosso dell'Inviolatella. Sopra le ghiaie giallastre sta una sabbia quarzosa giallognola a nuclei limonitici, che superiormente degenera in materiale ocraceo e quindi in una specie di terra argillosa color marrone piena di sottili concrezioni calcaree ad impronte di monocotiledoni ed opercoli di *Bythinia tentaculata* Lin. Vengono quindi vari straterelli di tufi granulari che sfumano l'uno all'altro dal cenerognolo al nero.

« In un punto a destra del fosso, poco prima di scendere, al casale dell'Inviolatella, al disotto delle ghiaie sta un' argilla bigia a *Cardium edule* Lin. var., *Scrobicularia plana* Da Costa, e scarsi *Bittium reticulatum* Da Costa var. *paludosa*, piccole *Melanopsis*, *Hydrobia*, ostracodi, *Rotalia Beccari* Lin. e specie affini (1). In tal modo si spiega facilmente la presenza dei blocchi di argilla a *Cardium edule* contenuti nella ghiaia dell'anzidetta cava.

« Ritornando al fosso di Acquatraversa, alla base delle colline che lo fiancheggiano si trovano certe sabbie gialle ghiaiose che dinotano una formazione littoranea presso la foce di un corso d'acqua, poichè fra le conchiglie marine spesso logorate per l'azione delle onde sulla spiaggia vi si rinvengono specie continentali come la *Corbicula fluminalis* Müll., *Emmericia Pigorinii* Cler., *Melanopsis*, neritine e frammenti di limnee. Il miglior posto per far raccolta in questo giacimento è alle Macchie del Sepolcro di Nerone, ed in altro lavoro (2) detti un esteso catalogo dei fossili di esso. Recentemente ho ritrovato la *Corbicula* al punto in cui la nuova via che si distacca dalla Flaminia raggiunge la via Cassia. Quivi sotto le ghiaie sta la sabbia gialla che contiene uno straterello a *Pectunculus* leggermente inclinato verso la valle del Tevere. Altre specie vi sono scarsamente rappresentate, spesso da frammenti e dove la sabbia contiene straterelli di minuti detriti ho raccolto discreti esemplari di *Corbicula*, *Emmericia* e *Melanopsis*.

« Che le sabbie a *Corbicula* siano inferiori alle ghiaie si vede pure

(1) Benchè la notevole umidità alla base delle colline nella tenuta dell'Inviolatella mi facesse pensare ad un fondo impermeabile sotto le ghiaie, non mi era stato possibile di vedere l'argilla, forse perchè coperta da frane ghiaiose. L'importante notizia mi fu gentilmente comunicata dal dott. Tellini e così potei ritrovarla e raccogliervi fossili.

(2) *Sulla Corbicula fluminalis dei dintorni di Roma e sui fossili che l'accompagnano.* Boll. della Società Geologica Italiana, vol. V, Roma 1888.

sui fianchi di quelle collinette che sono dietro il Casale di Acquatraversa. Ma risalendo le valli fra queste collinette, si nota che l'aspetto del giacimento, coll'allontanarsi dalla spiaggia, va cambiando: alcune specie, come la *Cardita pectinata* Brocc., vi divengono caratteristiche per la loro abbondanza. Lo strato ricco di quest'ultima specie apparisce perfettamente allo scoperto nelle Macchie di Acquatraversa incontro al fontanile della vigna Hube: al disopra sta la sabbia gialla povera di fossili, con lastroni di arenaria a molluschi spatizzati.

« Del massimo interesse è la costituzione dell'angusta e lunga valle del fosso della Rimessola affluente di destra del fosso di Acquatraversa; infatti in una piccola gola incontro al fontanile, affiora un banco di argilla turchina che ricorda quella della Magliana e del Casale del Merlo. Sopra l'argilla sta una sabbia giallognola a cui passa gradatamente, la quale contiene filliti di *Quercus* e di monocotiledoni. L'argilla è alquanto sabbiosa, con laminette di mica argentina. È nettamente ed orizzontalmente stratificata, con straterelli più oscuri per abbondanti residui carboniosi. Non è possibile indicare con precisione la potenza di essa, ma seguendo la ripida sponda sinistra del fosso, che si è scavato un profondo letto, si vede qua e là l'argilla ora grigia, ora giallastra con gli stessi fossili salmastri al disopra di sabbie quarzose giallognole bene stratificate ed alternate con qualche straterello leggermente carbonioso.

« Ecco pertanto l'elenco delle specie più caratteristiche di questa nuova località.

« *Scrobicularia plana* Da Costa (*Trigonella*). — In frammenti; trovasi anche nelle sabbie ghiaiose di Acquatraversa e nell'argilla dell'Inviolatella.

« *Petricola rocellaria* Lamk. — Esemplari completi nei fori scavati sulle valve di *Tapes caudata* e di *Ostrea edulis*.

« *Myrtea lactea* Lin. — In esemplari ben conservati. Per la forma alquanto convessa e per le linee di accrescimento più marcate potrebbe convenire colla var. *stagnalis* istituita dal prof. Pantanelli [1] per quella che in abbondanza vive nello stagno di Orbetello. Trovasi frequente nelle sabbie di Malagrotta; ma è sconosciuta per le località fossilifere del M. Mario

« *Tapes caudata* D'Anc. — In esemplari bellissimi, colle valve unite conservanti ancora il legamento. Differisce dagli esemplari delle altre località (Magliana, Casale del Merlo, Malagrotta, Castellaccio) per essere a contorno più regolarmente ovale, cioè per così dire, meno caudata.

« *Tapes decussata* Lin. — Meno abbondante della precedente.

« *Cardium edule* Lin. var. *Lamarcki* Reeve. — Molto abbondante, colle valve unite e col legamento. Alcuni esemplari sono straordinaria-

[1] Pantanelli D., *Molluschi dello Stagno di Orbetello* (Boll. della Soc. Malacolog. Ital., vol. XII, Pisa 1887).

mente sviluppati. Quasi tutti gli esemplari (e lo stesso vale per quelli delle altre località già menzionate) spettano alla varietà robusta, gonfia ed inequilatera da taluni ritenuta come specie distinta ed indicata col nome di *C. Lamarcki*. Reeve o *C. rusticum* Gmel. (n. Lin.).

« *Ostrea edulis* Lin. — Esemplari ben conservati, con colorazione livida come in quelli della Magliana e Casale del Merlo.

« *Zippora membranacea* Ad. (*Turbo*). — Trovata anche alla Magliana, al Casale del Merlo ed a Malagrotta.

« *Nassa reticulata* Lin. — Trovasi anche nelle tre località precedenti, a Torrimpietra ed al Castellaccio. In generale differisce dalla forma tipica marina per un minor numero di coste longitudinali e di strie trasversali. Inoltre tra i vari individui si ha differenza tanto per dimensioni assolute che per il loro rapporto.

« *Cerithium vulgatum* Brug. — Abbondante in grossi esemplari come a Malagrotta. Al Casale del Merlo trovasi invece la var. *tuberculata* Phil., che è di minori dimensioni.

« *Bittium reticulatum* Da Costa var. *paludosa* B.D.D. — Abbondantissimo ed in diverse grandezze. È una forma speciale delle acque salmastre. Combina colle fig. 14 a 19 della tav. 25 (fasc. 5°, pag. 215) dell'opera di Boucquoy, Dautzenberg e Dollfus: *Les Mollusques marins du Roussillon*, che il marchese di Monterosato (*Nomenclatura generica e specifica di alcune conchiglie mediterranee*, pag. 121) ritiene rappresentare una specie distinta (*Cerithiolum paludosum*). Trovasi pure al Casale del Merlo, a Malagrotta, ed all' Inviolatella.

« Questa argilla contiene anche quella specie di *Hydrobia* o *Peringia*, non ancora ben identificata, che abbonda pure al Casale del Merlo. Non vi mancano foraminifere ed ostracodi. I crostacei sono anche rappresentati dalla specie notata nei cataloghi del M. Mario per *Balanus balanoides* che è impiantata sull' *Ostrea edulis* e sul *Cardium edule* (trovasi ugualmente sull'*Ostrea edulis* e sul *Pecten sulcatus* al Casale del Merlo ed a Malagrotta) e nel cui interno si annidano piccole modiole o modiolarie. In fine nel materiale franoso del fosso ho trovato un perfetto esemplare di *Melanopsis oomorpha* De St. più grande di quelli rappresentati nella tav. IV, fig. 39 e 40 del mio lavoro sulla *Corbicula* già citato.

« Il fontanile della Rimessola non è la sola località prossima al M. Mario ove si può osservare la formazione salmastra perchè essa deve estendersi per tutto il bacino idrografico del fosso di Acquatraversa essendo accusata in vari punti dalla maggiore umidità del suolo, per la presenza in esso di un fondo impermeabile, e dalle valve di *Cardium edule* trascinate nei fossi.

« Lo stesso fosso di Acquatraversa, nel tratto compreso fra i due fossi che scendono dal Monte Arsiccio e dalla tenuta omonima, si è scavato il letto nella detta formazione. Ivi si osserva dapprima l'argilla turchina a

Cardium edule Lin. var. *Lamarcki* Reeve, *Scrobicularia plana* Da Costa (abbondante), *Tapes caudata* D'Anc. (scarsa), *T. decussata* Lin., *Bittium reticulatum* var. *paludosa* Boucq-Dautz-Dollf., *Peringia* sp., ostracodi, *Rotalia Beccari* Lin. e forme affini. Alla parte superiore quest'argilla diviene sabbiosa e carboniosa come al fontanile della Rimessola.

« Segue poi un banco di circa m. 0,50 di lignite, o meglio torba, argillosa in basso e sabbiosa in alto, che a sua volta è ricoperta da sabbie quarzose giallognole molto potenti.

« Nel passaggio dall'argilla turchina a quella nera torbosa vi è grande abbondanza di *Melanopsis Dufouri* Fér. (1) e di una *Neritina* a bordo columellare subdenticulato e callosità convessa, alquanto vicina alla *N. Pantanelli* De Stef. fossile nell' Umbria. La *Melanopsis Dufouri* Fér., che secondo il prof. Pantanelli dev' essere chiamata, per priorità, *M. Maroccana* Chemn., si presenta assai variabile tanto per grandezza come per forma al pari di quella che attualmente vive in Toscana e colla quale ho fatto anche diretto confronto. Alcuni individui hanno l'ultimo giro regolarmente ovoide, altri lo hanno con una depressione verso la metà, altri hanno la depressione ed una protuberanza al disopra di quella e presso la sutura. Spesso sono anche decollati.

« La *Melanopsis* e la *Neritina* indicano già un cambiamento avvenuto nelle condizioni della laguna, e la formazione della sopragiacente torba corrisponde ad una fase in cui le acque dolci ebbero la prevalenza; infatti vi mancano tutti i molluschi contenuti nell' argilla e vi abbondano invece quelli di acqua dolce, come: *Limnaea stagnalis* Lin., *L. palustris* Müll., *Planorbis corneus* Lin., *P. umbilicatus* Müll., e piccole specie di *Bythinia*, tutti però in esemplari estremamente schiacciati. Questi gusci sono inoltre delicatamente incrostati di solfuro di ferro alla cui alterazione si devono i cristallini di gesso disseminati nella torba.

« In base a queste ultime ricerche le assise che costituiscono il gruppo del M. Mario e delle colline ad esso collegate possono essere coordinate e classificate come segue, procedendo dalle più antiche alle più recenti.

« I. Argille turchine a pteropodi (*Diacria tridentata, Cleodora piramidata, Balantium Riccioli*), *Conus antediluvianus, Limopsis aurita, Nucula sulcata, Ostrea cochlear, Cidaris remiger*: con frequenti dislocamenti: Gianicolo, Vaticano, Valle dell' Inferno e M. Mario. — Appartengono alla parte superiore di quella formazione che torna allo scoperto al Fosso del Castellaccio presso Palidoro ed a Tor Caldara presso Anzio, nelle quali località è caratterizzata anche dalla presenza del *Pecten histrix* Doderl-Meli.

« II. Argilla glauconifera con resti di *Dioplodon Farnesinae* Cap.,

(1) Pantanelli D., *Melanopsis viventi e fossili d'Italia*. Boll. della Soc. Malacologica Italiana, vol. XII, Pisa 1886 (specialmente le fig. 17 a 20, tav. III).

Terebratula ampulla, Turritella tricarinata, Venus multilamella, ecc. — Giace discordante sulle argille precedenti ed è visibile soltanto in una cava di argilla in una valle fra il M. Mario e la Farnesina.

« III. *a*) Sabbie grigie.

b) Sabbie gialle. — Sono ambedue ricchissime di fossili e costituiscono il giacimento classico accessibile specialmente alla Villa Madama ed alla vicina valle della Farnesina. Per abbondanza si distinguono le specie seguenti: *Corbula gibba, Mactra triangula, Venus ovata, Cyprina islandica, Cardium echinatum, Cardita sulcata, Arca tetragona, Pectunculus insubricus, Leda commutata, Chama gryphoides, Pecten varius, Vola Jacobaea, Natica tigrina, Chenopus pes-pelecani, Nassa prismatica, Cladocora caespitosa.*

« Le sabbie grigie sono state ritrovate anche nell'altro versante del M. Mario all'iniziarsi della Valle dell'Inferno in occasione dei lavori per le fondazioni di un viadotto per la ferrovia Roma-Bracciano. Un poco a valle di questa località le sabbie gialle, a differenza del versante orientale, contengono molti gasteropodi (*Fusus longiroster, Triton affine, Conus striatulus, Ovula spelta, Cypraea pyrum*).

c) Sabbie gialle ghiaiose a *Corbicula fluminalis, Melanopsis, Cardium tuberculatum, Venus gallina, Donax trunculus, Natica Josephinia, Cupularia Reussiana*, ecc. — Formano un deposito di spiaggia alla base delle colline intorno al fosso di Acquatraversa.

« IV. *a*) Sabbie gialle povere. — Contengono qualche strato di ostriche e di *Pectunculus violacescens* (specialmente in una valle presso S. Onofrio ove tale specie è spatizzata e ricevette dal Brocchi il nome di *Arca Romulea*) e lastre di arenaria.

b) Ghiaie gialle. — Costituiscono depositi molto estesi e potenti che talvolta giacciono direttamente sulle argille a pteropodi come al Gianicolo ed al Vaticano. A differenza delle ghiaie dette ad elementi vulcanici non vi sono stati trovati che scarsi resti di *Elephas meridionalis* (Forte M. Mario, Casale del Merlo) e di *Hippopotamus major* (Casale del Merlo e Gianicolo).

c) Argille grigie salmastre a *Tapes caudata, Pecten sulcatus, Cardium edule* var., *Cerithium vulgatum*, ecc. — Si trovano fra le ghiaie precedenti come al Casale del Merlo, oppure sopra le sabbie povere come alla Rimessola. Le sabbie ghiaiose di Malagrotta equivalgono a queste argille.

d) Argille sabbiose giallastre a *Posidonia Caulini, Quercus, Ulmus, Populus*, ecc. — Alla Farnesina tra le sabbie quarzose giallognole ed alla Rimessola sulle argille salmastre.

e) Sabbie quarzose ora giallognole ora rosso-brune e con nuclei limonitici.

« La serie termina con i materiali vulcanici, cioè con vari strati di tufi terrosi a pomici biancastre, e di tufi granulari i quali ora direttamente,

ora con l'intermezzo di sedimenti d'acqua dolce, stanno sulle sabbie marine già precedentemente emerse ed erose, come in più luoghi è dato di constatare.

« I materiali vulcanici essendo generalmente ritenuti come appartenenti al quaternario e le sabbie classiche al pliocene (astiano) superiore, e da queste passandosi gradatamente alle sabbie povere, od alle ghiaie, od alle sabbie quarzose, si potrebbe discutere se convenga meglio comprendere queste ultime assise nel pliocene o nel quaternario. Il prof. De Stefani pone il giacimento classico nel postpliocene inferiore. Nella speranza di potere intraprendere una revisione della fauna di tale giacimento che permetta di adottare, o pur no, questa innovazione ritengo che il quaternario si possa far cominciare colle sabbie povere. Ma come per qualche lembo di ghiaie non è esclusa la possibilità che sia contemporaneo delle sabbie classiche, così anche per le argille a fossili salmastri non può dirsi che siano tutte assolutamente fra loro contemporanee, nè che le condizioni in cui si formarono fossero identiche. Così, per esempio, nell'argilla cavata per la fornace della Magliana, alle specie salmastre se ne aggiungono poche altre, sempre littorali, ma di mar libero, che non mancano o sono caratteristiche nelle sabbie classiche ».

Botanica. — *La formazione della parete cellulare nei peli aerei della Lavatera cretica L.* Nota del dott. Camillo Acqua, presentata dal Corrispondente R. Pirotta.

« Le ultime ricerche compiute con febbrile lavoro, per parte in specie di istologi tedeschi, condussero ad accordare tra loro in molti punti le più disparate teorie sulla costituzione e sull'accrescimento della parete della cellula. Mentre infatti da un lato è quasi senza contrasto accettata l'opinione dell'accrescimento della parete in spessore mediante l'*apposizione* di nuovi strati di cellulosi, e son così poste da parte le vecchie idee Nägeliane sull'*intussuscepzione*, noi vediamo dall'altro lato queste stesse idee ricomparire per ciò che riguarda l'accrescimento in superficie. È fuori dubbio che quest'ultimo avviene in moltissimi casi per distensione ed anche per lacerazione delle vecchie lamelle; io stesso fui condotto a tali conclusioni dallo studio dei tubi pollinici. Ma ciò nonostante pare non possa negarsi in altri casi un aumento delle lamelle per interposizione di nuova sostanza, secondo appunto le idee di Carlo Nägeli. Passare in rassegna la bibliografia, scendere nel campo critico non è possibile in una breve comunicazione. Pur tuttavia mi è necessario rammentare gli importanti studî del Correns [1], poichè la que-

[1] Correns, *Zur Kenntniss der inneren Structur der vegetabilischen Zellmenbranen.* Pringsheim's Jahrbücher Bd. XXIII, Heft 1 n. 2.

stione, che mi propongo di esaminare nel presente studio, è particolarmente posta da questo autore in modo assai chiaro ed evidente.

« Il Correns studia sopra tutto la natura dei diversi strati della parete più o meno rifrangenti, e con il sussidio di ingegnosi e positivi metodi di ricerca, giunge a stabilire per molti casi che, la differenza consiste realmente nella diversa quantità di acqua contenuta nella parete, secondo appunto la teoria del Nägeli. Comunque vada però la cosa, è fuori di dubbio che l'ipotesi per la quale le linee più oscure altro non sarebbero se non *linee di contatto* di due strati più chiari, resta da questi studî ancor più combattuta, cosicchè può essere oggi abbandonata senza troppo esitare.

« Ma una volta dimostrata l'esistenza di strati diversi tra loro, sia per contenuto di acqua, come nel maggior numero dei casi, sia invece per altre ragioni, ed accettata in pari tempo l'ipotesi dell'accrescimento della parete in spessore mediante l'*apposizione* di nuovi strati, sorge tosto un'altra domanda. È, cioè, il protoplasma che deposita direttamente degli strati, diversi tra loro, con regolare alternanza, ovvero questi strati si modificano successivamente alla loro formazione, acquistando una maggiore o minore quantità di acqua secondo i casi?

« Come nota ottimamente il Correns, con la vecchia teoria Nägeliana la cosa poteva spiegarsi in modo soddisfacente. Cioè a dire, ammettendo l'accrescimento per *intussuscepzione*, poteva supporsi che, durante l'accrescimento, in alcune zone l'acqua fosse assorbita con maggiore intensità, e da ciò quindi derivasse il fenomeno ottico della diversa rifrangenza degli strati. Ma, sostituita la teoria dell'apposizione, noi abbiamo fatto, dice il Correns, in certo senso un regresso, non riuscendo troppo facile dare una spiegazione del perchè ad uno strato più rifrangente ne debba seguire uno meno rifrangente. Al Correns sembra assai improbabile che un'intera lamella, come si deposita, possa divenire più ricca d'acqua della precedente e della successiva; inclina piuttosto a credere che una parte della lamella possa subire in seguito una modificazione. Osserva tuttavia che quando si chiede la causa delle stratificazioni, non possiamo dare attualmente alcuna risposta.

« La presente comunicazione ha precisamente lo scopo di studiare il quesito nei peli aerei di *Lavatera cretica L.*, e di render noti dei fatti, che a parer mio spiegano in tal caso sufficientemente la cosa.

« La *Lavatera cretica L.*, ha sul fusto e sulle foglie peli unicellulari, a parete ispessita specialmente verso l'apice, dove formansi cappe di spessore considerevole. Il clorojoduro di zinco e le soluzioni iodiche (tintura e sol. in ioduro potassico) con l'acido solforico non producono alcuna colorazione apprezzabile, neanche nei primi stadî di formazione della parete. L'acido solforico scioglie prontamente i diversi strati, una soluzione di idrato potassico al 10 % a caldo rende le stratificazioni assai più evidenti, mentre la miscela

di Schultze e l'acido cloridrico attaccano con rapidità la parte meno rifrangente della parete. Ma, tralasciando lo studio microchimico, che non possiamo compiere in questa breve Nota, veniamo a parlare dei caratteri fisici, che più c'interessano. Le pareti sono sempre stratificate. Le stratificazioni ai lati si seguono regolarmente ed assai visibilmente; verso l'apice invece possiamo distinguere due casi.

« Alcune volte si hanno dei peli, la cui estremità è ottusa e arrotondata; allora il sistema delle lamelle si continua regolarmente, come in una volta, con i suoi strati più e meno rifrangenti, alternantisi fra di loro. Altre volte invece — e questo è il caso più frequente — i peli terminano a punta; allora gran tratto della parte superiore è occupato da un ispessimento della parete, la quale presenta omogeneità in tutta la sua massa, tranne che in alcune zone poste a distanza, nelle quali vi ha maggiore rifrangenza.

« La formazione di queste pareti avviene nel seguente modo. Raggiunte le sue dimensioni definitive, il pelo ispessisce regolarmente la parete in tutti i suoi punti; in seguito poi viene poco a poco deposta nuova sostanza verso l'apice, cosicchè risultano le cappe ora descritte. Nel maggior numero dei casi i diversi strati si depositano successivamente con ordine; ma in casi rari — sebbene molto più interessanti — può accadere che la formazione di tutto il sistema di lamelle verso l'apice avvenga contemporaneamente.

« Con molta pazienza si riesce appunto a imbatterci in questi casi, che passeremo ora a descrivere dettagliatamente.

« Per seguire le vicende della formazione della membrana è molto utile l'impiego di una soluzione acquosa di eosina, la quale dopo alcune ore colora intensamente il protoplasma, lasciando completamente incolora la parete.

« Come mezzi fissativi mi valsi di una soluzione acquosa concentrata di acido picrico e dell'alcool assoluto.

« Osservando in tal modo i peli assai giovani, in via d'ispessirsi, noi troviamo innanzi tutto una serie regolarissima di microsomi in vicinanza della parete. Alcune volte essi sono quasi a contatto di questa, altre volte ne sono separati da uno strato meno granuloso di plasma. In qualche raro caso, verso la base del pelo, riuscii anche a scorgere due file di microsomi a breve distanza tra loro. Quando verso l'apice del pelo l'ispessimento ha luogo con regolarità, noi scorgiamo lo stesso strato di microsomi, ma quando invece avviene contemporaneamente la formazione di più serie di lamelle, noi troviamo un fatto ben singolare. In tutto quel tratto di plasma verso l'apice che dovrà trasformarsi, noi scorgiamo già un'impronta della struttura della futura parete. Cioè a dire in seno al protoplasma, fortemente colorato con l'eosina, noi scorgiamo delle zone più lucenti, che ai lati corrispondono perfettamente con gli strati più rifrangenti della parete, che già si sono formati. A tutta prima non si riesce a scoprire la diversità di struttura di queste speciali zone; solo in casi particolari ci può essere offerta una chiara spiegazione.

« Io potei osservare alcuni preparati, nei quali si trovano dei peli, ad apice ingrossato, con un sistema assai regolare di lamelle, colte nel periodo della loro formazione. Allora si vedono nettamente alcune di esse completamente formate verso i lati, e soltanto verso il mezzo appena abbozzate, cioè costituite da una serie di corpicciuoli incolori, della natura della parete, debolmente saldati fra di loro e frammisti a molti microsomi intensamente colorati. In altri stadî ancor meno sviluppati, la parte superiore dell'arco della lamella è unicamente costituita da un agglomeramento di microsomi, i quali verso i lati si continuano, trasformandosi per gradi di passaggio, nello strato omogeneo della lamella medesima. Ora queste lamelle, che si mostrano così originate da un agglomeramento e da una successiva trasformazione di microsomi, sono quelle che si mostrano più rifrangenti. Tra di esse resta l'altra porzione del plasma, molto meno granulosa, anzi semiialina, la quale non subisce la sua trasformazione che assai più tardi. Facendo infatti dei tagli nelle regioni più basse, epperò più vecchie, dello stesso pezzo da cui furono tolti i primi preparati, si scorge la trasformazione graduale di questi secondi strati di protoplasma negli strati meno rifrangenti della parete.

« Cosicchè nel nostro caso possiamo concludere con piena certezza *che gli strati più e meno rifrangenti sono formati distintamente da porzioni di plasma più ricche e più povere di microsomi.*

« Inoltre il periodo di trasformazione dei microsomi è assai rapido; mentre invece quello dell'altra parte di plasma meno granulosa è abbastanza lento, non essendo infrequente il caso di trovarla ancora inalterata tra le lamelle più rifrangenti, già completamente formate.

« Quando la formazione delle rispettive lamelle avviene con ordine successivo, noi possiamo facilmente spiegare la cosa nel seguente modo. Nello strato di protoplasma, nel quale si inizia la metamorfosi, i microsomi per i primi si ordinano, si avvicinano tra loro per poi saldarsi, trasformandosi in sostanza della parete. Successivamente l'altra parte dello strato meno granuloso, e resa appunto tale per la separazione dei microsomi, intraprende anch'essa la sua trasformazione. Ma prima che ciò sia compiuto, forse anche mentre la prima serie di microsomi sta scomparendo, s'inizia lo stesso processo in un secondo strato di protoplasma, nel quale alla loro volta i microsomi si dispongono in serie, seguendo il ciclo ora descritto, e così di seguito. È evidente che se noi durante questo processo ci facciamo ad osservare la struttura del protoplasma, non scorgeremo che un solo strato di microsomi in vicinanza delle regioni, nelle quali ha luogo l'ispessimento, come appunto avviene nel maggior numero dei casi; ma se in via eccezionale più strati di plasma subiranno *contemporaneamente* il loro processo di metamorfosi, allora vedremo più serie di microsomi alternare regolarmente con altrettanti strati meno granulosi, ed avremo così una chiara spiegazione del come da porzioni diverse di plasma possano anche originarsi differenti lamelle. Questo concetto

può essere sembrato inaccettabile poichè noi ci siamo forse abituati a considerare il plasma come un corpo unico, e del quale non potevamo comprendere la particolarità di depositare alternativamente strati di parete fisicamente diversi. Ma quando invece consideriamo che nel plasma stesso sono sempre distinguibili due parti, una fondamentale, non figurata, ed una seconda costituita dall'insieme di quei corpuscoli, che denominansi microsomi, e quando sia d'altra parte dimostrato, come lo fu nel caso nostro, che i microsomi sono i primi a subire la loro trasformazione, separandosi così in gran parte dal plasma non granuloso, che soltanto più tardi si trasforma a sua volta in sostanza della parete, potremo facilmente comprendere come da strati diversi di plasma possono derivare e depositarsi alternativamente diversi strati della parete.

« Il trarre da un solo fatto delle conclusioni generali è un metodo giustamente riprovato e dal quale io sono completamente alieno; ma tuttavia non si potrà disconoscere che quanto abbiamo potuto dimostrare per i peli della *Lavatera*, lascia aperta la via alla supposizione che la cosa possa procedere similmente anche in altri casi; però da studî ulteriori e da accurate ricerche si potrà solo attendere una definitiva risposta ».

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà annuncio della perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio straniero Nicola von Kokscharow, mancato ai vivi il 21 dicembre 1892; apparteneva il defunto Socio all'Accademia sino dal 21 aprile 1879.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna comunica una lettera del sig. Flavio Mengarini, colla quale quest'ultimo dichiara di ritirarsi dal concorso al premio *Santoro* pel 1892.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Socî Caruel, Basso, D'Ovidio, e Zittel.

Lo stesso Segretario presenta la pubblicazione dei signori Sarasin e De la Rive, intitolata: *Sur l'égalité des vitesses de propagation de l'on-*

dulation électrique dans l'air et le long de fils conducteurs, vérifiée par l'emploi d'une grande surface métallique, e accompagna la presentazione colle seguenti parole:

« Presento all'Accademia una Nota dei signori Sarasin e De la Rive, piccola di mole ma notevole per i mezzi d'indagine impiegati e per l'importanza dei risultati ottenuti.

« È nota la bella esperienza di Hertz, colla quale fu dimostrata l'esistenza di onde elettriche stazionarie, ottenute nell'aria colla riflessione, simili in tutto alle onde sonore. Ma le esperienze dell' illustre nostro Socio straniero, erano eseguite in un locale troppo piccolo, per permettere una misura esatta della lungezza d'onda, specialmente quando si adoperino risuonatori di grande dimensione. Egli stesso ne riconobbe questo difetto, ed espresse il desiderio, che le sue esperienze fossero ripetute su più vasta scala. I signori Sarasin e De la Rive, i quali già in precedenti esperienze erano giunti a risultati numericamente diversi da quelli ottenuti da Hertz, ripeterono le loro indagini in dimensioni molto maggiori di prima, impiegando per riflettore una parete metallica alta 8 e larga 16 metri, e risuonatori di 50 e 75 centimetri di diametro. Essi confermarono così, che la lunghezza d'onda elettrica dipende dalle dimensioni del risuonatore e giunsero alla conclusione, importante per la teoria, che la lunghezza dell'onda è sensibilmente uguale nell'aria e nei fili metallici, il che significa, il altri termini, che l'onda elettrica si propaga colla stessa velocità in questi e in quella. La qui unita fototipia dà una chiara idea della disposizione adottata ».

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Emden; la Società geologica e di storia naturale di Ottawa; le Società filosofiche di Cambridge e di Filadelfia; la Società degli antiquari di Londra; l'Istituto neozelandese di Wellington; l'Istituto geologico di Budapest; la Scuola politecnica di Delft.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di Cracovia; l'Università di Utrecht; l'Ufficio geodetico di Washington; l'Ufficio idrografico della R. Marina Italiana; l'Osservatorio di Pietroburgo.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 5 febbraio 1893.

Barbosa Rodriguez J. — Plantas novas cultivadas no Jardim botanico do Rio de Janeiro. Rio, 1891. 4°.

Basso G. — Commemorazione di Enrico Betti. Torino, 1893. 8°.

Id. — Di un carattere di reciprocità proprio della luce riflessa dai mezzi cristallini. Torino, 1893. 8°.

Brizi U. — Addenda ad Floram Italicam. Genova, 1889. 8°.

Id. — Appunti di briologia romana. Genova, 1891. 8°.

Id. — Appunti di teratologia briologica. Roma, 1892. 4°.

Id. — Note di briologia italiana. Genova, 1890. 8°.

Id. — Reliquie notarisiane. — I muscoli. Roma, 1892. 4°.

Canovetti C. — Influenza della velocità d'arrivo sulla portata degli stramazzi a contrazione completa. Roma, 1891. 4°.

Carta idrografica d'Italia. — Nera e Velino. — Cenni sulle bonificazioni nelle provincie venete ed in quella di Mantova. Roma, 1892. 4°.

Corvetto V. — Studio e costruzione del diagramma esatto di distribuzione. Cagliari, 1893. 8°.

De Angelis G. — Introduzione allo studio degli Antozoi fossili. Siena, 1892. 4°.

D'Ovidio E. — Di alcuni invarianti simultanei ed in particolare del risultante di due forme binarie degli ordini 6° e 3°. Torino, 1893. 8°.

Id. — Nuove sizigie per la forma binaria del sesto ordine ottenute con l'operazione di Aronhold. Torino, 1893. 8°.

Id. — Teorema sulle forme algebriche, con applicazione alle binarie di sesto ordine. Palermo, 1892. 8°.

Elenco dei fari e fanali, semafori e segnali marittimi sulla costa del mare Mediterraneo ecc. Genova, 1893. 8°.

Groneman. — La cura del colera. Milano, 1892, 8°.

Omboni G. — Discorso di apertura della riunione in Sicilia della Società geologica italiana nell'ottobre 1891. Roma, 1892. 8°.

Parlatore F. — Flora italiana continuata da T. Caruel. Vol. IX, p. 3ª. Brassicacee, capparidacee. Firenze, 1893. 8°.

Ratto G. — La trisezione dell'angolo risolta e dimostrata geometricamente. Genova, 1892. 4°.

Risultati delle coltivazioni sperimentali del frumento. Roma, 1892. 4°.

Sarasin Ed. e *De la Rive L.* — Sur l'égalité des vitesses de propagation de l'ondulation électrique dans l'air et le long de fils conducteurs, vérifiée par l'emploi d'une grande surface métallique. Paris, 1892. 4°.

Trabucco G. — Risposta ad alcune osservazioni alla Nota: « L'Isola di Lampedusa ». Roma, 1892. 8°.

Zittel K. A. — Handbuch der Palaeontologie. 1ᵉ Abth. IV Bd. Lief. 1. Leipzig, 1892. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 19 febbraio 1893.

A. Messedaglia Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica fisica. — *Sul potere rifrangente per un raggio di lunghezza d'onda infinita.* Nota del Corrispondente Nasini.

« Un importante lavoro pubblicato recentemente dal prof. Landolt insieme col dott. Jahn (1) sopra un argomento del quale mi sono molto occupato, mi suggerisce alcune osservazioni che credo opportuno di comunicare all'Accademia.

« È noto che negli studi di chimica ottica riguardanti il potere rifrangente delle sostanze organiche e inorganiche si è sempre desiderato da tutti gli esperimentatori di riferirsi ad un indice di rifrazione indipendente dalla lunghezza d'onda. Riferendosi, come si fa attualmente, a una determinata riga dello spettro si hanno dei valori molecolari e atomici che dipendono dalla dispersione, cosicchè spesso certe regolarità, che si manifestano per un determinato raggio, non si manifestano più o si manifestano in senso inverso per un altro. Si credette per un certo tempo che adottando la costante A della formula di Cauchy, od altra costante di uno sviluppo analogo, si avesse una

(1) *Ueber die Molecular-Refraction einiger einfachen organischen Verbindungen für Strahlen von unendlich grosser Wellenlänge.* Sitzungsberichte der könig. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, T. XXXVIII, pag. 729, anno 1892.

quantità indipendente dalla lunghezza d'onda; ma dopo che i miei studi (1) e posteriormente quelli del Brühl (2) ebbero mostrato come nessuna confidenza si poteva avere, nella maggior parte dei casi, in quei valori trovati col calcolo, si ritornò a determinare i poteri rifrangenti specifici e molecolari rispetto ad una determinata riga dello spettro, o la riga A o la riga C o la riga D. Alcuni esperimentatori, noti per avere stabilito diverse regole empiriche, che si verificano con più o meno esattezza per alcune serie organiche, attribuirono poi il non verificarsi o il verificarsi male di esse regole all'influsso pernicioso della dispersione ed asserirono che, ove questo si fosse eliminato, l'accordo tra l'esperienza e il calcolo sarebbe stato perfetto e le regole sarebbero divenute leggi. A poco a poco le idee si sono profondamente modificate e si ammette generalmente ciò che io ho sempre sostenuto, cioè che certe particolarità di struttura non ben definite in alcuni casi, definite, ma non esprimibili colle nostre formule di struttura in altri, modificano profondamente il potere rifrangente cosicchè la regola dell'addizione non basta più: per ogni serie si hanno per i valori atomici dei numeri medî che non sarebbe prudenza di applicare a composti di serie differenti (3). Quanto alla

(1) Nasini, *Sulle costanti di rifrazione.* Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno 1884.

(2) Brühl, *Experimentelle Prüfung der älteren und der neueren Dispersionsformeln.* Liebig's Annalen, T. CCXXXVI, pag. 233, anno 1886.

(3) Sono lieto di riportare testualmente le parole dell'illustre maestro e del Jahn (Loco citato pag. 21) « Nach unserer Ueberzeugung können überhaupt alle derartige Additionsgesetze nie scharfe, sondern immer nur angenäherte sein, da die Verhältnisse in zwei scheinbar ganz analogen Verbindungen doch nie absolut dieselben sind. Es liefert denn auch die Geschichte der Wissenschaft mehr wie ein Beispiel dafür, dass zunächst für additiv gehaltene Eigenschaften bei fortschreitender Erweiterung des Beobachtungsmaterials sowie bei geeigneter Verfeinerung der Bestimmungsmethoden sich als constitutive erwiesen ».

E più oltre, dopo aver mostrato che adottando gli indici di rifrazione per una lunghezza d'onda infinita e le costanti che valgono per la serie grassa, si giungerebbe alla conclusione che nel benzolo non ci sono doppi legami « Wir fühlen uns, bei dem durch diese ganze Untersuchung wachgerufenen Misstrauen gegen die Zulässigkeit derartige Additionen, zu diesem Schlusse nicht berechtigt, wohl aber zu dem, dass bei Uebertragung zahlenmässiger Beziehungen von einer Classe von Verbindungen auf eine andere, mit äusserster Vorsicht vorgegangen werden muss ».

Io diceva nel 1884, *Sulle relazioni esistenti tra il potere rifrangente e la costituzione chimica dei composti organici*: Memoria di R. Nasini e O. Bernheimer, Gazzetta chim. italiana, T. XV, pag. 104, « Si può con una certa approssimazione ammettere che per ogni serie valga il principio che ogni atomo porti con sè nella molecola il suo contributo fisso di rifrazione; di qui ne segue che, per ogni serie, si possono determinare delle costanti, le rifrazioni atomiche, le quali servono a stabilire con più o meno esattezza le rifrazioni specifiche dei composti . . . . . Per le altre serie le rifrazioni atomiche relative alla serie grassa non soddisfano più e quindi sono necessarie altre costanti . . . . . Vi è dunque per ogni serie una costanza relativa che è ben lungi però dal poter servire di base a stabilire delle vere leggi ».

dispersione che un tempo si considerava quale una proprietà bizzarra e perturbatrice, adesso invece la si considera come più importante ancora del potere rifrangente negli studi di chimica fisica: tanto è vero che il sig. Brühl [1] ha pubblicato su di essa degli importantissimi lavori e determinate anche le costanti atomiche di dispersione [2].

« Ora un termine indipendente dalla dispersione sembra realmente che esista secondo la teoria elettromagnetica della luce: per una lunghezza d'onda infinitamente grande l'indice di rifrazione assumerebbe un valore finito, il quale sarebbe dato, per i corpi dielettrici, dalla radice quadrata della costante dielettrica o coefficiente specifico d'induzione: si avrebbe $n_{\lambda_\infty} = \sqrt{K}$.[3]. La formula di Lorenz-Lorentz $\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$ dedotta dalla teoria elettromagnetica della luce e che oggi viene preferita da molti all'altra empirica $\frac{n-1}{d}$, suppone appunto l'esistenza del valore n_{λ_∞} e si ammette che soltanto per esso possa completamente verificarsi. Quelle ragioni teoriche che hanno fatto accettare come unica rigorosa la formula $\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$ portano anche ad ammettere che le vere regolarità si manifesteranno non quando in essa introduciamo un valore di n che si riferisce ad un determinato raggio, ma quando invece vi introdurremo il termine indipendente dalla dispersione, che, per la teoria stessa, è dato dall'uguaglianza $n = \sqrt{K}$.

« Le esperienze fatte sin qui per verificare la relazione del Maxwell non avevan condotto a dir vero a resultati molto netti. In alcuni casi si era avuto una concordanza soddisfacente tra il valore di n_{λ_∞} dedotto dalla formula del Cauchy e $\sqrt{K}$, così per esempio pei gas; ma per molte altre sostanze, e, notisi bene, anche per composti ben definiti e puri, si è avuto un di-

(1) Brühl, *Ueber die Beziehungen zwischen der Dispersion und der chemischen Zusammensetzung der Körper nebst einer Neuberechnung der Atomrefraktionen.* Journ. für physikalische Chemie, T. VII, pag. 140, anno 1891.

(2) Quando si ammetteva da molti che la dispersione avesse un'influenza perturbatrice e non soggetta a nessuna legge io dissi, *Sulla rifrazione molecolare delle sostanze organiche dotate di forte potere dispersivo,* Nota di R. Nasini, Gazz. chim. italiana, T. XVII, pag. 56, anno 1887: « Invece sembra a me e sembra pure al Gladstone, che la dispersione sia una costante, dirò così, assai più sensibile che la rifrazione specifica e come tale si risente più, e varia quindi più, per certe piccole differenze di composizione e di struttura chimica di cui non risente l'influenza la rifrazione specifica; che la dispersione debba mettersi da parte per ciò solo, io non credo: mi sembra che sarebbe lo stesso di chiamare poco giusta una bilancia perchè trabocca anche per la differenza di un milligrammo, e giusta un'altra perchè il suo equilibrio non è disturbato anche quando su l'uno dei piattelli si aggiungono uno o due grammi ».

(3) Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism.* Oxford 1873, vol. II, pag. 388.

saccordo addirittura enorme: basterà citare l'acqua per la quale si ha $n_{\lambda\infty} = A$ (formula di Cauchy) $= 1.32392$; $\sqrt{K}$ (esperienza di Cohn e Arons) $= 8.72$.

« Le interessantissime esperienze dell'Hertz hanno ora permesso una verifica sperimentale dirò così diretta della relazione del Maxwell, giacchè si è determinato l'indice di rifrazione per le lunghe onde dell'Hertz e si è trovato che la costante dielettrica coincideva con quell'indice di rifrazione. E le idee dei fisici sono adesso cambiate: si è detto la relazione del Maxwell sussiste, ma il disaccordo tra i valori $n_{\lambda\infty}$ e $\sqrt{K}$ dipende dal fatto che la formula del Cauchy non è applicabile e quindi l'estrapolazione all'infinito è del tutto arbitraria. Un lavoro di H. Rubens (1) sulla dispersione di diverse sostanze nell'ultra rosso mostra che la formula del Cauchy dà effettivamente discreti resultati per le sostanze per cui si era trovato $A = \sqrt{K}$, ma per le altre, per le quali si ha disaccordo, anche nella parte più visibile dello spettro e maggiormente poi nell'ultra rosso, la formula non corrisponde bene. Noto però come il Rubens avendo esperimentato sino a una lunghezza d'onda $\lambda = 5.301$ trova che l'indice di rifrazione va sempre diminuendo coll'aumentare della lunghezza d'onda, anzi più rapidamente di quello che si può calcolare in base allo sviluppo con due termini della serie del Cauchy.

« Sembrerebbe quindi che non vi fosse dubbio sulla verifica esperimentale della legge del Maxwell, e che perciò realmente per un raggio di lunghezza d'onda infinita l'indice di rifrazione dell'acqua e di altre sostanze non solo non coincide coi valori otticamente dedotti per $\lambda\infty$, ma che inoltre, e ciò è importantissimo, queste sostanze hanno una dispersione straordinariamente anomala: infatti mentre per esempio l'indice di rifrazione dell'acqua va successivamente diminuendo col crescere della lunghezza d'onda nella parte visibile dello spettro e nell'ultra rosso, non raggiungendo mai il valore di 1.3, ed analogamente si comporta l'alcool; tenendo conto dei valori di $\sqrt{K}$ si dovrebbe ammettere per l'acqua un indice di 8.7 circa e per l'alcool di circa 5 per un raggio di lunghezza d'onda infinita. Nella letteratura trovo che soltanto il signor Stscheglaeff (2) ebbe dei valori per l'acqua, l'alcool etilico e l'alcool amilico pei quali si avrebbe una discreta coincidenza tra $\sqrt{K}$ e $n_{\lambda\infty}$ determinato con metodi ottici: infatti egli ottenne:

	$\sqrt{K}$	$n_{\lambda\infty}$
Acqua	1.323	1.323
Alcool etilico	1.273	1.353
Alcool amilico	1.487	1.397

(1) H. Rubens, *Ueber Dispersion ultrarother Strahlen.* Wiedemann's Annalen, Bd. XLX, pag. 238, anno 1892.

(2) Stscheglaeff, *Misura delle costanti dielettriche dei liquidi conduttori.* Giornale della Società chimico-fisica russa, T. XXIII, Parte fisica (1), anno 1891.

« Ma sembra che a questo lavoro debba attribuirsi poca importanza, almeno secondo ciò che ne dicono F. Heerwagen (1), Sokoloff (2) e Smirnoff (3).

« Il prof. Landolt e il dott. Jahn hanno studiato la questione dal punto di vista stechiometrico: essi esaminarono diverse sostanze organiche delle più semplici, determinandone la costante dielettrica col metodo di Silow modificato da Cohn e Arons. I composti che studiarono furono i seguenti idrocarburi: pentano, esano, ottano, decano, amilene, ottilene, decilene, benzolo, toluolo, etilbenzolo, orto-meta-paraxilolo, propil e isopropilbenzolo, mesitilene, pseudocumolo, isobutilbenzolo, cimolo; i cloruri di etilene e di etilidene, alcuni acetati e formiati e finalmente gli alcool metilico, etilico, propilico, isobutilico, amilico. Il potere rifrangente lo calcolarono mediante la formula $\frac{n^2 - 1}{(n^2 + 2)d}$ o $\frac{K - 1}{(K + 2)d}$ la quale sembra secondo le esperienze del Lebedeff (4) e del Cohn (5) dare risultati assai più concordanti per differenti temperature. Fecero i confronti tra $\sqrt{K}$ e A dedotta dalla formula del Cauchy con due termini: trovarono per le tre paraffine $\sqrt{K} = A$; per gli altri idrocarburi $\sqrt{K} > A$, ma le differenze non sono eccessivamente grandi; p. es. per l'ortoxilolo, che è quello che presenta minore accordo, $\sqrt{K} = 1.6101$, $A = 1.4838$.

« Anomalie nello stesso senso, ma in grado più eminente trovarono per alcuni eteri e finalmente valori del tutto anomali per gli alcool:

		$\sqrt{K}$	A
Alcool	metilico	5.496	1.3216
»	etilico	5.248	1.3527
»	propilico	4.629	1.3762
»	isobutilico	4.287	1.3865
»	isoamilico	4.041	1.3978

(1) F. Heerwagen, *Ueber eine Nullmethode zur Messung der Dielectricitäts Constanten leitender Flüssigkeiten.* Wied. Ann. Bd. XLVIII, pag. 37, anno 1893. « Dass Hr. Stscheglaeff nach einer mit der Winckelmann'schen identischen Methode für Alkohol und Wasser Zahlen erhält, die genau gleich dem Quadrate der Brechungsquotienten sind, kann dagegen wohl kaum in Betracht kommen.

(2) Sokoloff, *Critica del metodo Winkelmann-Stscheglaeff per determinare le costanti dielettriche.* Giornale della Società chimico-fisica russa. Parte fisica (1). (T. XXIV, p. 179, anno 1892). Egli dice: « Malgrado la concordanza apparente non vi può essere nessun dubbio attualmente che i numeri dello Stscheglaeff sono del tutto erronei ». Egli dimostra che la formula adottata dallo Stscheglaeff non è applicabile al metodo sperimentale seguito.

(3) Smirnoff, (ibid. pag. 191) mostra esperimentalmente che in realtà si hanno valori diversissimi a seconda delle circostanze, adottando la formula dello Stscheglaeff ed il suo metodo.

(4) Wiedemann's Annalen, Bd. XLIV, pag. 288, anno 1891.

(5) Ibidem., Bd. XLV, pag. 370, anno 1892.

« Questa serie mostra, dicono gli autori, a quali risultati illusori può condurre la formula del Cauchy per l'indice di rifrazione indipendente dalla dispersione. Non solo i valori di $\sqrt{K}$ sono circa il quadruplo dei valori A, ma mentre i primi diminuiscono coll'aumentare del peso molecolare, i secondi invece crescono.

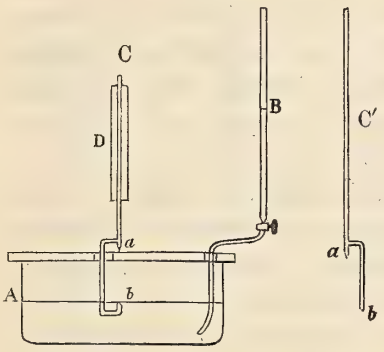
« Il Landolt e il Jahn cercarono quali relazioni stechiometriche si verificavano per i valori di $\sqrt{K}$ e trovarono risultati veramente interessanti e inattesi: le differenze costitutive si fanno sempre più forti e fortissime poi nella serie aromatica; gli isomeri di posizione contrariamente alle regole del Brühl hanno poteri rifrangenti diversi: per il benzolo, facendo il calcolo nel solito modo, si giungerebbe alla conclusione che non vi sono doppi legami. Per gli alcool si ha il fatto notevole che alla differenza di CH_2 corrisponde nel potere rifrangente una differenza circa tre volte più grande di quella che si ha per gli idrocarburi: gli autori spiegano ciò ammettendo che la molecola degli alcool sia tre volte più condensata di quella degli idrocarburi.

« Questa Memoria interessa sotto diversi punti di vista. Prima perchè si dimostra che se non si verificavano certe regole la colpa non era della dispersione: il termine indipendente dalla dispersione, questo valore tanto desiderato, si è trovato e le leggi non si verificano affatto: nè vale il dire che si tratta di sostanze aventi dispersione anomala: l'anomalia della dispersione renderebbe, mi sembra, illusorie le regole trovate per la parte visibile dello spettro, ma l'indice per una lunghezza d'onda infinita è indipendente dalla dispersione, è una quantità fissa adesso ben definita. In secondo luogo è importante il notare come il Landolt, colla sua autorevole parola, dia il loro giusto valore alle costanti empiriche dedotte in base allo studio di una o più serie organiche, ed io certo sono assai contento che le idee che ho sempre sostenute a questo riguardo e riguardo all'influenza perturbatrice della dispersione ricevano ora una sì competente approvazione. Finalmente poi l'anomalia della dispersione, già riscontrata per l'acqua e altre poche sostanze, si mostra in questa Memoria esser carattere comune a serie intere di composti. Però non posso a meno di far notare che mi sembra assai strano che manifestandosi tali anomalie in grado così eminente per l'acqua non si abbia, nemmeno nell'ultra rosso, nessuno accenno non dico ad un aumento nell'indice di rifrazione, ma nemmeno ad un rallentamento, se così posso esprimermi, nella diminuzione dell'indice stesso; e, per quanto non vi sia dubbio che dall'ultra rosso alle onde dell'Hertz la distanza sia enorme, pure ripeto mi sembra assai strano che le anomalie non comincino almeno a spuntare fuori in questa parte dello spettro ».

Fisica. — *Descrizione di un nuovo sferometro esatto e di facile costruzione.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

« Questo sferometro che si può facilmente e rapidamente comporre con apparecchi d'un uso comune nei laboratorî di Fisica e di Chimica non è meno esatto di quello a vite micrometrica.

« Esso consta: 1.° Di un cristallizzatore A od altro recipiente cilindrico o prismatico, ricoperto da un disco di vetro con due fori e collocato sopra un tavolo ben stabile, o sopra una mensola fissa al muro. 2.° Di una buretta di Mohr B il cui tubetto inferiore (a cui si aggiunge, se occorre, un tubo di vetro o di gomma) penetra per uno dei fori ed arriva fino in fondo del recipiente suddetto. 3.° Di un'astina a due punte *a*, *b* di vetro o di metallo (della quale vedonsi nella figura due forme diverse C, C′) che può essere sollevata e abbassata, ed a tal uopo può scorrere liberamente, ma senza deviare, entro un tubo D che serve di guida e che è fissato ad apposito sostegno. La punta *a* riposa sul disco di vetro, la punta *b* penetra nel recipiente attraverso il secondo foro e vi arriva fin presso al fondo; si potrebbe anche usare una lastrina di vetro posata sul coperchio ed alla quale fosse fissata la punta *b*. 4.° Di uno o più palloncini o provini aventi una capacità ben determinata ed uguale press'a poco a quella della buretta ed ai suoi multipli.



« Per misurare lo spessore, p. es. d'una lamina, si versa lentamente un liquido nel recipiente finchè il livello tocchi esattamente la punta inferiore *b* dell'astina; ciò fatto si solleva l'astina e s'introduce la lamina di cui si vuol misurare lo spessore al disotto della punta *a*. L'estremità della punta *b* dista ora dalla superficie del liquido d'una lunghezza uguale allo spessore della lamina; per misurare questa distanza si lascia effluire lentamente liquido dalla buretta finchè il livello nel recipiente arrivi nuovamente ed esattamente all'estremità della punta *b*; allora si chiude il robinetto o la pinza della buretta e si osserva quanto liquido s'è dovuto lasciar effluire da questa per ristabilire l'affioramento. Se v è questo volume ed S l'area della sezione orizzontale interna del recipiente lo spessore cercato sarà uguale a $\frac{v}{S}$.

Supposto che sia $S = 500$ cm² e che la buretta lasci apprezzare $\frac{1}{200}$ di cm³, questo sferometro quando non vi fossero cause d'errore permetterebbe di apprezzare $\frac{1}{10000}$ di millimetro.

« La buretta potrebbe esser provvista di una divisione in millimetri anzichè d'una volumetrica, ed allora occorrerebbe conoscere l'area della sezione interna d'essa buretta; essendo questa s ed essendo H l'abbassamento del liquido nella buretta, l'innalzamento d'esso liquido nel recipiente, ossia lo spessore della lamina, sarà uguale a $\frac{s}{S}H$, ed H sarà tanto più grande e quindi lo sferometro tanto più sensibile quanto più $\frac{s}{S}$ sarà piccolo. La sensibilità per questo rispetto potrebbe essere aumentata quasi all'infinito aumentando la sezione del recipiente e diminuendo quella della buretta.

« Qualora lo spessore da misurare sia così grande, che tutto il liquido della buretta non basti per sollevarne il livello nel recipiente fino a produrre l'affioramento della punta *b*, bisognerà per mezzo dei palloncini calibrati versare nel recipiente un volume noto di liquido, in modo da far innalzare il livello d'una quantità nota e sufficiente perchè poi per mezzo del liquido della buretta si possa produrre l'affioramento.

« È bene anche che alla sommità della buretta sia adattato un tubo di gomma che termini all'altro estremo con un robinetto; in tal modo rarefacendo l'aria nel tubo di gomma, chiudendone il robinetto ed aprendo un poco quello della buretta si può aspirare dal recipiente un volume noto di liquido. Inoltre aspirando liquido dal recipiente in modo da distruggere l'affioramento e poi lasciandone effluire di nuovo ma molto lentamente, si può determinare con maggior esattezza quando avviene esso affioramento e ripetendo l'operazione parecchie volte s'avrà una serie di valori che permetteranno di giudicare della concordanza dei risultati, di trascurare quelli evidentemente erronei e di ottenere un valore medio che avrà maggiori guarentigie di esattezza.

« Il liquido che in generale si presta meglio per queste determinazioni è il mercurio, sia perchè a causa della sua grande densità è molto stabile e le correnti d'aria, le leggere scosse non gl'imprimono movimenti apprezzabili, sia perchè le misure del liquido effluito dalla buretta o versato coi palloncini possono farsi con maggiore esattezza. Tuttavia si può usare anche l'acqua; l'olio e meglio la glicerina avrebbero sull'acqua il vantaggio d'una minore mobilità; usando mercurio nella buretta e nel fondo del recipiente, e un altro liquido al disopra, si possono riunire alcuni vantaggi di entrambi i liquidi.

« Se si usa il mercurio, è necessario usare l'astina C′; ed è da notare che trovandosi la punta *b* fuori dell'asse, se questo non è verticale e l'astina ruota attorno ad esso, la punta *b* descrive una circonferenza inclinata sul-

l'orizzonte; essa quindi non può determinare con esattezza la posizione del livello del mercurio, se detto asse non è verticale, o se almeno non viene impedita tale rotazione. Per maggior sicurezza è bene che entrambe le condizioni siano soddisfatte, cioè che l'asse sia verticale e che si riconduca sempre l'astina allo stesso azimut facendola appoggiare contro l'orlo del foro sempre dalla stessa parte, ed è anche utile che il disco di vetro su cui appoggia la punta *a* sia orizzontale.

« Se si usa come liquido l'acqua, la glicerina ecc. si può anche usare l'astina C'; essa però presenta l'inconveniente che tutte le volte che si vuol osservare con esattezza quando avviene l'affioramento, occorre prima asciugare bene la punta *b*, e perciò sollevare l'astina e sfregare la punta *b* con un cuscinetto di carta sugante; quest'operazione benchè facile riesce incomoda perchè talvolta lascia il dubbio che essa non sia stata abbastanza efficace, e specialmente perchè può essere causa di uno spostamento dell'astina e quindi d'un errore non piccolo.

« Invece usando l'astina C la punta *b* rimane sempre bagnata; inoltre siccome le punte *a* e *b* sono sull'asse una rotazione attorno ad esso non produrrebbe nessun errore.

« La precisione tanto di questo sferometro come di quello a vite, dal punto di vista geometrico è pressochè illimitata; in pratica però essa raggiunge un limite: 1.° per i difetti della buretta e del recipiente nello sferometro a liquido, e per quelli della vite nell'altro; 2.° per gli errori nell'apprezzare il contatto fra la punta e la superficie, liquida in un caso e solida nell'altro; 3.° per le variazioni della forma della superficie del liquido presso le pareti.

« Riguardo alla prima causa d'errore credo che il vantaggio sia dal lato dello sferometro a liquido, giacchè la calibrazione della buretta e del recipiente possono farsi con facilità ed esattezza assai maggiori che non la verificazione dell'esattezza della vite micrometrica; riguardo alla seconda causa d'errore credo che essa abbia importanza pressochè uguale in entrambi gli strumenti.

« Parecchi mezzi sono stati impiegati da vari sperimentatori per riconoscere quando avviene il contatto fra la punta della vite ed il piano, i migliori di questi cioè i mezzi ottici e quelli del contatto elettrico sono applicabili anche nel caso d'una superficie liquida.

« Fissando alla punta *b* l'estremità di un filo di platino, il quale attraverso un galvanometro di Deprez e d'Arsonval comunicava con un polo d'una pila, ponendo il mercurio del recipiente in comunicazione coll'altro polo, e lasciando effluire lentamente il mercurio della buretta fino ad ottenere la deviazione del galvanometro, ottenni nell'indicazione del livello del mercurio risultati concordanti fino ad $\frac{1}{1000}$ di millimetro; credo però che

usando una punta acuta di platino ed usando maggiori cure potrà aversi un'esattezza anche maggiore.

« Feci anche uso dell'acqua e dell'astina C, osservando ad occhio nudo l'immagine d'una finestra o d'una fiamma di gaz prodotta dalla superficie dell'acqua. Se essendo la punta *b* totalmente immersa, si aspira lentamente dell'acqua nella buretta, non appena la punta o piuttosto lo strato liquido che la copre sporge un poco dal resto della superficie del liquido, appare nel campo prima uniformemente illuminato (e limitato da apposito diaframma) una macchia nera, oppure una irregolarità nell' immagine. Anche in questo caso ottenni una precisione di circa $\frac{1}{1000}$ di mm., ma facendo uso di un cannocchiale (microscopio di piccolo ingrandimento) per osservare la macchia, ed usando maggiori cure per impedire le oscillazioni del liquido potrà probabilmente ottenersi una precisione maggiore. Questo mezzo per indicare con esattezza la posizione del livello d'un liquido è stato già usato da Renou e da Le Chatelier. (Comptes rendus, vol. 87 e 88).

« Gioverebbe disporre nel liquido attorno alla punta *b*, un tubo largo 3 o 4 cm. aperto ai due capi e sporgente dal liquido fin presso al coperchio, le oscillazioni del liquido entro al tubo dovrebbero essere assai meno sensibili; giova pure che la punta *b* si trovi nel centro del recipiente dove le oscillazioni della superficie liquida sono meno sensibili che agli orli.

« Un altro mezzo semplice per riconoscere quando avviene l'affioramento, usando l'acqua e l'astina C′, si ha perchè quando l'acqua viene a contatto della punta, per adesione sale attorno ad essa formando un menisco ben visibile. Però i movimenti della superficie liquida sono più dannosi che nel caso precedente; inoltre bisogna sempre asciugare e pulire la punta, e si ha da temere che le impurità alla superficie della punta o alla superficie dell'acqua ritardino la produzione del menisco. Perciò con questo metodo accanto a valori concordantissimi ho pure ottenuto singoli valori assai discrepanti; non tenendo conto di questi la precisione fu pressochè uguale a quella dei due metodi precedenti. Tuttavia col secondo metodo le oscillazioni riescono più visibili, ed è quindi facile aspettare che esse cessino o diminuiscano, oppure tenerne conto; inoltre sono meno da temere le impurità della superficie liquida.

« Credo che non sarebbe difficile fissare alla punta *b* una lente convessa di grande distanza focale, ed osservando gli anelli di Newton prodotti fra la superficie della lente e quella del liquido ridurre questa con molta esattezza ad una distanza costante dalla lente; così pure ritengo non difficile osservare con un microscopio di debole ingrandimento la punta *b* e la sua immagine, e quindi riconoscere con molta esattezza quando avviene il contatto. Tuttavia non ho provato questi metodi più complicati e che nella maggior parte dei casi sarebbero superflui.

« La 3.ª causa d'errore può esser resa assai piccola usando liquido e recipiente ben puliti, avendo cura di produrre entrambi gli affioramenti nello

stesso modo, dando piccole scosse all'apparecchio, e riproducendo parecchie volte l'affioramento.

« Questo sferometro può in molti casi essere usato con uguale utilità e talora con vantaggio invece dello sferometro a vite micrometrica.

« Esso può essere usato per misurare il raggio di curvatura d'una superficie sferica. Un mezzo semplice a tale scopo è quello di fissare nell'interno del recipiente un treppiede rovesciato a punte acuminate e ridotte in un piano orizzontale, e misurare nel modo solito la distanza fra questo piano ed il piano orizzontale tangente alla superficie della lente collocata su di esse tre punte. Se però la superficie della lente fosse concava occorrerebbe fissarvi una punta di nota lunghezza.

« Una misura che riesce assai facilmente con questo sferometro è quella della lunghezza d'un filo corto, d'un cristallo aciculare, di un'astina acuminata alle due estremità ecc. Basterà fissarli verticalmente nell'interno del recipiente, fare affiorare il liquido alla estremità inferiore e misurare il volume di liquido occorrente per fare affiorare alla estremità superiore.

« Un altro caso nel quale l'uso dello sferometro a liquido è molto comodo e naturale è quello degli evaporimetri usati negli Osservatorî meteorologici. La vite micrometrica che per ragioni di economia è ben lontana dalla perfezione, diviene anche peggiore in seguito dell'esposizione all'aria esterna. Siccome poi occorre ridurre ogni sera il livello del liquido allo stesso punto, è utile e comodo sopprimere la vite, sostituirvi una punta fissa (o meglio tre per determinare completamente la posizione della superficie dell'acqua), e misurare con una buretta la quantità d'acqua necessaria ogni sera per ristabilire l'affioramento; questa rappresenta evidentemente la quantità d'acqua evaporata nelle 24 ore. Si ha così un apparecchio di poco costo che non soffre nessun danno per l'esposizione all'aria libera, ed inoltre la misura dell'acqua evaporata si fa più rapidamente, più facilmente e con maggior sicurezza.

« Un'altra utile applicazione di questo sferometro si ha nella misura delle pressioni (idrostatiche ed elettrostatiche); ma a questo proposito sono ancora in corso esperienze che saranno oggetto d'un'altra Nota ».

Fisica — *Sulle isobare dei vapori.* Nota del prof. Angelo Battelli, presentata dal Socio Blaserna.

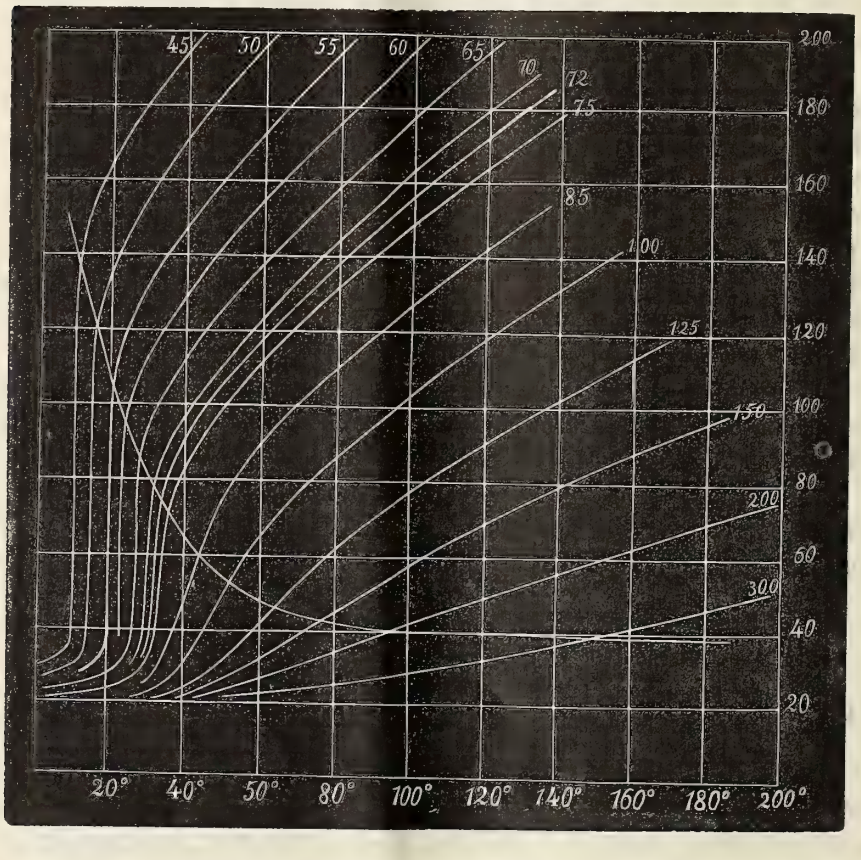
« 1. — Dopo il celebre lavoro di Andrews, in cui egli espose il diagramma delle isotermiche dell'anidride carbonica, furono tentate altre rappresentazioni grafiche per esprimere sotto altro punto di vista il comportamento dei vapori, e specialmente per chiarire la nozione della continuità fra lo stato liquido e gassoso; così si provò a portare per ciascuna temperatura sopra un asse delle coordinate le pressioni e sull'altro le densità [1]; oppure sopra un asse

[1] Jamin, Journal de Physique. Sér. II, vol. X, p. 393 (1883).

le pressioni e sull'altro i prodotti delle pressioni pei volumi corrispondenti [1]; oppure ad assumere, per ciascun determinato volume (o densità), le temperature come ascisse e le pressioni come ordinate [2].

« Ora, ho voluto costruire per diverse sostanze (CO_2, C_2H_4 e H_2O) le curve di egual pressione o *isobare*, per vedere se tale rappresentazione offrisse vantaggio sotto qualche riguardo. E poichè la mia aspettativa non è rimasta delusa, riferisco qui brevemente i risultati di un tale studio, limitandomi a parlare dell'anidride carbonica, perchè abbiamo per essa un maggior numero di dati sperimentali a temperature molto superiori alla temperatura critica, e perchè le altre due sostanze, etilene ed acqua, si comportano come essa.

« 2. — I dati per la costruzione delle isobare dell'anidride carbonica furono dedotti dalle ultime esperienze di Amagat *(Nouveau réseau d'isothermes de l'acide carbonique*, loc. cit.). Nel presente diagramma, un millimetro sulle ascisse rappresenta due gradi di temperatura, e il millimetro nelle



[1] A. Battelli, *Sulle proprietà termiche dei vapori*. Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino, ser. II, tom. XL, XLI, XLII, XLIII; e Amagat, Compt. Rend. (1891), II sem., p. 446.

[2] Wroblewski, Wied. Ann. Band. 29, p. 428 (1886); e A. Battelli, ibid.

ordinate rappresenta *due* decimillesimi dell'unità di volume assunta da Amagat (il volume di un gramma di anidride carbonica a 0°C. è sotto la pressione di un'atmosfera).

« Tutte le isobare, a partire dalle pressioni più basse fino a 70 atmosfere, cominciano con un tratto rettilineo leggermente inclinato sull'asse delle ascisse, indi si convertono in una retta verticale, e infine continuano in una curva concava verso l'asse medesimo delle ascisse, la quale tende, alle temperature più alte, a convertirsi a poco a poco in una linea retta.

« È superfluo il dire che il primo tratto rettilineo appartiene allo stato liquido, che il tratto verticale rappresenta il passaggio dallo stato liquido allo stato gassoso, e che l'ultima curva concava spetta allo stato di vapore.

« Giunti alla pressione di 72 atmosfere, il tratto rettilineo verticale comincia a sparire, e vien sostituito da una curva flessuosa, la quale, di man in mano che la pressione si fa più grande, va inclinandosi sempre di più verso l'asse delle ascisse. Per cui a pressioni altissime, di 400, 500, ecc. ecc... atmosfere, tendendo i tratti estremi delle isobare ad uguagliare sempre maggiormente la loro inclinazione, la curva flessuosa che li riunisce diventa sempre meno accentuata, finchè le isobare assumono l'aspetto di curve con un punto di debole flesso.

« Se si congiungono le estremità superiori dei tratti rettilinei delle isobare di sopra, e poi i punti di flesso delle isobare di sotto, si ottengono due curve regolari, che assai bene si raccordano l'una all'altra.

« 3. — Una prima particolarità delle isobare si è quella di mostrare a colpo d'occhio la divergenza della sostanza allo stato gassoso dalla legge di Gay-Lussac, secondo la quale le isobare dovrebbero essere linee rette. Così, facilmente si possono dedurre le leggi che io avevo trovato nello studio « *Sulle proprietà termiche dei vapori* » riguardo al coefficiente di dilatazione termica sotto pressione costante, che, cioè: 1.° tali coefficienti aumentano col diminuire della temperatura, e tanto più rapidamente quanto più il vapore si avvicina alla liquefazione; 2.° che i valori dei coefficienti medesimi, dentro gli stessi limiti di temperatura, aumentano col crescere della pressione sotto cui trovasi il vapore.

« Di più dal presente diagramma si ricava subito che le stesse leggi valgono anche per le isobare che non hanno più il tratto rettilineo verticale — che, cioè, spettano a stati della materia *al disopra del punto critico* —; quando alla parola « liquefazione » si sostituisca l'espressione « punto di flesso delle isobare ».

« Appena, nelle isobare che spettano alle pressioni minori, si è giunti discendendo all'estremità superiore dei tratti verticali, il coefficiente di dilatazione del vapore, che è andato sempre crescendo, assume improvvisamente un valore infinito; e passando poi allo stato liquido, il coefficiente stesso comincia a diminuire. Nelle isobare che non hanno più il tratto rettilineo, il

coefficiente di dilatazione va nel discendere aumentando, e immediatamente al disotto del punto di flesso non diviene infinito, ma tuttavia, specialmente per le prime di esse (75 atm., 80 atm. ecc...), diviene molto grande, subendo nel punto medesimo una piccola variazione, che si rende sempre meno sensibile di man in mano che si passa ad isobare spettanti a pressioni maggiori; poco di poi esso coefficiente prende a diminuire, come si era dianzi osservato per lo stato liquido ordinario.

« Per tutto ciò si ha un'altra ragione a presumere che i punti di flesso nelle isobare di sotto, abbiano lo stesso significato dei punti estremi dei tratti verticali nelle isobare di sopra; oltre a quella, già accennata, che gli uni e gli altri si dispongono bene sopra una medesima curva.

« Per chiarire meglio la cosa, richiamo una delle conclusioni a cui sono arrivato in un recente studio sperimentale: *Sullo stato della materia nel punto critico* (1); che, cioè, la temperatura critica è quella alla quale la coesione fra le particelle liquide è tanto diminuita che esse non si tengono più collegate insieme, ma si spandono per tutto l'ambiente in cui sono contenute. — Ora s'immagini di raffreddare l'anidride carbonica allo stato di vapore, sotto una pressione costante qualsiasi, di 50 atm. per es., finchè il vapore comincia a condensarsi. Da questo momento sino al termine del passaggio allo stato liquido, il volume del vapore diminuisce senza che cangi la temperatura. Questo si ripete a ciascuna pressione inferiore alla pressione critica; ma a pressioni più grandi, quando il vapore è arrivato al punto in cui dovrebbe condensarsi, esso trovasi al disopra della temperatura critica; e quindi cominciano a formarsi bensì gli aggregati molecolari che corrisponderebbero allo stato liquido a quella temperatura, ma questi non si riuniscono insieme in una massa che si depositi al fondo del recipiente; invece rimangono mescolati al vapore, dimodochè il fluido subisce una variazione di volume corrispondente soltanto alla formazione di questi aggregati più complessi; variazione che diverrà sempre più piccola, di mano in mano che il fenomeno avviene a temperature, e quindi a pressioni più alte.

« 4. — Alla medesima conclusione intorno alle proprietà dei punti di flesso delle isobare si arriva calcolando i coefficienti:

$$k = \frac{1}{v} \frac{v_1 - v_2}{p_1 - p_2}$$

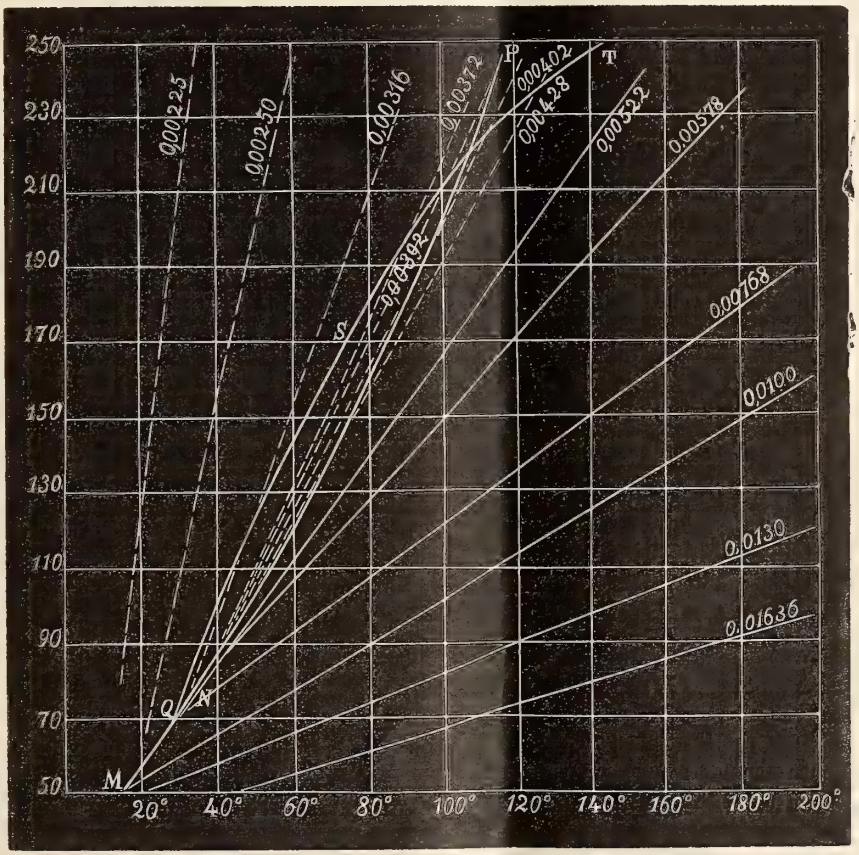
per le diverse temperature. Fra le curve descritte a ciascuna temperatura coi valori di k in funzione di v, quelle che spettano a temperature inferiori alla critica, subiscono un'interruzione appena giunti alla liquefazione; e quelle che spettano a temperature superiori assumono una piega, il cui principio corri-

(1) Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti (Seduta del 7 agosto 1892).

sponde ai punti di flesso delle isobare, come si può vedere dalla seguente tabella:

Temperatura	v corrispondente alla piega delle curve k	v corrispondente al punto di flesso delle isobare.
35° C.	0.005480	0.005500
40 »	0.004790	0.004750
50 »	0.004610	0.004550
60 »	0.004440	0.004420

« 5. — Le isobare stesse offrono anche un altro indizio, che la conclusione a cui sono giunto intorno allo stato della materia nel punto critico sia conforme al vero.



« Se si descrive la curva della liquefazione o delle tensioni massime, prendendo come ascisse le temperature e come ordinate le tensioni del vapor saturo, e poscia la curva che ha per ordinate le pressioni spettanti al punto di flesso

di tutte le isobare poste al di là della pressione critica; si trova che la seconda si dispone perfettamente sul prolungamento della prima, conservandone sempre il medesimo andamento.

« Le due curve, nel presente diagramma, sono rappresentate da MN ed NP.

« Wroblewski (loc. cit.) accanto alla curva delle tensioni massime MN, invece della curva NP, aveva descritto la curva che si ottiene assumendo per ordinate le pressioni corrispondenti ai valori minimi che i prodotti pv (della pressione pel volume) assumono a ciascuna temperatura. Tale curva nel presente diagramma è rappresentata da QST.

« Come si vede, questa curva non soltanto al disopra della temperatura critica ha un andamento alquanto diverso del prolungamento di MN, tantochè le due curve, dopo essersi scostate notevolmente l'una dall'altra, ad una certa altezza si tagliano, continuando poi in direzioni molto differenti; ma anche prima della temperatura critica, a circa 20°C., esse cominciano già ad essere due curve distinte.

« A dir vero, Wroblewski non poteva accorgersi che il prolungamento di MN e la curva QST si tagliassero ad una certa altezza, perchè in quel tempo non erano ancora pubblicati i dati sperimentati di Amagat fino a quella temperatura; come difficilmente, pei dati di cui allora egli disponeva, poteva risultargli che le due curve si scostassero l'una dall'altra prima della temperatura critica. Tuttavia egli cadde in qualche inesattezza quando volle dimostrare che la seconda fosse il prolungamento della prima. Egli calcolò i quozienti $\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$ (le d rappresentano le densità, le p le pressioni), e gli parve di trovare che tali quozienti, che prima della temperatura critica avevano il loro massimo sulla curva di liquefazione, al disopra della temperatura critica stessa lo avessero sulla curva QST. Invece è facile vedere che ciò non è vero: ad esempio, l'ordinata rappresentante il massimo che spetta alla temperatura di 40°C., deve giungere nel diagramma di Wroblewski fra le isopicne 0,40 e 0,45, e quindi necessariamente al di sotto di detta curva; e così l'ordinata del massimo corrispondente alla temperatura di 80°C. giunge pure molto al di sotto della curva stessa, dovendo terminare fra le isopicne 0,35 e 0,40 (1).

(1) Non ha poi alcun significato l'*isopicna critica* introdotta da Wroblewski; essa dovrebbe appartenere alla minima densità che la sostanza può assumere allo stato liquido. Il Wroblewski fu indotto a quel concetto dal vedere che l'isopicna 0,5 del suo diagramma si avvicina superiormente alla curva principale seguendola per un buon tratto, e quindi concluse che quando si perfezionassero i mezzi d'osservazione l'isopicna 0,5 (o altra ad essa prossima) dovrebbe coincidere colla curva principale stessa. I nuovi dati, più esatti e più numerosi di quelli di cui poteva disporre Wroblewski, dimostrano invece che una isopicna (o un'isocora) non può coincidere con la QST, la quale, oltre a tutto, giunta a una certa temperatura, si ripiega verso il basso.

« È difficile dare il significato fisico di questa curva QST. Considerandola a temperature relativamente basse, viene in mente che il suo innalzarsi al di sopra della curva di liquefazione sia dovuto al fatto, che seguitando a ridurre il volume di un vapore a temperatura costante, dopo cominciata la condensazione, la tensione del vapore stesso continua ancora a crescere fino a un certo limite. Ma poi tale interpretazione non pare totalmente accettabile, perchè a una certa temperatura elevata, la curva QST taglia il prolungamento di MN, e al di là di questa temperatura la QST rimane considerevolmente al di sotto della MNP.

« 6. — Dopo quanto si è detto, si può avere una rappresentanzione chiara degli stati diversi assunti da una sostanza nelle varie condizioni di temperatura e di pressione, per mezzo del diagramma delle isocore, che trovasi disegnato nella medesima tavola con le curve MNP e QST.

« Tutte tagliano prima o poi la MNP; e il punto d'incontro dà il momento della liquefazione. Osservando il diagramma descritto in grande scala, si vede che i tratti di isocora che sono a sinistra della MNP, e più vicini ad essa, presentano una leggera convessità verso l'asse delle ascisse. Ciò sta a indicare che raffreddando la sostanza a volume costante al di sopra della temperatura critica, la pressione varia più rapidamente dopo cominciata la formazione dei gruppi molecolari del liquido, ma tuttavia in modo continuo. Le isocore o i tratti di isocore che trovansi a sinistra della curva MNP appartengono allo stato di liquido, o di liquido e vapore mescolati; le isocore (o i tratti) di destra invece appartengono allo stato gassoso.

« Qui è necessario però convenir bene in che cosa debba intendersi per liquefazione e per stato liquido al di sopra della temperatura critica: naturalmente non si tratta più della formazione di un fluido che si dispone nel fondo dei recipienti come i liquidi ordinari; ma trattasi della formazione di aggregati di gruppi molecolari del vapore, i quali aggregati posseggono tanta forza viva che la coesione non è sufficiente a tenerli uniti insieme, avvenendo però sempre la detta formazione nell'istessa guisa in cui si avvera la liquefazione ordinaria.

« È in questo senso che va intesa la conseguenza a cui è giunto Jamin [1] dalle sue considerazioni sopra la compressibilità dei gas, che, cioè, l'idrogeno a temperatura ordinaria e sotto la pressione di 3 o 4 atmosfere sia di già liquido; conseguenza che fino adesso è stata ritenuta assurda.

« 7. — Farò osservare da ultimo che sebbene riesca evidente il vantaggio delle isobare per chiarire la nozione della continuità fra lo stato liquido e gassoso, perchè esse hanno nel punto di flesso una singolarità che caratterizza quella che ho chiamata *liquefazione al di sopra della temperatura critica;* tuttavia anche il diagramma delle isotermiche si adatta bene all'in-

[1] Journal de Phys. Sér. II, vol. II, p. 399 (1883).

terpretazione che poco fa ho esposta. Infatti, se superiormente alla temperatura critica sparisce il tratto rettilineo orizzontale, ciò è in pieno accordo collo stato dei gruppi molecolari del liquido, i quali si trovano sparsi come le molecole del vapore per tutto il recipiente, sulle cui pareti in conseguenza esercitano una pressione. Se noi diminuiamo il volume a temperatura costante, il vapore si condenserà in aggregati molecolari liquidi, tendendo a produrre nella relativa isotermica un tratto rettilineo; ma intanto gli aggregati suddetti aumentano la pressione sulle pareti del recipiente, per cui l'isotermica prende la forma che osserviamo immediatamente al di sopra del punto critico. È naturale poi che andando a temperature sempre più alte, e quindi scemando continuamente la differenza fra le grandezze dei gruppi molecolari del vapore e del liquido, e la differenza fra le rispettive tensioni, la piega dell'isotermica debba diventar tanto debole da non essere più avvertita.

« Si arriverà così alla temperatura, a cui i gruppi molecolari del liquido e del vapore saranno uguali; allora comprimendo il gas non avverrà più la condensazione repentina di tutti i gruppi molecolari del vapore in gruppi di una maggiore e determinata grandezza; e tale condizione sarà rappresentata, nel diagramma delle isobare, dalla isobara in cui sia scomparso assolutamente il punto di flesso; e in quello delle isocore, dalla isocora che si fa parallela alla curva MNP, che tende sempre di più a convertirsi in una retta.

« 8. — Come ho detto di sopra, l'etilene e l'acqua, dentro i limiti dei dati sperimentali che si hanno finora, si comportano come l'anidride carbonica. L'etilene (per cui le curve e i calcoli furono fatti diligentemente dal dott. Pilotto) permette tuttavia di costruire le isobare fino a pressioni abbastanza alte, da lasciar presumere che le cose dette possono applicarsi in generale.

« La seguente tabella dà le ordinate dei punti di flesso delle isobare nella colonna p, e le pressioni corrispondenti ai valori minimi di pv, nella colonna p'.

Temperetura	p	Temperatura	p'
18.4° C.	40	16.3° C.	55
30.5 »	50	20.3 »	60
39.6 »	60	30.1 »	70
47.0 »	70	40.0 »	80
55.2 »	80	50.0 »	90
62.0 »	90	60.0 »	95
68.75 »	100	70.0 »	100
		79.9 »	105
		89.9 »	115
		100.0 »	120

« Dalla sola tabella si scorge il rapporto fra gli andamenti di p e di p'.

« 9. — Chiudo questa Nota coll'osservare che forse potrebbe essere invocato come un argomento grave contro le presenti deduzioni, il fatto a cui pare che conducano le esperienze di Cailletet e Mathias (1) e quelle recenti di Amagat (2); che, portando sulle ascisse le temperature e sulle ordinate le densità del liquido e del suo vapor saturo, si ottengono due curve che prolungate alla temperatura critica si raccordano insieme.

« Ma osservando bene la forma delle isobare e delle isotermiche, è naturale l'ammettere, secondo quanto abbiamo detto, che le condizioni per cui il recipiente sia pieno di vapor saturo o di liquido, vengono indicate nelle isobare rispettivamente dal punto di flesso e dal punto di massima curvatura della parte più bassa della curva; e nelle isotermiche rispettivamente dalle due pieghe caratteristiche che in esse appariscono nelle vicinanze del volume critico. Ora i dati presi tanto sulle isobare quanto sulle isotermiche dicono, che subito prima del punto critico le densità del liquido prendono a decrescere lentissimamente, come pure da quel momento continua con grande lentezza l'aumento delle densità del vapor saturo; tantochè le due curve che rappresentano le une e le altre tendono ad incontrarsi molto al disopra della temperatura critica.

« Io stesso dalle esperienze sulle proprietà termiche dei vapori (loc. cit.), arrivai indirettamente alla conclusione che alla temperatura critica i volumi del liquido e del vapore saturo fossero uguali; ma tale conclusione era basata sull'ammissione che alla temperatura medesima il calore interno di vaporizzazione fosse uguale a zero; ammissione che evidentemente non può essere in accordo con quanto ho esposto di sopra ».

Elettricità. — *Del campo elettrico rotante.* Osservazioni dell'ing. Riccardo Arnò sulla Nota dell'ing. Désiré Korda, presentate dal Socio Blaserna.

« Leggo nel fascicolo del 18 dicembre 1892 dei « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei » una Nota intitolata: *Sur le champ électrique tournant*, nella quale il sig. Désiré Korda pare voglia rivendicare la priorità dell'idea di un campo elettrico rotante. Siccome tale Nota è stata occasionata dal mio lavoro intitolato: *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'Isteresi elettrostatica*, inserito nel fascicolo del 16 ottobre 1892, così debbo fare su di essa le seguenti osservazioni.

« La possibilità di ottenere un campo rotante componendo due campi

(1) Journ. de Phys. [2], 1886 e 1887.

(2) Comp. Rend. Tom. CXIV, p. 1093 (1892).

alternativi di ugual periodo, perpendicolari l'uno all'altro e presentanti una differenza di fase di un quarto di periodo, è cosa ovvia dopo le esperienze del prof. Galileo Ferraris sui campi magnetici rotanti. La dimostrazione di questa possibilità non poteva perciò formare lo scopo del mio lavoro. Oggetti di questo erano invece l'esposizione di un metodo speciale per la produzione dei due campi elettrici componenti mediante una semplice differenza di potenziali alternativa fra due punti fissi, e sovrattutto la dimostrazione del fatto che un corpo dielettrico, collocato nel campo elettrico rotante, segue la rotazione del campo stesso. Questo fatto, che pone in chiaro l'esistenza di un' *isteresi elettrostatica* nei corpi dielettrici, è importante per se stesso, anche indipendentemente dalle ricerche quantitative a cui potrà servire, ed alle quali io accennai nelle ultime righe della mia Nota.

« Da ciò apparisce che nessuna questione di priorità può sorgere fra me ed il sig. Korda ».

Chimica. — *Sopra alcune tetine isomere.* I. *Metiletiltetina* (1). Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

« Lo solfo non ha ricevuto ancora, come il carbonio da Henry (2), una dimostrazione dell'eguaglianza delle sue valenze. Naturalmente non credo sia una dimostrazione concludente quella di Klinger e Maassen (3) perchè questi si limitarono a contestare il caso di isomeria osservato da Krüger (4) nella dietilmetilsolfina; e, anche ammettendo che abbiano ragione, trattandosi di un composto dove due delle valenze dello solfo sono legate ad uno stesso radicale, l'etile, resterebbe sempre la possibilità dell'isomeria, qualora questi due radicali fossero diversi.

« Per quanto non sia noto fino ad ora alcun isomero di posizione, vi è però una serie di fatti che qualora, non trovasse altra spiegazione, tenderebbe ad appoggiare l'ipotesi di una diversità di valore fra le varie valenze dello solfo.

« Infatti, nei solfuri organici, si osserva in generale una grande difficoltà e in parecchi casi una vera impossibilità di far entrare nella molecola residui alchilici elevati della serie alifatica, quando lo solfo si trova già legato ad altri residui più bassi; mentre il fatto inverso è reazione generale.

« Per esempio: si vede avvenire la reazione fra la mercaptide sodio amilica e ioduro di etile, con formazione del solfuro di etilamile, mentre il solfuro di etilamile non si forma se si agisce con ioduro d'amile sulla mercaptide sodio etilica.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.
(2) Bull. Acad. roy. de Belg. (9) 12°; Compt. rend. 104° 1886. 1106.
(3) Liebig's Annalen CXLIII, 193. — Id. CCXII, 241.
(4) Journ. für Prakt. Chem. (2) XVI, 193.

« Obermeyer (1) facendo reagire sulla mercaptide piombo metilica l'ioduro d'isopropile, non ottenne il solfuro d'isopropilmetile, mentre lo ebbe operando inversamente.

« Così pure non ottenne il solfuro di amilmetile trattanto con ioduro d'amile la mercaptide metilpiombica, mentre lo ebbe trattando con ioduro di metile la mercaptide amilpiombica.

« Lo stesso Obermeyer dice di aver ottenuto il solfuro di allilmetile dalla mercaptide metilpiombica e ioduro d'allile, però l'analisi che egli presenta non è tale da escludere ogni dubbio.

« Ottenne invece il solfuro di metilbenzile trattando la mercaptide sodiometilica con cloruro di benzile.

« Questo sarebbe l'unico caso nel quale sembrerebbe accertato esservi eccezione; però data la grande stabilità del nucleo benzolico si può considerare il benzile come avente un comportamento, rispetto alle valenze dello solfo, analogo al metile più dell'isopropile a lui così inferiore in numero d'atomi di carbonio.

« E non sembra che la ragione di tale diversità di comportamento risieda nella diversa affinità dell'iodio, o dell'alogeno in genere, verso il gruppo alchilico diverso, perchè in analoghe condizioni la reazione va indifferentemente. Per esempio, nel caso della formazione degli eteri misti dagli alcoolati e ioduri alcoolici.

« Williamson (2) ottenne così l'etere etilmetilico tanto dall'alcoolato sodio etilico quanto da quello sodio metilico coi rispettivi ioduri di metile e d'etile, ottenne l'etere etilamilico tanto dall'etilato potassico e ioduro d'amile quanto dall'amilato potassico e ioduro di etile.

« Lieben e Rossi (3) ottennero l'etere etilbutilico dall'ioduro di butile e alcoolato sodico.

« Certamente questi fatti vanno verificati sopra un numero maggiore di composti, prima di pronunciarsi sopra una questione di tanto interesse.

« Nei composti organici dove lo solfo funziona da tetravalente, nelle solfine cioè e nelle tetine, avviene lo stesso fatto sotto altra forma.

« Si osserva che questi composti sono tanto meno stabili quanto più s'allungano le catene dei residui alchilici e cresce la differenza fra loro. E questo al punto che, leggere elevazioni di temperatura e l'aggiunta di solventi neutri bastano per trasformarli in composti contenenti un numero minore d'atomi di carbonio, come già Klinger e Maassen (4) ed io stesso ebbi ad osservare (5).

(1) Berichte XX, 2918.
(2) Liebig's Annalen LXXXI 77.
(3) Liebig's Annalen CLVIII 167.
(4) Liebig's Annalen CCLII 241.
(5) Gazzetta chimica 1892, t. XXII, pag. 408, parte 1ª.

« Mi successe così di ottenere l'ioduro di dimetiletilsolfina dall'ioduro di propile e solfuro di etilmetile; di ottenere l'ioduro di trimetilsolfina dall'ioduro di metile e solfuro d'allile contrariamente a Cahours (1) che dice di aver avuto l'ioduro di triallilsolfina; di ottenere, come vedremo nel corso di questo lavoro, i composti della dimetiletilsolfina da quelli della dimetil α-propioniltetina ecc.

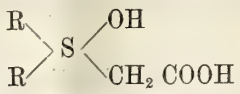
« L'ammettere la diversità delle valenze dello solfo per spiegare questi fatti si presenta come una seducente ipotesi, però ancora troppo azzardata e non sufficientemente suffragata dall'esperienza. Questa ipotesi però non è nuova e già il Van t'Hoff (2), fondandosi sul caso d'isomeria osservato da Krüger (3) ed al quale accennai in principio della presente Nota, ammetteva, fra le valenze dello solfo, due spiccatamente positive e due negative; però, dopo che Klinger e Maassen (4) contestarono, e sembra con ragione, il caso d'isomeria osservato da Krüger, l'ipotesi del Van Hoff mancava d'ogni altro fondamento.

« Per portare un contributo alla risoluzione di un problema di tanta importanza la via più sicura mi parve quella di preparare composti in cui lo solfo fosse legato a quattro gruppi differenti e vedere poi se con metodi di formazione diversi si giungesse a combinazioni isomere.

« Come dissi la facilità di scomposizione di questi composti è una grave difficoltà da vincere. Parecchi tentativi fatti con le solfine non mi diedero risultati concludenti. Ricorsi perciò alle tetine con le quali fui più fortunato.

Metiletiltetina.

« Le tetine sono corpi analoghi alle solfine della formula generale:



il cui primo termine, dimetiltetina, è stato ottenuto da Crum Brown e Letts (5) facendo agire l'acido bromoacetico sul solfuro di metile e trattando poscia con ossido d'argento umido il composto formatosi.

« Io feci reagire porzioni equimolecolari di acido bromoacetico e solfuro di etilmetile, a freddo. In principio l'acido si scioglie senza che si renda sensibile reazione alcuna, però, dopo pochi minuti, la massa si intorbida e si depone una sostanza densa sciropposa. Questa sostanza, separata dal liquido sovrastante per decantazione e addizionata di etere assoluto, dopo un paio di

(1) Zeitschrift für Chemie 1865-438.

(2) *Ansichten über Organische Chemie* pag. 63 (Braunschweig 1881).

(3) Memoria citata.

(4) Memoria citata.

(5) *Crum Brown and E. Letts. On Dimethyl-Thetine and its Derivatives.* Edinb. Soc. Trans. Vol. XXVIII, pag. 561, anno 1878.

giorni si rapprende in una massa cristallina, costituita da grossi cristalli simili al romboedro. Raccolti, compressi rapidamente fra carta si sciolgono a freddo in alcool assoluto e si precipitano e si lavano con etere anidro.

« Questa sostanza è il bromuro di metiletiltetina; è fortissimamente deliquescente; è solubile in alcool, insolubile in etere ed in benzolo. Ha reazione acida; questa reazione non dovrebbe essere dovuta all'acido bromoacetico perchè questo è solubilissimo nell'etere.

« Quando è perfettamente asciutto fonde scomponendosi a 84°. All'analisi ebbi:

I	da gr. 0,4804	di sostanza	gr. 0,4168	di bromuro d'argento
II	» 0,3912	»	gr. 0,3405	»
III	» 0,3399	»	gr. 0,3450	di CO_2 e gr. 0,1586 di H_2O

« Per 100 si ha:

	I	II	IV	calc. per $C_5H_{11}O_2SB$
Br =	36,92	37,04	—	37,20
C =	—	—	27,68	27,90
H =	—	—	5,18	5,11

« Allo scopo di vedere: se, usufruendo del metodo crioscopico, fosse possibile avere il peso molecolare di queste tetine, onde escludere l'obbiezione che si fa alla tetravalenza dello solfo in questi composti, considerandoli cioè aggruppamenti molecolari, io ho determinato l'abbassamento del punto di congelamento di alcune soluzioni acquose di questo bromuro, senza però avere risultati concludenti. E questo perchè, al pari di altri bromuri, si trova dissociato in soluzione

concentrazione	abbass. term.	coeff. d'abbass.	abbass. molec.
1,194	0,27	0,226	48,5
0,850	0,20	0,235	50,5
0,463	0,10	0,216	46,4

« Si ha un abbassamento molecolare maggiore di quello osservato da Nasini e Costa (1) per il bromuro di dimetiltetina, ma ciò è probabilmente dovuto alla diversa concentrazione, che nelle esperienze loro va dal 3 al 7 %.

« Analogamente alle solfine queste tetine formano dei cloroplatinati ben definiti. Preparai il cloroplatinato della etilmetiltetina, trattando il bromuro in soluzione acquosa con cloruro d'argento di recente precipitato, fino a totale eliminazione del bromo. Indi precipitai il cloruro di etilmetiltetina così avuto, e dal quale si era evaporata l'acqua in gran parte, con soluzione alcoolica eterea di cloruro di platino.

(1) *Sulle variazioni del potere rifrangente e dispersivo dello solfo ne' suoi composti*, pag. 96 (Pubblicazione dell'Istituto chimico di Roma, 1891).

« Il precipitato raccolto e lavato con alcool ed etere si fa ricristallizzare dall'acqua leggermente alcoolica.

« All'analisi da:

I	gr. 0,3580 di cloroplatinato	ebbi gr. 0,1028 di platino	
II	gr. 0,3127 »	ebbi gr. 0,0902 »	
III	gr. 0,3040 »	ebbi gr. 0,0868 »	
IV	gr. 0,7496 »	ebbi gr. 0,4858 di CO_2 e gr. 0,2292 di H_2O	

« Per 100 si ha:

	I	II	III	IV	calc. per $(C_5H_{11}O_2SCl)_2 . PtCl_4$
Pt =	28,71	28,84	28,55	—	28,65
C =	—	—	—	17,67	17,72
H =	—	—	—	3,39	3,24

« Questo cloroplatinato fonde scomponendosi a 167° carattere come vedremo di un certo valore perchè serve a distinguerlo dagli altri isomeri. Il prof. Panebianco fece studiare sotto la sua direzione i cristalli di questo cloroplatinato dal sig. Edoardo Billows, il quale gentilmente mi comunicò quanto segue:

I°. *Cloroplatinato di metiletiltetina.*

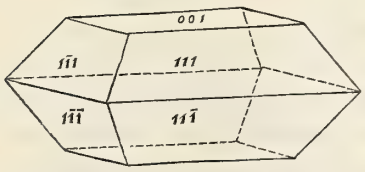
« Sistema cristallino: trimetrico

$$a:b:c = 0,9462:1:1,0133$$

« Forme osservate: (001), (111).

« Combinazioni osservate: (111), (111) (001).

angoli	misurati	calcolati
$111:\bar{1}11$	73°.54′	*
$111:1\bar{1}1$	69°.20′	*
$\bar{1}11:\bar{1}1\bar{1}$	68°.10′	68°.18′



« I cristallini che mostrano la (001) sono generalmente allungati secondo lo spigolo $[111:001]=[1\bar{1}0]$, con facce discretamente splendenti. Il pinacoide (001) presenta invece le sue facce generalmente leggermente convesse, per cui non si è potuto fare alcuna misura angolare fra esse e le adiacenti della (111). — I cristallini (111) sono qualche volta anch'essi allungati come avanti si è detto secondo lo spigolo $[111:11\bar{1}]=[1\bar{1}0]$. — A prima giunta si crederebbe che si abbia da fare con la combinazione di due prismi trimetrici normali fra loro con o senza il pinacoide.

« Difatti l'angolo vero fra gli spigoli $[1\bar{1}1:001]$ e $[111:001]$ è di 93°.10′, e quindi poco diverso dal retto: la 001 a prima giunta sembra un rettangolo.

« Sfaldatura (001) facile nei cristalli (111); meno facile in quelli che mostrano la 001 convessa.

« I cristalli sono rossi tendenti al giallo aranciato. — In lamine sottili ($^1/_2$ millimetro circa) sono gialli aranciati per trasparenza e non mostrano sensibile policroismo.

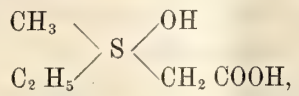
« In un cristallino, dei meno piccoli, sul quale però non fu possibile la misura degli angoli, dopo alcuni tentativi si riuscì a fare una lamina approssimativamente normale alla bisettrice acuta, che è parallela ad una degli assi cristallografici normali a [001]. La detta lamina mostra doppia rifrazione *negativa:* $2E_a = 70^\circ$ circa (luce rossa).

« Il senso della dispersione è $\varrho < v$.

« La colorazione gialla delle lamine non permette le misure a luce azzurra.

« Trattando il bromuro di metiletiltetina in soluzione acquosa con poco più che la corrispondente quantità di ossido d'argento umido, di recente precipitato, e scaldando leggermente per pochi minuti, si ha in soluzione la etilmetiltetina con poco argento. Si elimina quest'ultimo con la corrispondente quantità di acido cloridrico; indi si evapora l'acqua distillando a pressione ridotta; la sostanza densa sciropposa che resta se è perfettamente incolora e limpida si pone nel vuoto sull'acido solforico dove cristallizza dopo qualche giorno; se invece, come succede il più delle volte, resta nella massa qualche traccia di sale d'argento, si riprende, dopo evaporazione dell'acqua, con alcool assoluto e si filtra; si scaccia l'alcool distillando a pressione ridotta, indi si pone a cristallizzare nel vuoto sull'acido solforico. È una sostanza bianca deliquescente a reazione neutra al tornasole.

« Non è l'idrato del bromuro dal quale si è partiti, cioè la vera etilmetiltetina della formola



ma un prodotto di eliminazione di una molecola d'acqua da una molecola di idrato.

« Le analisi vanno condotte con grandi precauzioni perchè la sostanza si scompone a temperatura relativamente bassa e dà prodotti che possono passare inalterati anche attraverso un lungo tratto di cromato di piombo rovente. Eccone i risulati:

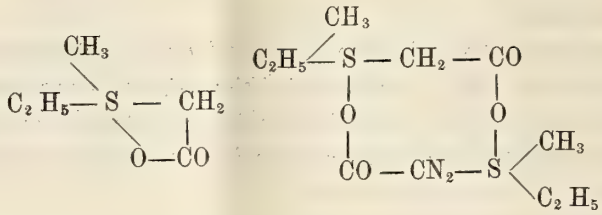
Da gr. 0,3126 di sostanza ebbi gr. 0,5090 di CO_2 e gr. 0,1994 di H_2O
» 0,2636 » ebbi gr. 0,4298 di CO_2 e gr. 0,1750 di H_2O

« Per 100 si ha:

	I	II	calcolato per $C_5H_{10}SO_2$
C =	44,40	44,46	44,77
H =	7,09	7,97	7,46

« Ho determinato il peso molecolare per mezzo del metodo crioscopico allo scopo di vedere quale delle due formole che Crum Brown e Letts pro-

posero per questo tipo di anidridi fosse la vera. Se cioè la semplice o la doppia:



« Usai l'acqua come solvente ed ebbi:

concentrazione	abbass. term.	coeff. d'abbass.	abbass. molec. per $(CH_3)(C_2H_5)S(O)(CH_2CO)$
2,314	0,31	0,134	17,9
1,189	0,18	0,151	20,2
0,826	0,13	0,157	21

« Calcolando invece come l'anidride per azione dell'acqua solvente si fosse trasformata in idrato, si ottengono dei numeri quasi identici come si poteva prevedere [1]:

concentrazione	coeff. d'abbass.	abbass. molec. per $(CH_3)(C_2H_5)S(OH)(CH_2COOH)$
2,633	0,117	17,78
1,350	0,133	20,2
0,938	0,138	20,97

« Dai risultati sopra esposti sembrerebbe che la formola fosse semplice, però potrebbe anche darsi che l'anidride doppia si fosse scissa per assorbimento di acqua in due molecole d'idrato. Una determinazione fatta con una soluzione acetica esclude questo dubbio:

concentrazione	abbass. term.	coeff d'abbass.	abbass. molec. per $C_5H_{10}SO_2$
1,793	0,50	0,279	37,38

« Ho tentato di confermare anche col metodo Beckmann, fondato sull'innalzamento del punto d'ebullizione delle soluzioni, i risultati crioscospici. Le soluzioni vennero fatte nell'alcool assoluto.

« Ecco i risultati che ottenni:

concentrazione	innalz. term.	coeff. d'innalz.	innalz. molec. $C_5H_{10}SO_2$
2,058	0,12	0,058	7,77
4,29	0,26	0,0606	8,12

« Quantunque tra innalzamento molecolare trovato e quello calcolato (11,5) esista qualche differenza, pure io credo che questi risultati appoggino la formola semplice, sopratutto se si tien calcolo della probabile parziale dissociazione della sostanza anche per opera del calore ».

[1] R. Nasini, Gazzetta Chimica, XX, pag. 293, anno 1890.

Chimica-fisica. — *Comportamento crioscopico di alcuni acetati di basi deboli.* Nota del dott. A. Ghira, presentata dal Corrispondente Nasini [1].

« In questa Nota viene esaminato il comportamento crioscopico in soluzione acquosa e benzolica di alcuni acetati di basi deboli. Mi era proposto di studiare le soluzioni di questi acetati in diversi solventi non solo riguardo alle leggi del Raoult, ma anche in relazione ad altre proprietà fisiche e principalmente alla conducibilità elettrica; mio scopo era di indagare se realmente per alcune basi deboli non ossigenate la basicità, la facilità maggiore di unirsi cogli acidi si manifesta solo o si manifesta in grado più eminente in presenza d'acqua, come è stato supposto dal Nasini e dal Pezzolato in un loro recente lavoro [2]. La comparsa di un lavoro del Konovaloff [3] in cui egli esamina la conducibilità elettrica di miscugli di basi deboli con acido acetico mi spinge a far noti i risultati da me ottenuti sin qui.

« Acetati di basi deboli dal punto di vista crioscopico non ne sono stati studiati molti: il Raoult esaminò, oltre quelli di soda e di potassa, anche l'acetato di ammoniaca in soluzione acquosa che gli dette presso a poco gli stessi numeri [4]: esaminò poi gli acetati di ammoniaca, anilina, chinina, stricnina, brucina, codeina, morfina, potassa in acido acetico, i quali gli dettero valori normali [5]: ma ciò non implica niente sull'esistenza reale di questi acetati nell'acido acetico, giacchè i valori finali sono presso a poco lo stesso, sia che la base (eccettuata la potassa) si unisca, oppure che non si unisca coll'acido che fa da solvente; il von Klobukoff [6] esaminò poi l'acetato di morfina $C_{17}H_{19}NO_3 . C_2H_4O_2 + 3H_2O$ nell'acqua, dove ebbe i seguenti abbassamenti molecolari; 42.29 per la concentrazione 0.5182; 38.70 per la concentrazione 1.3424; 36.31 per la concentrazione 2.3126; e nell'acido acetico dove ottenne come abbassamenti molecolari i numeri 138.05 (concentrazione 0.1531) e 134.46 (concentrazione 0.3735); questi ultimi numeri se-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Padova.

(2) R. Nasini e A. Pezzolato, *Spostamento della nicotina dai suoi sali e azione dell'alcoòl sopra di essi.* Rend. Acc. Lincei, Classe di scienze ecc. Vol. I, p. 132, anno 1892.

(3) D. Konovaloff, *Sulla conducibilità elettrica delle soluzioni.* Giornale della Società chimica fisica russa, T. XXIV, pag. 440, anno 1892.

(4) Annales de Chimie et de Physique. 6.e T. II, pag. 115, anno 1884.

(5) F. M. Raoult, *Loi générale de congélation des dissolvants.* Annales de Chimie et de Physique. 6.e T. II, pag. 83, anno 1884.

(6) N. v. Klobukoff, *Ueber das kryoskopische Verhalten der Lösungen von Morphinverbindungen in Benzol, Eisessig und Wasser.* Zeitschrift für physikalische Chemie, T. III, pag. 476, anno 1889.

condo il von Klobukoff dimostrerebbero che le tre molecole d'acqua hanno abbandonato l'acetato, ma che esso non si è scisso; a me pare invece che dimostrino soltanto il primo fatto e inoltre che, presso a poco, la morfina ha un valore normale nell'acido acetico.

« Per gli acetati di basi deboli si ammette che la dissociazione nell'acqua sia prevalentemente una dissociazione idrolitica, cosicchè in soluzione si avrebbe acido acetico, base libera e acetato, e inoltre i prodotti della piccola dissociazione elettrolitica che ha luogo.

« Pel solito gli acetati li ho preparati unendo insieme in proporzioni equimolecolari acido acetico glaciale con la base convenientemente purificata: ho sempre adoperato basi liquide: questi miscugli li ho poi sciolti nell'acqua o nel benzolo. Qualche volta trattandosi di soluzioni acquose sono partito da una soluzione della base di concentrazione conosciuta, alla quale ho aggiunto la quantità necessaria di acido acetico titolato: gli acetati solidi furono cristallizzati più volte e spremuti: tra questi esaminai quelli di diisoamilamina e di diisobutilamina: esaminai anche l'acetanilide per confrontarla con l'acetato di anilina.

« Per le esperienze crioscopiche feci uso dell'apparecchio e del termometro del Beckmann.

Acetato d'anilina $C_6H_7N.C_2H_4O_2$=153.

Concentrazione	Abbassameato termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Abbassamento molecolare
18.1227	5.015	0.2767	42.33
17.5417	4.935	0.2813	43.04
14.1353	4.325	0.3059	46.80
8.6404	3.135	0.3628	55.51
7.2690	2.745	0.3776	57.77
3.0781	1.295	0.4207	64.37
1.7346	0.775	0.4467	68.34
1.0902	0.54	0.4953	75.78
0.5184	0.29	0.5594	85.59
0.3446	0.20	0.5803	88.79
	Soluzioni acquose		
1.0850	0.28	0.2580	39.47
0.6463	0.17	0.2630	40.24
0.3211	0.12	0.3737	47.18

Acetanilide $C_6H_6N.C_2H_3O$=135.

	Soluzioni acquose		
0.4044	0.06	0.1483	20.02
0.2652	0.05	0.1885	25.45

Acetato di piridina $C_5H_5N.C_2H_4O_2$=139.

Soluzioni benzoliche

1.1096	0.53	0.4820	66.99
0.5869	0.27	0.4600	63.94
0.3380	0.15	0.4437	61.67

Soluzioni acquose

1.0348	0.29	0.2824	38.95
0.6699	0.17	0.2537	35.26
0.3377	0.08	0.2368	32.91

Acetato di dietilanilina $C_5H_5N(C_2H_5)_2.C_2H_4O_2$=209.

Soluzioni benzoliche

2.4192	0.94	0.3885	81.20
1.4289	0.57	0.3989	83.37
0.8488	0.35	0.4123	86.17

Acetato di nicotina $C_{10}H_{14}N_2.C_2H_4O_2$=222.

Soluzioni benzoliche

2.8745	0.71	0.2469	54.81
1.4489	0.38	0.2622	58.21
0.9025	0.26	0.2880	63.94

Soluzioni acquose

2.4943	0.43	0.1723	38.25
1.2540	0.24	0.1913	42.47
0.7201	0.14	0.1944	43.16

Acetato di chinolina $C_9H_7N.C_2H_4O_2$=189.

Soluzioni benzoliche

1.0894	0.35	0.3212	60.71
0.6646	0.22	0.3310	66.56
0.3900	0.14	0.3589	67.83

Soluzioni acquose

1.0672	0.28	0.1874	35.42
0.7313	0.14	0.1914	36.17
0.4392	0.09	0.2049	38.73

Acetato di diisoamilammina $NH(C_5H_{11})_2.C_2H_4O_2$=217.

Soluzioni benzoliche

1.3190	0.16	0.1213	26.32
0.5055	0.07	0.1384	30.03
0.3201	0.05	0.1562	33.89

Soluzioni acquose

1.0707	0.21	0.1961	42.55
0.4889	0.09	0.1840	39.93
0.3102	0.05	0.1611	34.96

Acetato di diisobutilammina $NH(C_4H_9)_2.C_2H_4O_2$=189.

Soluzioni benzoliche

1.6926	0.36	0.2126	40.18
0.8104	0.19	0.2344	44.30
0.3720	0.09	0.2419	45.72

Soluzioni acquose

1.5301	0.31	0.2026	38.29
0.6992	0.14	0,1859	35.14
0.3004	0.05	0.1664	31.45

Acetato di propilammina $NH_2C_3H_7.C_2H_4O_2$=119.

Soluzioni acquose

2.6041	0.81	0.3110	37.01
1.2611	0.41	0.3251	38.69
0.8044	0.27	0.3356	39.94

Acetato di allilammina $NH_2C_3H_5.C_2H_4O_2$=117.

Soluzioni acquose

0.9699	0.33	0.3402	39.80
0.5233	0.19	0.3630	42.47

« Nell'acqua tutti gli acetati che ho esaminati si comportano presso a poco nello stesso modo, per quanto in realtà l'energia delle diverse basi sia assai diversa ; sembrerebbe che essi fossero tutti allo stesso grado di dissociazione ; se si trattasse di dissociazione idrolitica la scissione dovrebbe con-

siderarsi come completa, giacchè tanto l'acido acetico quanto le basi esaminate dànno valori normali. Nel benzolo invece si notano differenze assai più forti: la nicotina dà dei valori quasi normali, mentre l'acetato d'anilina in soluzione diluita si comporta esattamente come una mescolanza di anilina, che dà abbassamento normale, e di acido acetico, il quale, come è noto, dà un abbassamento circa metà del normale. Non credo si possa dare troppa importanza (per ciò che riguarda i valori numerici) alle anomalie che presentano le soluzioni benzoliche di acetato di diisoamilamina, giacchè gli abbassamenti termometrici ad esse relativi sono assai piccoli: nondimeno mi pare che realmente si debba dire che esso dà abbassamenti troppo piccoli, tanto più che anche l'acetato di diisobutilamina offre anch'esso valori assai piccoli ».

Chimica. — *Della disposizione de' pesi specifici de' corpi semplici nel sistema periodico degli elementi chimici.* Nota di Ugo Alvisi, presentata a nome del Corrispondente Nasini.

« In altra Nota, presentata all'Accademia pure in questa seduta [1], io riferiva i risultati cui era giunto comparando il periodo del Mendeleeff con quello di L. Meyer. Ora mi sono proposto di esaminare più specialmente quest'ultimo periodo, il quale, non avendo avuta storicamente alcuna importanza, poichè al Meyer mancò il concetto di periodicità che condusse il Mendeleeff a stabilire un vero sistema naturale, è stato sino ad ora poco studiato. D'altra parte sembrami che esso presenti un grande interesse perchè ne seguono l'andamento:

« 1.° Alcune proprietà fisiche de' corpi semplici, quali il peso specifico ed il volume atomico;

« 2.° Le combinazioni degli elementi con l'idrogeno o con i residui alchilici;

« 3.° Alcune combinazioni degli elementi con l'ossigeno o con il cloro ecc., ne' piccoli periodi e nelle serie pari de' grandi periodi. Per esempio:

1° piccolo periodo.					*2° piccolo periodo.*			
Li^2O				—	Na^2O			Cl^2O
BeO			OCl^2		MgO			(SO) [2]
	B^2O^3	N^2O^3				Al^2O^3	P^2O^3	
		CO^2					SiO^2	

[1] V. pag. 137.

[1] (SO) nell'acido idrosolforoso, come CO nel formico, qualora per l'acido idrosolforoso si ritenga l'antica formola H^2SO^2 e non la nuova di Bernthsen $H^2S^2O^4$, la quale del resto, come osserva il prof. Piccini (Trad. del Lehrbuch der An. Chem. di V. Richter), ha

Serie pari del 2° grande periodo.

$AgCl$ ICl
$CdCl^2$ $TeCl^2$
$InCl^3$ $SbCl^3$
$SnCl^4$

« 4.° I pesi specifici degli ossidi degli elementi nelle forme limiti nel secondo piccolo periodo e nelle serie impari de' grandi periodi. Per esempio:

2° piccolo periodo.		*Serie impari del 1° grande periodo.*	
2	$1,96 = SO^3$	$K^2O = 2,7$	—
$Na^2O = 2,6$	$2,39 = P^2O^5$	$CaO = 3,15$	$2,74 = CrO^3$
$MgO = 3,6$	$2,65 = SiO^2$	$Sc^2O^3 = 3,86$	$3,49 = V^2O^5$
$Al^2O^3 = 4,0$		$TiO^2 = 4,2$	

« I dati numerici de' pesi specifici, di cui ho fatto uso in questo lavoro, sono gli stessi che riportai nella Nota sopra mentovata. Non solo, ma anche in questo caso valgono le considerazioni allora fatte sul valore delle cifre esprimenti i pesi specifici de' corpi semplici. Debbo solo aggiungere i pesi specifici seguenti de' corpi semplici del 2° piccolo periodo:

Peso specifico del Sodio . . . . . = 0,98
" " " Magnesio . . . . = 1,74
" " " Alluminio. . . . = 2,6
" " " Silicio. . . . . = 2,3
" " " Fosforo . . . . . = 2,2
" " " Solfo . . . . . = 2,07
" " " Cloro . . . . . = 1,3

« Non si è potuto prendere in considerazione il 1° piccolo periodo, perchè ci sono ignoti i pesi specifici dell'Azoto, dell'Ossigeno e del Fluore.

« Poichè il periodo del Meyer, come dicevo altrove, risponde ad una condizione di simmetria, io ho voluto ricercare quali relazioni esistano tra la densità de' corpi semplici simmetricamente disposti intorno al corpo o al gruppo mediano così ne' piccoli come ne' grandi periodi.

« Incominciamo dall'esaminare il 2° piccolo periodo:

« Il corpo mediano è il Silicio; ora se compariamo le somme de' pesi

---

poca probabilità, poichè farebbe derivare l'acido idrosolforoso dall'anidride S^2O^3, mentre ne' prodotti di decomposizione di questa anidride con l'acqua non si rinviene mai acido idrosolforoso.

specifici da un lato del Sodio, Magnesio, Alluminio, dall'altro del Fosforo, Zolfo, Cloro, troviamo i seguenti risultati:

Peso specifico del Sodio	= 0,98	Peso specifico del Fosforo	= 2,2
" " " Magnesio	= 1,74	" " " Solfo	= 2,07
" " " Alluminio	= 2,6	" " " Cloro	= 1,3
	5,32		5,57

« Se invece di prendere per il Fosforo il valore 2,2 quale è riportato nella tavola del Mendeleeff, prendiamo il peso specifico del fosforo cristallino = 1,83, invece della cifra 5,57 otteniamo 5,20, valore più probabile, in quanto che il peso specifico del cloro allo stato solido sarà un poco maggiore di 1,3. In ogni modo è notevole che le somme de' pesi specifici sopra riportate abbiano tra loro tale vicinanza, nè parrà, data la natura delle misure che abbiamo innanzi, azzardoso l'asserire che si possano ritenere uguali.

« Se ora eseguiamo lo stesso calcolo sul primo piccolo periodo del primo grande periodo troviamo risultati molto differenti. Infatti:

Peso specifico del Potassio	= 0,87	Peso specifico del Vanadio	= 5,5
" " " Calcio	= 1,6	" " " Cromo	= 6,5
" " " Scandio	= (2,5)	" " " Manganese	= 7,5
	4,97		19,5

« E pel secondo periodo del primo grande periodo:

Peso specifico del Rame	= 8,8	Peso specifico dell'Arsenico	= 5,7
" " " Zinco	= 7,1	" " del Selenio	= 4,8
" " " Gallio	= 5,96	" " " Bromo	= 3,1
	21,86		13,6

« Quindi, mentre si riscontra una grande vicinanza tra i sistemi Vanadio, Cromo, Manganese da un lato e Rame, Zinco, Gallio dall'altro, si riscontra una grande differenza tra gli altri sistemi Potassio, Calcio, Scandio da un lato e Arsenico, Selenio, Bromo dall'altro. Il gruppo ottavo serve ad equilibrare tale differenza con la disposizione:

Peso specifico del Potassio	= 0,87	Peso specifico del Nichelio	= 8,7
" " " Calcio	= 1,6	" " " Arsenico	= 5,7
" " " Scandio	= (2,5)	" " " Selenio	= 4,8
" " " Ferro	= 7,8	" " " Bromo	= 3,1
" " " Cobalto	= 8,6		
	21,37		22,3

« Se per lo Scandio invece di prendere il peso specifico 2,5 prendiamo 3,8 come risulta dalle prime determinazioni eseguite su questo corpo, invece del numero 21,37 otteniamo 22,67.

« Nel secondo grande periodo riscontriamo analoghe regolarità:

Peso specifico del Rubidio	= 1,5	Peso specifico del Niobio	= 7,1
» » » Stronzio	= 2,5	» » » Molibdeno	= 8,6
» » » Yttrio	= 3,4	» » (Ekamanganese)	= 10,0
	7,4		25,7

Peso specifico dell'Argento	= 10,5	Peso specifico dell'Antimonio	= 6,7
» » del Cadmio	= 8,6	» » del Tellurio	= 6,4
» » dell'Indio	= 7,4	» » dell'Iodio	= 4,9
	26,5		18,0

« Ora:

Peso specifico del Rubidio	= 1,5	Peso specifico dell'Antimonio	= 6,7
» » » Stronzio	= 2,5	» » del Tellurio	= 6,4
» » » Yttrio	= 3,4	» » dell'Iodio	= 4,9
» » » Rutenio	= 12,2	» » del Palladio	= 11,4
» » » Rodio	= 12,1		29,4
	31,7		

« Se al numero 31,7 aggiungiamo il peso specifico del Zirconio = 4,1 e al numero 29,4 il peso specifico dello Stagno 7,2 otteniamo i seguenti risultati molto vicini, cioè 35,8 e 36,6. Così dovrebbe probabilmente accadere pel 1° grande periodo, ma noi non abbiamo nessuna sicurezza sul peso specifico del Titanio e il valore riportato nella tavola del Mendeleeff è probabilmente troppo alto. Tuttavia, ritenendo per lo Scandio il valore 3,8 e prendendo pel Titanio pure la cifra (5,1) della tavola del Mendeleeff, si otterrebbero per il 1° grande periodo i risultati seguenti:

	22,67		22,3
Peso specifico del Titanio	= 5,1	Peso specifico del Germanio	= 5,47
	27,77		27,77

« Se noi consideriamo le incertezze che regnano sui valori delle determinazioni de' pesi specifici, d'altra parte l'indole di questa ricerca e il significato che hanno queste relazioni, non potremo non ritenere esatte queste interpretazioni.

« Riassumendo:

« 1.° Nel secondo piccolo periodo la densità complessiva de' corpi semplici che sono da un lato del corpo intermedio equilibra la densità com-

plessiva de' corpi semplici che sono dall'altro lato, cioè intorno al corpo semplice intermedio la materia si dispone con una densità complessiva eguale.

« 2.° Ne' grandi periodi intorno al gruppo ottavo si dispongono a destra ed a sinistra tre corpi semplici la cui densità complessiva si controbilancia. De' tre corpi formanti il gruppo ottavo, due insieme ai quattro primi del grande periodo hanno una densità complessiva che controbilancia quella del terzo insieme con i quattro ultimi.

« Cioè rispetto alla densità si ha la disposizione seguente:

Potassio-Calcio-Scandio—Titanio—Vanadio-Cromo-Manganese-Ferro-Cobalto]
[Nichelio-Rame-Zinco-Gallio—Germanio—Arsenico-Selenio-Bromo.

e

Rubidio-Stronzio-Yttrio—Zirconio—Niobio-Molibdeno-(Ekamanganese)-Rutenio-Rodio]
[Palladio-Argento-Cadmio-Indio—Stagno—Antimonio-Tellurio-Iodio.

« Infatti il Cobalto rassomiglia e si avvicina per le sue proprietà più al Ferro che non al Nichelio e questo più al Rame che non al Cobalto:

« 1.° I composti ammoniacali per i quali il Cobalto ha grandi analogie col Cromo, e che non hanno nessuna relazione con quelli del Nichelio, i quali viceversa rassomigliano a quelli del Rame.

» 2.° La proprietà che hanno così il Ferro come il Cobalto di dare composti complessi col Cianogeno a differenza del Nichelio.

« 3.° Il colore de' sali del Nichelio rassomigliante a quello de' sali di Rame.

« 4.° Il Ferro e il Cobalto sono metalli grigi, mentre il Nichelio è bianco d'argento.

« 5.° La stabilità maggiore della forma di combinazione CoX^3 di fronte alla forma NiX^3; si è ottenuto l'Allume di Cobalto. Invece la forma NiX^3 si ottiene con minor facilità e non dà derivati. Così la forma CuX^3 è instabilissima e sembra già avere funzione acida.

« Così il Palladio rassomiglia più all'Argento di quello che non rassomigli al Rodio e al Rutenio.

« 1.° Mentre il Rh ed il Ru dànno facilmente la forma RX^3, della PdX^3 non si conosce altro che un sesquicloruro ammoniacale (Compt. Rend. vol. 86, p. 926, 1878).

« 2.° Il Palladio è l'unico metallo di quelli del gruppo ottavo che dia le forme di combinazione PdX e Pd^2X, come l'Argento è l'unico metallo della serie Rame, Argento, Oro, che non dia forme superiori alla AgX.

« Da quanto si è esposto risulta come la funzione del gruppo VIII° sia quella di equilibrare la materia meno densa della 1ª parte de' grandi periodi con quella più densa della 2ª parte. Già il Tchitchérine in un pregevole lavoro: *Sistema degli elementi chimici*, pubblicato nel 1889 nel Giornale di Chimica-

Fisica russo, era giunto dalle sue ricerche alla conclusione che la legge di formazione degli elementi intermedî [com'egli chiama gli elementi che s'intercalano tra il 1° periodo di condensazione (K-Ca-Sc-) e l'ultimo di rarefazione (As-Se-Br)] consiste in una neutralizzazione di qualità opposte. Io ho comprovato che intorno al gruppo ottavo si dispongono in realtà due periodi di condensazione, ed ho rilevato una regolarità quantitativa che ci definisce per la prima volta la funzione del gruppo ottavo ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Abetti. *Osservazioni astronomiche su Marte fatte a Padova nella opposizione 1892.* Presentata dal Segretario Blaserna, a nome del Socio G. Schiaparelli.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 5 marzo 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Sopra i composti Platopirrazolici.* Nota III del Corrispondente L. Balbiano [1].

« Per completare lo studio della reazione che avviene quando si riscaldi moderatamente il cloroplatinato di una base pirrazolica, mi rimaneva da sperimentare sopra un pirrazolo che contenesse l'idrogeno imidico sostituito da un radicale alcoolico. Ho scelto come punto di partenza il 3-5-dimetilpirrazolo e mediante il suo composto argentico ho preparato l'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo, di cui ho studiato il comportamento del cloroplatinato sotto l'influenza di un moderato calore.

Cloroplatinato dell'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo
$[C^3H(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^4$

« Ho riscaldato per 8 a 10 ore in tubo chiuso alla temperatura di 100° il composto argentico del dimetilpirrazolo colla quantità corrispondente di joduro etilico sciolto nell'etere assoluto e perfettamente privo di alcole.

« Se non si adopera etere anidro e puro la reazione non avviene. Il pro-

(1) Lavoro fatto nell'Istituto chimico dell'Università di Roma.

dotto si filtrò dal joduro di argento che si lavò ripetutamente con etere, quindi tutto il liquido adoperato si riunì e si distillò lo sciogliente; rimase come residuo della distillazione a bagno maria il pirrazolo.

« Il 1-etil-3-5-dimetilpirrazolo è un liquido colorato leggermente in giallo, di forte odore piridico, solubile nell'acqua e nell'alcool; idrogenato con sodio ed alcole non dà la reazione di Knorr.

« Il cloroplatinato venne preparato trattando la soluzione della base nell'acido cloridrico fumante con un leggero eccesso di soluzione di cloruro platinico. Siccome il sale doppio è molto solubile, non si ottenne precipitato, perciò si evaporò il tutto a bagno maria ed il residuo secco si trattò con una miscela di un volume d'alcole assoluto e due volumi di etere anidro. Rimase indisciolto il cloroplatinato che venne analizzato col seguente risultato:

gr. 0,1065 sostanza disseccata sull'acido solforico, diminuirono appena di una traccia di peso per riscaldamento a 100°. Riscaldati in una stufa di V. Meyer a 150°-170° perdettero gr. 0,0233 di acido cloridrico. Calcinato il residuo rimasero gr. 0,0316 di Platino.

« Riferiti i dati analitici a 100 parti di sostanza si ha:

	trovato	calcolato per $[C^3H(CH^3)^2N^2C^2H^5HCl]^2PtCl^4—4HCl$
HCl	21,87	22,21
Pt nel sale secco su H^2SO^4	29,66	29,56
		calcolato per $[C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2$
Pt nel sale secco a 170°	37,98	38,00

« Il cloroplatinato dell'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo cristallizza dall'acqua in piccoli aghi prismatici di color giallo-rosso; è solubile nell'acqua e nell'alcool. Disseccato a 100° e riscaldato lentamente in tubicino di vetro comincia a rammollirsi a 168° e fonde in un liquido rosso a 173° decomponendosi con sviluppo di gas pochi gradi al disopra di questa temperatura.

« Ho ripetuto con maggior quantità di sostanza la determinazione dell'acido cloridrico che si elimina per azione del calore:

gr. 0,341 sostanza disseccati a 100° riscaldati in una stufa di V. Meyer.

per 24 ore a 150° perdettero gr. 0,0666 di HCl ossia 19,5 °/°
per 24 ore a 170° » » 0,0742 » » 21,75
per 2 ore a 200° » » 0,0802 » » 23,51

« L'esperienza dimostrò che elevando la temperatura a 200°, successe una decomposizione più profonda, ma tuttavia potei ottenere una piccola quantità del composto dicloroplatopirrazolico che s'era formato.

« Difatti il residuo rimasto colorato in bruno venne trattato con 50 a 60 cc. di alcole assoluto e bollente, dove si sciolse parzialmente. Si filtrò, ed il filtrato evaporato, lasciò una sostanza giallo-chiara, che lavata dapprima

con un po' di etere indi disseccata sull'acido solforico, dette per la determina zione del Platino il seguente risultato.

gr. 0,1682 sostanza lasciarono alla calcinazione gr. 0,0636 di Ptatino.

	trovato	calcolato per $[C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2$
Pt	37,81	38,00

« Il composto dicloroplato-1-etil-3-5-dimetilpirrazolo è una polvere giallo-chiara, tendente però un po' al rosso, insolubile nell'acqua e pochissimo solubile nell'alcool assoluto bollente come tutti gli altri composti analoghi.

« Le esperienze sudescritte dimostrano che quando si opera con piccola quantità di sostanza (gr. 0,1065) la eliminazione di acido cloridrico avendo luogo ad una temperatura inferiore a quella di decomposizione del dicloroplato-composto che si origina, la reazione succede in modo normale, invece quando la quantità di sostanza è maggiore (gr. 0,341), dovendo elevarsi un po' di più la temperatura per espellere le ultime porzioni di acido cloridrico, la decomposizione avviene più profonda.

« Rimaneva, per completare il lavoro, da studiare il comportamento dell'1-etil-3-5-dimetilpirrazolo col cloroplatinato sodico, perciò ho messo a reagire gr. 0,3746 di pirrazolo sciolti in circa 200 cc. di acqua, con gr. 0,685 di cloroplatinato sodico secco sciolti in circa 50 cc. di acqua. Dopo una ebollizione in apparecchio a ricadere prolungata per 4 ore si depositò una piccola quantità di sostanza sotto forma di una polvere giallo-rossa. Si filtrò, ed il filtrato sottoposto di nuovo all'ebollizione per altre 3 ore, depositò una nuova piccola quantità di sostanza. Infine si evaporò tutto a bagno maria, ed il residuo trattato con acqua lasciò indisciolto un'altra piccola quantità di sostanza dello stesso aspetto delle due porzioni depositatosi durante l'ebollizione. In tutto la sostanza raccolta pesava gr. 0,28. All'analisi dette il seguente risultato:

gr. 0,1348 sostanza secca nel vuoto sull'acido solforico dettero gr. 0,0516 di Platino.

gr. 0,1312 richiesero cc. 5,2 di soluzione $\frac{N}{10}$ di $AgNO^3$.

« Ossia in 100 parti:

	trovato	calcolato $[C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2$
Pt	38,27	38,00
Cl	14,07	13,88

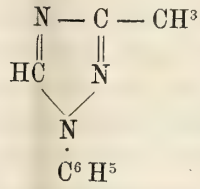
« Si è formato perciò il dicloroplato-1-etil-3-5-dimetilpirrazolo secondo l'equazione:

$$2C^3H(CH^3)^2N^2C^2H^5 + Na^2PtCl^6 = 2NaCl + 2HCl + [C^3(CH^3)^2N^2C^2H^5]^2PtCl^2$$

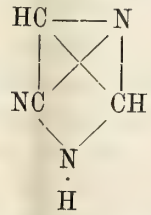
« Però la reazione non è completa. Le quantità suddette di sostanze messe a reagire avrebbero dovuto dare gr. 0,77 di composto di cloroplatopirrazolico, mentre se ne ottenne solo gr. 0,28.

« Con queste esperienze ho completato il piano di studio stabilitomi, quello cioè di ricercare se l'eliminazione di quattro molecole di acido cloridrico dai cloroplatinati dei pirrazoli fosse una reazione generale, e sono ora autorizzato a concludere in senso affermativo.

« Il fatto osservato dall'Andreocci (1) che il cloroplatinato del 1-fenil-3-metilpirrodiazolo



elimina parimenti 4 molecole di acido cloridrico per azione del calore, fa suppore che questa reazione sia dipendente dal residuo idrazinico che esiste nel nucleo. Sarebbe perciò interessante instituire esperienze di confronto coi cloroplatinati delle gliossaline, cioè derivati di un nucleo isomero del pirrazolo:



che contiene 2 atomi di azoto, ma non sotto forma di residuo idrazinico.

« Nella letteratura esiste una osservazione del Wallach (2) il quale dice, che il cloroplatinato della metilgliossalina quando viene evaporato da una soluzione acquosa non si ridiscioglie più completamente nell'acqua; ciò accennerebbe ad una trasformazione con probabile eliminazione di acido cloridrico.

« Nella prima Nota pubblicata sui composti platopirrazolici, ho fatto osservare che quei pirrazoli i quali hanno l'idrogeno metinico nella posizione 4 sostituito da un radicale alchilico, non sono capaci di generare per doppia decomposizione col cloroplatinato sodico i composti dicloroplatopirrazolici corrispondenti. Ho voluto confermare questo fatto, studiando il comportamento dell'1-fenil-4-metilpirrazolo di confronto coll'1-fenil-3-metilpirrazolo.

« Quantità equimolecolari di 1-fenil-4-metilpirrazolo e di cloroplatinato sodico non reagiscono nelle condizioni in cui ho preparato altri consimili composti. Una prolungata ebollizione non ha prodotto altro che una quantità insignificante di resine, ed ho potuto riavere il pirrazolo ed il sale sodico inalterati.

« Invece dall'1-fenil-3-metilpirrazolo ho ottenuto il dicloro-platocomposto.

(1) Rend. Lincei. Serie IV, vol. VIII, p. 163.
(2) Liebig's. Ann. T. CCXIV, p. 320.

« Gr. 0,74 di 1-fenil-3-metilpirrazolo si fecero bollire per 15 a 16 ore con una soluzione di gr. 1,061 di cloroplatinato sodico secco in 500 cc. di acqua. Si depositò una polvere gialla mista ad una piccola quantità di resina. Dalla soluzione filtrata si ricavò ancora una piccola quantità del composto evaporandola a secco a bagno maria e ripigliando il residuo con acqua per eliminare il cloruro di sodio. La reazione fu quantitativa perchè non si riscontrò più cloroplatinato sodico indecomposto. Il nuovo corpo ottenuto si depurò trattandolo con 300 cc. di alcole assoluto bollente; la soluzione alcolica filtrata si evaporò a secco a bagno maria ed il residuo, dopo trattamento con un po' di etere, si disseccò nel vuoto sull'acido solforico.

« All'analisi dette il seguente risultato:

gr. 0,1753 sostanza lasciarono alla calcinazione gr. 0,0593 di Platino.

gr. 0,2336 sostanza richiesero cc. 8,2 soluzione $\frac{N}{10}$ di $AgNO^3$.

« In 100 parti:

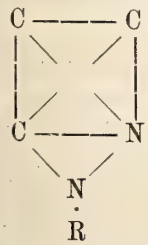
	trovato	calcolato per $[C^3H(CH^3)N^2C^6H^5]^2PtCl^2$
Pt	33,77	33,54
Cl	12,46	12,25

« Il dicloroplato-1-fenil-3-metilpirrazolo è una polvere giallo-chiara che al microscopio polarizzatore presenta struttura cristallina.

« Con queste esperienze rimane confermato che l'aggruppamento:

ammesso che in questi composti il Platino si colleghi all'Azoto, è quello che in queste condizioni è suscettibile di formarsi.

« Nel caso di pirrazoli sostituiti nella posizione 4 la formazione di dicloroplato-composti per via secca può essere accompagnata dalla trasposizione del gruppo sostituente in altra posizione, oppure formarsi aggruppamenti differenti:



che per via umida pare non possano generarsi ».

Geologia. — *Per la geologia della penisola di Sorrento.* Nota del Corrispondente Fr. Bassani e di G. De Lorenzo.

« Il villaggio di Corpo di Cava, con la vicina notissima Badia medioevale, sorge sulla breccia calcarea, diffusamente descritta da Puggaard (1), probabilmente postpliocenica e ricoperta in varî punti da esili straterelli incoerenti di tufo sanidinico rosso-giallastro e di pomici.

« Salendo da Corpo di Cava lungo il sentiero che per il Colle della Vigna mena nella valle di Tramonti, dopo aver camminato per circa un chilometro sulla breccia, incisa qua e là da profondi burroni, s'incontra la dolomia, che costituisce l'ossatura del monte e sulla quale la breccia si adatta come un mantello.

« La roccia è un calcare ricco di magnesia, che in alcuni tratti passa a una vera dolomia, e che noi chiameremo, quantunque impropriamente, con quest'ultimo nome, seguendo l'uso generale della parola, che ora, oltre ad indicare la composizione chimica della roccia, porge subito l'idea del modo speciale con cui essa si presenta montanisticamente. Questa dolomia, al pari di tutta la Hauptdolomit alpina e delle dolomie triasiche dei dintorni di Salerno (2) e di Lagonegro (3), è compatta e grigia o bianca e saccaroide o facilmente sfarinabile e decomponibile. La stratificazione, scomparsa in molti punti per l'avanzato processo di dolomitizzazione, è conservata in altri, dove si mostra spiccatamente inclinata a nord.

« Per la strettissima affinità fra questa formazione e le altre dolomie del Salernitano, il suo sincronismo con la Hauptdolomit alpina riesce evidente. Noi, nella nostra escursione, tolte alcune sezioni indeterminabili di molluschi, non abbiamo raccolto alcun fossile; ma l'ing. Viola trovò, precisamente a Corpo di Cava, degli avanzi di pelecipodi, che il dott. Di Stefano riferì ad *Arca rudis* Stoppani ed a *Megalodon* (*Neom.*) cfr. *Gümbeli* id. D'altra parte, il Puggaard citò ad Erchia delle piccole bivalvi, molto numerose, appartenenti al gen. *Avicula*, le quali, verosimilmente, vanno ascritte ad *A. exilis* Stopp., tanto copiosa nella dolomia del Trias superiore.

« Questa pila enorme di strati dolomitici, che contrasta con l'esiguità

(1) C. Puggaard, *Description géologique de la péninsule de Sorrento* (Bull. de la Soc. géol. de France, 2e série, tom. XIV, pag. 317 e seg.) 1856.

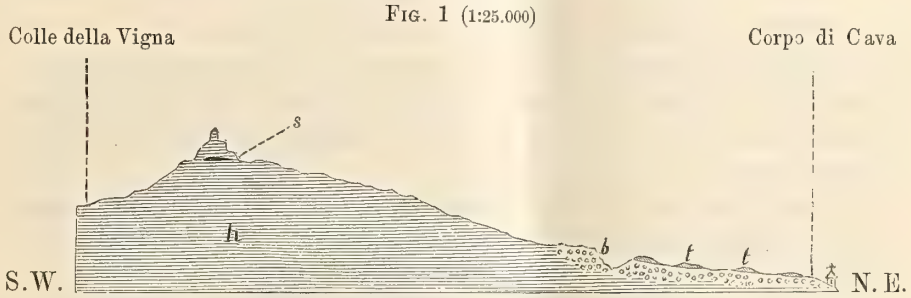
(2) Fr. Bassani, *Sui foss. e sull'età degli sch. bitum. di M. Pettine presso Giffoni Vallepiana* (Mem. Soc. it. d. sc., detta dei XL, ser. 3a, tom. IX), pag. 1. Napoli 1892.— Id., *Fossili nella dol. trias. dei dint. di Mercato S. Severino* (Atti Acc. sc. fis. e mat., ser. 2a, vol. V), pag. 2. Napoli 1893.

(3) G. de Lorenzo, *Sul trias dei dintorni di Lagonegro in Basilicata* (Atti Acc. sc. fis. e mat., ser. 2a, vol. V), pag. 20. Napoli 1893.

della dolomia triasica di Lagonegro (1) e di Sicilia (2) e che raggiunge più di mille metri di spessore, comprende probabilmente parecchi orizzonti, che sono stati mascherati dalla isopicità perfetta dei terreni successivi e che corrispondono agli orizzonti del Trias con sviluppo Hallstattico, com' è stato ultimamente dimostrato dal dott. Mojsisovics (3).

« La dolomia di Corpo di Cava sale a coronare le cime dei monti che al sud del M. Pertuso si prolungano fino al golfo di Salerno. Precisamente sul colle a sud del Pertuso, che divide la valle di Cava da quella di Tramonti, a 900 metri di altezza, s' incontra, intercalato nella dolomia, un banco poco potente di scisti bituminosi, neri, contenenti rari frantumi di vegetali carbonizzati e litologicamente identici agli scisti di Giffoni Vallepiana, la cui ittiofauna corrisponde perfettamente, come ha dimostrato uno di noi (4), a quelle di Seefeld in Tirolo e di Lumezzane in Valtrompia.

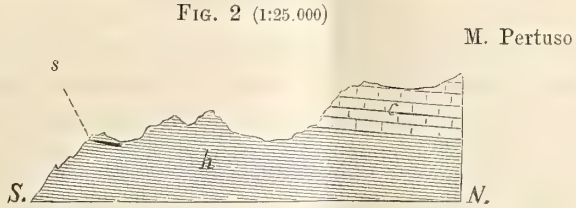
Fig. 1 (1:25.000)



h. Hauptdolomit. — *s*. Scisti bituminosi. — *b*. Breccia. — *t*. Tufo con lapilli e pomici.

« Gli strati dolomitici inclinano in questo punto a nord e vanno a mettersi direttamente sotto i grandi banchi del calcare bituminoso, grigio o scuro,

Fig. 2 (1:25.000)



h. Hauptdolomit. — *s*. Scisti bituminosi. — *c*. Calcari infracretacei.

che costituisce quasi tutta la parte occidentale della penisola sorrentina e che, per quanto è noto fin qui, appartiene nel suo complesso all' infracretaceo ».

(1) G. de Lorenzo, loc. cit.

(2) G. G. Gemmellaro, *Sul trias della regione occ. della Sicilia* (Mem. Acc. Lincei, ser. 3ª, vol. XII) 1882. — L. Baldacci, *Descr. geol. dell' is. di Sicilia*, pag. 48 (Mem. descr. d. carta geol. d'It., Comit. geol., vol. I). Roma 1886.

(3) E v. Mojsisovics, *Die Hallstätter Entwicklung der Trias* (Sitzsb. d. Wien. Ak. d. Wiss., Bd. CI, Abth. I, pag. 769). 1892.

(4) Fr. Bassani, *Foss. di M. Pettine* (loc. cit.), pag. 27.

Matematica. — *Sulla configurazione dei 120 piani tritangenti della sestica storta di genere 4.* Nota I di Ernesto Pascal, presentata dal Socio Cremona.

« In alcune Note che ho avuto il piacere di presentare a cotesta Accademia, ho esplicato in che maniera sarei passato allo studio della configurazione dei piani tritangenti della sestica storta di genere 4. In questa Nota comincio appunto questo studio che è la estensione di quello da me già fatto per la curva piana di 4° ordine.

§ 1. — Preliminari.

« Dalle cose dette nel § 15 della mia Mem. I pubblicata nel vol. XX degli Annali di Matematica, risulta che esistono, nella rappresentazione delle caratteristiche di genere 4 mediante i sistemi di Noether, quattro tipi diversi di quaterne-zero, cioè di assiemi di quattro caratteristiche la cui somma è lo zero assoluto.

« Questi quattro tipi di figure sono rappresentati dalla fig. 19ma annessa alla Mem. citata, e ve ne sono rispettivamente:

$$\frac{70.216}{4}\,,\ 70.180\,,\ \frac{70.540}{4}\,,\ \frac{70.360}{4}$$

di ciascuno dei tipi, e quindi in tutto vi sono

$$7.10.27.17 = 32130$$

quaterne-zero. Tre dei piani di una tal quaterna, formano una superficie di contatto alla sestica storta, e la caratteristica del sistema di questa superficie di contatto è la medesima di quella corrispondente al quarto piano della quaterna, e quindi per un teorema noto [1], i 12 punti di contatto dei quattro piani tritangenti della quaterna-zero stanno su di una stessa quadrica.

« Possiamo dunque dire che i 360 punti di contatto della sestica storta coi suoi 120 piani tritangenti stanno a dodici a dodici su 32130 quadriche che potremo chiamare *coordinate* alla sestica storta.

« È chiaro che se due di quelle quadriche si incontrano in un punto della sestica, questo non potrà essere che uno dei 360 punti di cui si è parlato, e anche qui diremo, per brevità, che due di quelle quadriche *si incontrano* quando hanno in comune punti della sestica, e diremo che *non si incontrano*, ovvero che *sono esterne l'una all'altra* quando ciò non avviene.

[1] Vedi Noether, *Ueber die invariante Darstellung* etc. Math. Ann. XVII, § 6.

« È facile vedere che vi sono $\frac{32130.4}{120} = 7.9.17$ quaterne-zero aventi tutte uno stesso piano comune, e seguendo l'ordine di idee di una Nota già pubblicata in questi stessi Rendiconti, possiamo dire che queste 1071 quaterne rappresentano la estensione dei 45 piani tritangenti della superficie di 3° ordine.

« Il gruppo delle sostituzioni di monodromia che lascia fissa una delle quadriche ha per ordine $9.5.8^5$.

« Rispetto ad una delle quadriche ve ne sono 156 altre aventi colla data 6 punti di comune (s'intende, sulla sestica), $128.31 = 3968$ aventi colla data 3 punti comuni, e finalmente 28005 tutte *esterne* alla data.

« Noi ci proponiamo qui di studiare gli assiemi di quadriche *esterne* l'una all'altra, e le proprietà geometriche delle varie specie di assiemi.

§ 2. — Sottogruppo S′ di monodromia che lascia inalterata una quadrica.

« Ci si incomincia qui a presentare una differenza fondamentale fra il genere 3, già da noi studiato, e il genere 4 che studiamo ora. Mentre pel genere 3 il sottogruppo di monodromia, che lascia inalterata una quaterna-zero, è transitivo nelle 24 caratteristiche dispari rimanenti, qui invece l'analogo sottogruppo non è più transitivo nelle 116 caratteristiche restanti.

« Vediamo da che cosa dipende questo fatto. Nel genere 3 consideriamo una quaterna-zero $a\,b\,c\,d$. Ogni altra caratteristica c' formerà sempre terna dispari *con una sola* delle tre coppie ab, bc, ac; così se p. es. abc' è una terna dispari, saranno certamente pari le terne bcc', acc'. E propriamente le 24 caratteristiche restanti si scindono in tre gruppi $8+8+8$, ognuno corrispondente in tal maniera ad una di quelle coppie. Pel genere 4 troveremo invece che la cosa procede diversamente.

« Consideriamo la quaterna-zero (secondo la nostra solita rappresentazione)

$$a \equiv (123) \quad b \equiv (134) \quad c \equiv (145) \quad d \equiv (152)$$

Esaminiamo quanti piani formano terna dispari colla coppia ab.

« Tali piani sono evidentemente dei tipi:

$$\begin{array}{cccccc} (253) & (21\,i) & (2\,i\,j) & (435) & (41\,i) & (4\,i\,j) \\ (23\,i) & (25\,i) & (43\,i) & (45\,i) & & \end{array}$$

dove i, j, sono due numeri scelti fra i numeri 6, 7, 8, 9, 10.

« Si vede che in tutto questi piani sono $32 + 20 = 52$; ma però possiamo subito riconoscere una differenza fondamentale fra quelli scritti in prima linea e quelli scritti in seconda linea, inquantochè i primi sono sempre tali che colle altre due coppie bc, ac danno terne pari, mentre i secondi danno ancora terne dispari. Si capisce allora che vi debbono essere altri 32 piani diversi da questi e che danno terne dispari solo con bc, e così altri 32 che

danno terne dispari solo con *ac*. In tutto si avranno allora $3.32 + 20 = 116$ piani che sono precisamente tutti i restanti.

« Possiamo dunque intanto conchiudere:

« *Data una quaterna-zero abcd, vi sono 32 piani che fanno terna* « *dispari colla sola coppia ab (e quindi anche con cd); 32 altri che* « *fanno terna dispari solo con bc (e quindi anche con ad) e 32 altri* « *che fanno terna dispari solo con ac (e quindi con bd) e vi sono poi 20* « *piani che fanno terna dispari con tutte le coppie contenute nella* « *quaterna* ».

« Si capisce quindi che il sottogruppo di monodromia deve separare i 96 piani dagli altri 20, e inoltre i primi 96 li deve ancora scindere in tre sistemi d'imprimitività corrispondenti alle tre paia di coppie della quaterna.

« Costruiamo il quadro dei $96 + 20$ piani, i primi divisi in tre sistemi d'imprimitività. Esso è:

$$\left.\begin{array}{llll} 124.153 & 24i.35i & \ldots\ldots & 1ij.hkl & \ldots\ldots \\ 253.453 & 21i.41i & \ldots\ldots & 2ij.4ij & \ldots\ldots \\ 254.423 & 31i.51i & \ldots\ldots & 3ij.5ij & \ldots\ldots \end{array}\right\} (A)$$

dove i, j, h, k, l hanno solo i valori 6, 7, 8, 9, 10.

« Inoltre il quadro dei 20 piani è:

$$\left.\begin{array}{ccccc} 236 & 237 & 238 & 239 & 2310 \\ 456 & 457 & 458 & 459 & 4510 \\ 436 & 437 & 438 & 439 & 4310 \\ 256 & 257 & 258 & 259 & 2510 \end{array}\right\} (B)$$

« Nel 1° quadro i piani che sono accoppiati sono quelli che formano quaterne-zero rispettivamente con *ac*, *ab*, *bc* (secondochè si tratta della 1ª, 2ª, 3ª linea), e nel 2° quadro un piano della prima linea insieme al corrispondente della seconda, forma quaterna-zero con *ac*, ovvero uno della prima col corrispondente della 3ª, forma quaterna-zero con *ab*, e così di seguito.

« Possiamo ora far vedere che il sottogruppo che stiamo considerando:

« 1) è transitivo nei 32 piani di ciascuno dei tre sistemi d'imprimitività, e quindi è transitivo in tutti i 96 piani.

« 2) è transitivo contemporaneamente nei 32 piani di un sistema d'imprimitività, e nei 32 piani di un altro, o, ciò che è lo stesso, se lasciamo fisso uno dei piani di un sistema possiamo poi disporre in modo arbitrario della trasformazione di un altro piano di un altro sistema.

« Questi teoremi si dimostrano facilmente tenendo presenti le considerazioni sviluppate nel § 23 della Mem. I già citata.

« Vogliamo p. es. mostrare che esistono sostituzioni che mutano il piano

(124) in (246). Allora consideriamo il sistema completo di caratteristiche dispari:

$$123 \,.\, 124 \,.\, 125 \,.\, 126 \,.\, 127 \,.\, 128 \,.\, 129 \,.\, 1210 \quad , \quad q = 1 \quad q' = 2.$$

« I tre primi piani debbono diventare rispettivamente:

$$123 \quad . \quad 246 \quad . \quad 125$$

mentre poi la sostituzione deve essere tale che trasformi in sè stesso il piano (134), e ciò porta che deve essere $q = 6$.

« Onde dobbiamo vedere se esiste un sistema completo di quelli da noi già calcolati nella Mem. I, tale che contenga i tre piani 123 . 246 . 125, e una delle due caratteristiche pari basi sia $q = 6$. Esaminando le figure della tavola IV della citata Memoria si trova che p. e. la fig. 29ª soddisfa a queste condizioni scambiandovi opportunamente le denominazioni dei punti. In analoga maniera si procederebbe in ogni altro caso.

« Così per la dimostrazione del 2° teorema dobbiamo far vedere che si possono soddisfare contemporaneamente le seguenti condizioni; che p. es. i piani:

$$123 \,.\, 124 \,.\, 125 \;\mid\; 134 \,.\, 253$$

diventino rispettivamente:

$$134 \,.\, 124 \,.\, 145 \;\mid\; 123 \,.\, 216$$

« Adoperando il sistema completo di sopra si vede che ciò porta che q, q' debbono trasformarsi in $q = 1$, $q' = (12356)$, e la quistione si riduce a ricercare fra le figure della tavola IV della Mem I una nella quale esistano i piani 123 . 124 . 125, mentre le caratteristiche fondamentali sieno $q = 1$, $q' = (12356) = (478910)$ e si vede che la fig. 27ª soddisfa a queste condizioni con opportune trasformazioni di punti.

« Il numero delle sostituzioni che lasciano fissi i tre sistemi d'imprimitività sarà evidentemente $3 \,.\, 5 \,.\, 4 \,.\, 8^4$, e il numero di quelle che lasciano fisso anche un piano del primo sistema sarà allora $3 \,.\, 5 \,.\, 8^3$, mentre quelle che lasciano fisso un piano del primo sistema e uno del secondo saranno $3 \,.\, 5 \,.\, 16$; e se più generalmente nel secondo sistema non vogliamo che sia fisso un piano, ma solo *una delle 16 coppie di piani* allora l'ordine diventa il doppio cioè $3 \,.\, 5 \,.\, 32$.

« Ora noi ci proponiamo qui di far vedere che, per la speciale scelta che facciamo dei piani fissi, queste sostituzioni si possono costruire e rappresentare in un modo molto facile.

« Effettivamente in primo luogo fra i quattro punti 2, 3, 4, 5 possiamo fare le quattro sostituzioni:

$$g = [1 \;,\; (24) \;,\; (35) \;,\; (24)(35)]$$

per le quali evidentemente la quadrica data resta fissa, e inoltre resta fisso il piano (124) del 1° sistema, e la coppia (253) (453) del 2° sistema resta

anche fissa. Inoltre per le 5! sostituzioni fra i cinque altri punti 6, 7, 8, 9, 10, evidentemente si ha il medesimo effetto, e quindi abbiamo in tutto costruite 4 . 5! sostituzioni per le quali resta fissa la quadrica, un piano del 1° sistema, e una coppia del 2°. Ma abbiamo già visto che proprio in tal numero debbono essere le sostituzioni che producono questo effetto, dunque le abbiamo costruite tutte.

« Di qui ne ricaviamo subito i teoremi:

« 3) Il sottogruppo S''' che lascia fisso un piano di un sistema e una coppia di un altro (e quindi i tre sistemi) lascerà fissa una coppia del 3° sistema.

« 4) Il medesimo sottogruppo non è più transitivo nelle altre coppie di ciascuno dei sistemi (come succedeva pel genere 3) ma separa le altre 15 coppie in $5+10$, essendo transitivo in ciascuna di queste due classi.

« 5) Il medesimo sottogruppo è transitivo nei 20 piani della tabella (B).

§ 3. — Sottogruppo S'' che lascia fissa la quadrica e un piano dei tre sistemi d'imprimitività.

« La proprietà contenuta nel n. 4 del § precedente ha una natura più generale; essa cioè non è una proprietà solo del sottogruppo che oltre lasciar fisso un piano lascia fissa anche una coppia d'un altro sistema, ma è una proprietà addirittura del sottogruppo che lascia fisso solamente un piano, cioè noi ora dimostreremo che:

« 6) Il sottogruppo S'' che oltre lasciar fissa la quadrica, lascia fisso un piano di uno dei tre sistemi d'imprimitività (uno dei 96) o una coppia, scinde le altre 15 coppie del medesimo sistema in $10+5$.

« Si vede allora che il teorema 4) non è che una conseguenza dei due teoremi 3), 6).

« Prima di tutto l'ordine di S'' è: $\frac{9.5.8^5}{96} = 15.2.8^3$. Cercheremo di costruire tutte queste sostituzioni, e questa costruzione la scinderemo in tre parti; costruiremo prima le 16.5! sostituzioni che lasciano fisso anche ciascuno dei quattro piani della quaterna fondamentale, poi faremo permutare fra loro questi 4 piani colle 4 sostituzioni, tali che restino fissi i tre sistemi d'imprimitività, e finalmente faremo scambiare fra loro i due ultimi sistemi d'imprimitività (il 1° resta sempre fisso, perchè resta fisso un piano in esso contenuto).

« Sappiamo che le sostituzioni le possiamo rappresentare completamente

come trasformazioni di sistemi completi di Noether in altri sistemi completi (§ 23, Mem. I).

« Consideriamo il sistema completo:

$$\underset{\alpha}{132} \,.\, \underset{\beta}{134} \,.\, \underset{\gamma}{135} \,.\, \underset{\delta}{136} \,.\, \underset{\varepsilon}{137} \,.\, \underset{\zeta}{138} \,.\, \underset{\eta}{139} \,.\, \underset{\omega}{1310} \quad , \quad q = 1 \quad q' = 3$$

Lasciamo fissi i tre primi piani. Si vede subito che la base q deve restare anche fissa, perchè si ha:

$$(132) + (135) + (1) = (125)$$

e (125) è un piano della quaterna fondamentale e quindi deve star fisso.

« Quindi il sistema completo di sopra dovrà trasformarsi in un altro che possegga tre piani passanti per una retta, e una delle basi sia rappresentata da uno degli estremi di questa retta. Dalle figure annesse alla Mem. I si vede che non sono possibili che solo i tipi rappresentati dalle fig. 24ª, 27ª, 28ª di cui se ne possono costruire rispettivamente (aventi i 3 piani (132) (134) (135)) 1, 5, 10, cioè in tutto 16. Gli altri 5 piani poi dei sistemi completi possono farsi corrispondere in 5! modi ai rimanenti cinque piani del sistema dato, e quindi si ottengono allora in tutto proprio le 16. 5! sostituzioni richieste.

« Ora si può far vedere che per tutte queste sostituzioni, il piano (356) non può mai trasformarsi p. e. in (167) o in (8910).

« Infatti evidentemente:

$$(356) = \gamma + \delta + q'$$

e quindi chiamando rispettivamente con:

$$\alpha_1 \; \beta_1 \; \gamma_1 \; \delta_1 \; . \; . \; . \; q_1 \; q'_1$$

le caratteristiche del sistema trasformato, dovrebbe essere:

$$(167) = \gamma_1 + \delta_1 + q'_1$$

ed essendo:

$$\gamma_1 = \gamma = (135)$$

dovrebbe essere:

$$\delta_1 + q'_1 = (3567) = (1248910)$$

ovvero nell'altro caso:

$$\delta_1 + q'_1 = (1358910) = (2467)$$

« Ora p. es. per la fig. 27ª il piano δ_1 non può essere che delle seguenti forme:

$$(245)$$

ovvero: $\quad (3\,i\,j) \qquad i,\, j, = 6,\, 7,\, 8,\, 9,\, 10$

e quindi ponendo questi valori nelle eguaglianze di sopra, e ricavando poi il valore di q'_1, si trova sempre che per q'_1 risulta o una caratteristica dispari, ovvero una pari, ma che rispetto ai piani del sistema completo non

è disposta come deve essere nella fig. 27ª, e quindi è impossibile. In modo simile si procederebbe per tutti gli altri casi.

« Possiamo ora osservare che se noi a queste 16.5! sostituzioni riuniamo le quattro g del paragrafo precedente, abbiamo tutte le 4.16.5! sostituzioni per le quali restando fisso un piano, e fissi i tre sistemi d'imprimitività non restano però fissi i quattro piani della quaterna, e per queste sostituzioni g evidentemente il piano (356) non potrà trasformarsi in (167).

« Resta finalmente a costruire un'ultima sostituzione per la quale si scambiino i due ultimi sistemi d'imprimitività.

« Basta permutare i piani del sistema completo precedente rispettivamente in quelli del sistema completo (v. fig. 28ª, Mem. I):

$$\underset{\alpha_1}{145} \,.\, \underset{\beta_1}{134} \,.\, \underset{\gamma_1}{135} \,.\, \underset{\delta_1}{126} \,.\, \underset{\varepsilon_1}{127} \,.\, \underset{\zeta_1}{128} \,.\, \underset{\eta_1}{129} \,.\, \underset{\omega_1}{1210} \quad q_1 = (12345) \quad q'_1 = (2)$$

Questa sostituzione pure scambiando i due ultimi sistemi d'imprimitività, perchè scambia fra loro i due piani a, c della quaterna fondamentale, lascia inalterato il piano (356). Con ciò il teorema 6) resta dimostrato.

« Dalle considerazioni fatte possiamo ricavare anche alcune altre cose. Per effetto dell'ultima sostituzione si vede che il piano (167) diventa (8910); e inoltre l'altra sostituzione che muta il primitivo sistema completo in:

$$\underset{\alpha_2}{145} \,.\, \underset{\beta_2}{134} \,.\, \underset{\gamma_2}{135} \,.\, \underset{\delta_2}{276} \,.\, \underset{\varepsilon_2}{345} \,.\, \underset{\zeta_2}{278} \,.\, \underset{\eta_2}{279} \,.\, \underset{\omega_2}{2710} \quad q_2 = (12345) \quad q'_2 = 628910$$

mentre lascia inalterato il piano (124), ed (167), muta il piano (246) in (356), e quindi possiamo dedurre:

« 7) Nel sottogruppo S'' esistono sostituzioni che scambiano fra loro i due piani di ciascuna delle 5 + 10 coppie del 1° sistema d'imprimitività.

« Dopo questi studî preliminari possiamo passare alla classificazione delle varie specie di coppie di quadriche, colle proprietà geometriche che caratterizzano ciascuna coppia, e questo lo faremo in una prossima Nota ».

Matematica. — *Sui piani tritangenti della sestica storta di genere 4.* Nota II di E. Pascal, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sulla superficie del 4° ordine a conica doppia.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Cremona.

« In questa Nota è trattata la superficie del 4° ordine a conica doppia come superficie fondamentale di un connesso punto-piano (1, 2) specializzato, e come superficie polare congiunta rispetto ad un connesso piano-retta (2,2) e ad una quadrica. È inoltre costruita, la superficie, per forme proiettive [1].

§ I.

« 1. Un connesso punto-piano (1, 2) specializzato in modo da avere una sviluppabile di 3ª classe di piani singolari, decomposta in un fascio di 2° ordine di una stella (E) ed in un fascio di 1° ordine (r), può essere con una conveniente sostituzione lineare ridotto alla forma

$$\varphi_{xu} \equiv p_x (u_\beta u_{\gamma'} - u_{\beta'} u_\gamma) + u_\alpha (r_x u_\delta - q_x u_\varepsilon) = 0 \qquad (1)$$

ove $u_\alpha = 0$ è l'equazione di E, $u_\beta u_{\gamma'} - u_{\beta'} u_\gamma = 0$ quella di una quadrica cui appartengono il fascio di 2° ordine e quello di 1° ordine; ed ove si ha, per $i = 1, \dots, 4$:

$$\beta'_i - \beta_i = \delta_i, \qquad \gamma'_i - \gamma_i = \varepsilon_i. \qquad (2)$$

Allora il connesso ha anche un punto singolare: il punto $\xi_i \equiv (pqr)_i$ $(i=1, \dots, 4)$ comune ai piani $p_x = 0$, $q_x = 0$, $r_x = 0$.

« Per mezzo di φ_{xu}, e per essere

$$t_{x+\xi} = t_x + t_\xi = t_x + (tpqr) = t_x$$
$$(t \equiv p, q, r)$$

ai punti di una stessa retta, uscente da ξ, corrisponde sempre lo stesso iperboloide; si può, dunque, ritenere la (1) come riferente fra loro le rette di ξ, e le quadriche inscritte nella sviluppabile (E) + (r); così, per ogni retta si ha una quadrica, e per ogni quadrica una retta, e questa corrispondenza è proiettiva, perchè ponendo

$$x_i = \xi_i + \lambda y_i + \mu z_i \qquad (i = 1, \dots, 4)$$

si ha:

$$t_x = t_{\xi+\lambda y+\mu z} = \lambda t_y + \mu t_z \qquad (t \equiv p, q, r);$$

e quindi, mentre x descrive il piano ξyz, la quadrica corrispondente varia nella schiera

$$\lambda \varphi_{yu} + \mu \varphi_{zu} = 0.$$

[1] Per uno studio elaborato intorno alle superficie del 4° ordine a conica doppia, e per le notizie storiche intorno alle medesime, si può consultare la dotta Memoria del Segre ins. nei Math. Ann., 1884. Come lavori più recenti si hanno una Memoria del sig. Berzolari, pubblicata negli Annali di Mat. del 1884, ed una traduzione italiana (del sig. Loria) di una Memoria dello Zeuthen pubblicata nel 1879 in occasione delle feste pel centenario dell'Università di Copenaghen (Ann. di Mat. an. 1884). Vi è anche una Nota del Cosserat sulla Ciclide di Dupin, ma è di geometria infinitesimale. (Annales de Toulouse, 1892).

« Noi indicheremo con (T) la rete tangenziale delle quadriche inscritte nella sviluppabile, e con (P) la stella di centro ξ; e possiamo allora dire, in virtù dei risultati precedenti, che tanto è considerare la superficie fondamentale di φ_{xu}, quanto considerare la superficie luogo delle intersezioni delle quadriche di (T) colle corrispondenti rette di (P).

« L'equazione della superficie fondamentale di φ_{xu} si trova soddisfacendo insieme alle equazioni di polarità

$$\sigma x_i = \frac{\partial \varphi_{xu}}{\partial u_i} \quad (i = 1, \dots, 4)$$

ed all'equazione d'incidenza

$$u_x = 0\,;$$

ponendo perciò

$$\beta_i \gamma'_k - \beta'_i \gamma_k + \beta_k \gamma'_i - \beta'_k \gamma_i = A_{ik} \tag{3}$$

$$\delta_k r_x - \varepsilon_k q_x = h_x^{(k)} \tag{4}$$

per tutti i valori di i, k da 1 a 4, tale equazione sarà:

$$\begin{vmatrix} A_{11}p_x+\alpha_1 h_x^{(1)}+\alpha_1 h_x^{(1)} & A_{12}p_x+\alpha_2 h_x^{(1)}+\alpha_1 h_x^{(2)} & A_{13}p_x+\alpha_3 h_x^{(1)}+\alpha_1 h_x^{(3)} & A_{14}p_x+\alpha_4 h_x^{(1)}+\alpha_1 h_x^{(4)} & x_1 \\ A_{21}p_x+\alpha_1 h_x^{(2)}+\alpha_2 h_x^{(1)} & A_{22}p_x+\alpha_2 h_x^{(2)}+\alpha_2 h_x^{(3)} & A_{23}p_x+\alpha_3 h_x^{(2)}+\alpha_2 h_x^{(3)} & A_{24}p_x+\alpha_4 h_x^{(2)}+\alpha_2 h_x^{(4)} & x_2 \\ A_{31}p_x+\alpha_1 h_x^{(3)}+\alpha_3 h_x^{(1)} & A_{32}p_x+\alpha_2 h_x^{(3)}+\alpha_3 h_x^{(3)} & A_{33}p_x+\alpha_3 h_x^{(3)}+\alpha_3 h_x^{(3)} & A_{34}p_x+\alpha_4 h_x^{(3)}+\alpha_3 h_x^{(4)} & x_3 \\ A_{41}p_x+\alpha_1 h_x^{(4)}+\alpha_4 h_x^{(1)} & A_{42}p_x+\alpha_2 h_x^{(4)}+\alpha_4 h_x^{(2)} & A_{34}p_x+\alpha_3 h_x^{(4)}+\alpha_4 h_x^{(3)} & A_{44}p_x+\alpha_4 h_x^{(4)}+\alpha_4 h_x^{(4)} & x_4 \\ x_2 & x_2 & x_3 & x_4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \tag{5}$$

« Questa è del 5° grado, ma è facile vedere che da essa si stacca il fattore $p_x = 0$. Ponendo, in fatti, $p_x = 0$ tale equazione dà identicamente:

$$\Sigma \mathfrak{H}_{ik}\, x_i\, x_k = 0$$

ove $\mathfrak{H}_{ik}$ è il minore complementare dell'elemento $\alpha_i h_x^{(k)} + \alpha_k h_k^{(i)}$ nel determinante $|\alpha_i h_x^{(k)} + \alpha_k h_x^{(i)}|$, poichè è identicamente:

$$\mathfrak{H}_{ik} = (-1)^{i+k} \begin{vmatrix} \alpha_a h_x^{(b)} + \alpha_b h_x^{(a)} & \alpha_e h_x^{(b)} + \alpha_b h_x^{(e)} & \alpha_f h_x^{(b)} + \alpha_b h_x^{(f)} \\ \alpha_a h_x^{(c)} + \alpha_c h_x^{(a)} & \alpha_e h_x^{(c)} + \alpha_c h_x^{(e)} & \alpha_f h_x^{(c)} + \alpha_c h_x^{(f)} \\ \alpha_a h_x^{(d)} + \alpha_d h_x^{(a)} & \alpha_e h_x^{(d)} + \alpha_d h_x^{(e)} & \alpha_f h_x^{(d)} + \alpha_d h_x^{(f)} \end{vmatrix} = 0$$

iaef, *kbcd* essendo due permutazioni qualunque dei numeri 1, ..., 4 (1). L'equazione residuale assume la forma

$$\mathfrak{D} \cdot p_x^2 + \mathfrak{G} \cdot p_x + \mathfrak{F} = 0\,;$$

e questa rappresenta perciò una superficie del 4° ordine con un punto doppio in P, poichè le coordinate ξ_i di P, mentre annullano p_x, annullano a

(1) La proprietà che dalla (5) si stacca il piano $p_x = 0$ risulta, del resto, anche dal ragionamento seguente. Per mezzo della (1) al piano $p_x = 0$ corrispondono tutti i piani delle due stelle $u_\alpha = 0$, $r_x u_\delta - q_x u_\varepsilon = 0$, la prima delle quali è fissa, e la seconda ha il centro variabile, su r, con x; ogni retta di E taglia perciò $p_x = 0$ in un punto che può essere assunto come punto della superficie fondamentale di φ_{xu}; da cui segue la verità dell'asserto.

1° grado $\mathfrak{E}$ ed a 2° grado $\mathfrak{F}$. Vedremo subito che questa superficie possiede una conica doppia.

§ II.

« 2. Poichè prendendo tre punti a_i, b_i, c_i $(i = 1, \dots, 4)$ sulle tre costole $\overline{qr}$, $\overline{rp}$, $\overline{pq}$ del triedro dei piani $p_x = 0$, $q_x = 0$, $r_x = 0$ si ha

$$p_x \equiv (bc\xi x) = \mathfrak{J}_1\,, \quad q_x \equiv (ca\xi x) = \mathfrak{J}_2\,, \quad r_x \equiv (ab\xi x) = \mathfrak{J}_3\,,$$

noi possiamo nell'equazione (5), e, quindi, per ciò stesso nell'equazione (7), al posto delle p_x, q_x, r_x sostituire ordinatamente $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, $\mathfrak{J}_3$. Rimpiazzando allora anche le $x_1, \dots, x_4$ con le $u_1, \dots, u_4$, con che le $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{F}$ diventano di 0°, 1°, 2° grado nelle $\mathfrak{J}$, e di 2° grado nelle u, l'equazione (7) fornisce l'equazione:

$$\mathrm{D} \,.\, \mathfrak{J}_1^2 + \mathrm{E} \,.\, \mathfrak{J}_1 + \mathrm{F} = 0 \tag{8}$$

dove le D, E, F sono le $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{F}$ di prima modificate nel modo detto. Ne segue, non tenendo più fisso ora il punto ξ_i, ma considerando la (8) come un'equazione fra le u e le coordinate della retta $\overline{\xi x}$ che appariscono nella (8) per le sostituzioni

$$\mathfrak{J}_1 = \Sigma\,(bc)_{ik}\,p_{lm}\,, \quad \mathfrak{J}_2 = \Sigma\,(ca)_{ik}\,p_{lm}\,, \quad \mathfrak{J}_3 = \Sigma\,(ab)_{ik}\,p_{lm}\,, \tag{α}$$

che la (8) medesima rappresenta un connesso piano-retta (2, 2). Prendendo, rispetto a questo connesso, e rispetto alla quadrica

$$\sum_1^4 x_i^2 = 0 \tag{9}$$

la superficie polare congiunta, siccome le u della (8) devono venire rimpiazzate con le x corrispondenti, si ricadrà sull'equazione (7), che noi ora manterremo scritta nella forma

$$\mathfrak{D} \,.\, \mathfrak{J}_1^2 + \mathfrak{E} \,.\, \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{F} = 0. \tag{7'}$$

« Ne concludiamo che la superficie del 4° ordine data dalla (7), oltre ad essere fondamentale pel connesso (1) ed al provenire per mezzo della rete (T) e della (P) proiettivamente ad essa riferita, proviene anche come superficie polare congiunta rispetto al connesso (8) ed alla quadrica (9).

« Segue da questo che il luogo delle tangenti in P alla superficie ha per equazione la stessa equazione (7′) quando, cambiando le x nelle ξ, e viceversa, si mantengono fisse le ξ e variabili le x. Questo luogo si compone di una coppia di piani, in generale distinti, poichè è zero, coi suoi minori del 3° ordine, e non con quelli del 2°, il determinante delle 4 equazioni lineari:

$$(2\mathfrak{D}\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{E})\frac{\partial \mathfrak{J}_1}{\partial x_i} + \mathfrak{J}_1 \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, 4).$$

« Il punto P ha, dunque, una coppia di piani polari congiunti; e poichè una superficie polare congiunta è luogo di punti i cui coni polari congiunti passano pel punto, sulla superficie esisterà un luogo di punti le cui coppie

di piani congiunti passano tutte per P; e questo luogo è una conica poichè le rette comuni ai piani delle diverse coppie sono in un piano. *La superficie del 4° ordine che stiamo studiando è*, adunque, *a conica doppia.*— Questa proprietà risulta, del resto, anche dalla relazione proiettiva fra le rette di (P) e le quadriche di (T); poichè, essendo a base di (T) una sviluppabile decomposta (E) + (r), di (T) fanno parte tutti i piani di (r) ciascuno considerato come doppio. Trovando, perciò, le rette di (P) che corrispondono ai piani di (r) nella (T) $\overline{\wedge}$ (P), queste saranno anch'esse in un piano, e ciascuna incontrerà il piano corrispondente in un punto, che, come ritroveremo in base ad altre considerazioni, è doppio per la superficie e genera una conica che passa per P ed è appoggiata ad r.

§ III.

« 3. La equazione (1), può essere scritta nella forma

$$\mathfrak{J}_1 (u_\beta u_{\gamma'} - u_{\beta'} u_\gamma) + \mathfrak{J}_2 (u_\alpha u_\gamma - u_\alpha u_{\gamma'}) + \mathfrak{J}_3 (u_\alpha u_{\beta'} - u_\alpha u_\beta) = 0; \quad (1')$$

ne segue che, tanto è considerare il connesso φ_{xu}, quanto considerare il sistema simultaneo delle equazioni

$$\left.\begin{aligned} (\sigma) &\equiv \lambda u_\alpha + \mu u_\beta + \nu u_\gamma = 0 \\ (\sigma') &\equiv \lambda u_\alpha + \mu u_{\beta'} + \nu u_{\gamma'} = 0 \\ (\mathrm{P}) &\equiv \lambda \mathfrak{J}_1 + \mu \mathfrak{J}_2 + \nu \mathfrak{J}_3 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

ove λ, μ, ν sono parametri variabili; cioè, le scambievoli relazioni poste per mezzo della (1) o (1') fra le x e le u sono le medesime di quelle poste dalla simultaneità delle equazioni (10) per tutte le possibili terne di valori delle λ, μ, ν. — Ora, le (10) definiscono un'omografia Ω fra i piani (σ), (σ') ed una reciprocità R fra questi piani e la stella (P); la Ω ha un punto unito in $\mathrm{E} \equiv u_\alpha = 0$, senza avere unita la retta $\sigma\sigma' \equiv s \equiv t'$, ed i piani che congiungono rette corrispondenti in Ω sono precisamente i piani del fascio di 2° ordine (E), e quelli del fascio di 1° ordine (r). Quelle congiunte dai piani di (E) passano per E, e sono punteggiate prospettivamente, il centro di prospettiva essendo su r; quelle congiunte dai piani di (r) passano, in vece, pei punti $r.(\sigma, \sigma') \equiv \mathrm{S}, \mathrm{S}'$, e fra esse non sono punteggiate prospettivamente che le ES, ES'. I piani σ, σ' di (E) congiungono le rette tt', ss' i cui centri di prospettiva sono ordinatamente S, S'. — La reciprocità R è generale.

« Per mezzo di Ω è individuato un sistema di rette del 2° ordine e 1ª classe Γ, i cui iperboloidi sono gli iperboloidi del connesso φ_{xu}, e contengono tutti per direttrice la r. Prendendo uno di questi, e prendendo la retta che per mezzo di (T) $\overline{\wedge}$ (P) gli corrisponde in (P), per questa retta passeranno due piani i quali corrispondono in R ai punti di (σ), (σ') nei quali σ, σ' vengono tagliati dai raggi di Γ che sono generatrici dell'iperboloide, e passano pei suoi punti d'incontro colla retta. Un punto, dunque, della superficie del 4° ordine che stiamo studiando, si trova anche alla intersezione di un raggio di Γ, e del piano che per mezzo di Ω ed R gli viene a corri-

spondere in (P); vale a dire che noi possiamo dare l'enunciato seguente: Oltre ai precedenti modi di generazione, la superficie ne ammette un quarto: essa può essere costruita come luogo delle intersezioni degli elementi corrispondenti di un sistema di rette di 2° ordine e 1ª classe e di una stella di piani ad esso proiettivamente riferita.

« Quest'ultimo modo di generazione conduce subito a varie interessanti conseguenze, di cui ne metteremo in rilievo qualcuna nel paragrafo seguente.

§ IV.

« 4. Su un raggio di Ω un punto ha per coordinate espressioni della forma:

$$z_i \equiv \lambda\alpha_i(\varrho+\varrho') + \mu(\varrho\beta_i+\varrho'\beta_i') + \nu(\varrho\gamma_i+\varrho'\gamma'_i) \qquad (11)$$
$$(i=1,\dots,4)$$

perciò, se s' indica con M_χ l' invariante simultaneo della retta $\overline{\xi\chi}$ $(\chi\equiv\alpha,\beta,\gamma)$ e della retta $M\equiv(A\equiv bc, B\equiv ca, C\equiv ab)$, e si pone

$$\mathfrak{F} = A_\alpha.\lambda^2+B_\beta.\mu^2+C_\gamma.\nu^2+(A_\beta+B_\alpha)\lambda\mu+(B_\gamma+C_\beta)\mu\nu+(C_\alpha+A_\gamma)\nu\lambda$$
$$\mathfrak{F}' = A_\alpha.\lambda^2+B_{\beta'}.\mu^2+C_{\gamma'}.\nu^2+(A_{\beta'}+B_\alpha)\lambda\mu+(B_{\gamma'}+C_{\beta'})\mu\nu+(C_\alpha+A_{\gamma'})\nu\lambda$$
$$\mathfrak{G} = B_\delta.\mu^2+C_\varepsilon.\nu^2+A_\delta.\lambda\mu+(B_\varepsilon+C_\delta)\mu\nu+A_\varepsilon.\nu\lambda$$

sulla superficie, indipendentemente da ϱ, ϱ' si avrà:

$$z_i \equiv \lambda\alpha_i.\mathfrak{G}+(\mu\beta_i+\nu\gamma_i)\mathfrak{F}'-(\mu\beta_i+\nu\gamma_i')\mathfrak{F} \qquad (12)$$
$$(i=1,\dots,4)$$

epperò sono queste le formule della rappresentazione parametrica della superficie. — Da esse si vede che, interpretando le λ, μ, ν come coordinate di un punto sul piano σ, p. e., la superficie è rappresentata su questo piano dal sistema lineare ∞^3 delle cubiche

$$\lambda u_\alpha.\mathfrak{G}+(\mu u_\beta+\nu u_\gamma)\mathfrak{F}'-(\mu u_{\beta'}+\nu u_{\gamma'})\mathfrak{F}=0$$

ove $u_1,\dots,u_4$ sono le coordinate di un piano secante la superficie.

« Queste cubiche hanno a comune i 4 punti $\mathfrak{F}=0$, $\mathfrak{F}'=0$, che indicheremo con $A_1,\dots,A_4$ ed il punto $\mu=0$, $\nu=0$, cioè E; e la conica di questi 5 punti è precisamente la

$$\mathfrak{G}=0. \qquad (14)$$

« Se fra i piani secanti la superficie si scelgono quelli per cui

$$u_\beta = u_{\beta'} \qquad u_\gamma = u_{\gamma'} \qquad (15)$$

cioè quelli della retta r, allora le immagini delle sezioni fatte da questi piani hanno per equazione

$$(\lambda u_\alpha+\mu u_\beta+\nu u_\gamma).\mathfrak{G}=0$$

cioè la conica (14) ed il fascio delle rette

$$\left.\begin{aligned}\lambda u_\alpha+\mu u_\beta+\nu u_\gamma&=0\\ u_\delta&=0\\ u_\varepsilon&=0\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

che è quello di centro S. La conica (14) rappresenta un luogo fisso sulla superficie e sulle sezioni fatte coi piani di r. Si ha dunque che la retta r è sulla superficie ed è rappresentata dalla conica $\mathfrak{G}=0$. Questo fatto si può, del resto (e giova il farlo) far risultare più immediatamente dalle formule (12). Per un punto (λ, μ, ν) percorrente la conica $\mathfrak{G}=0$ si ha $\mathfrak{F}=\mathfrak{F}'$, epperò pel punto di cui esso è l'immagine si ha:

$$z_i = (\mu\delta_i + \nu\varepsilon_i).\mathfrak{F} \quad (i=1,\ldots,4).$$

« Siccome qui $\mathfrak{F}$ funziona da fattore di proporzionalità, si ha addirittura

$$z_i \equiv \mu\delta_i + \nu\varepsilon_i \qquad (i=1,\ldots,4)$$

e queste sono le equazioni della retta r, perchè r è la retta dei punti δ_i, ε_i, siccome risulta dalle (15).

« 5. Scriviamo più comodamente le equazioni delle rette date dalle (16), utilizzando la (17). Un punto di r è su σ se i due parametri omogenei μ, ν soddisfanno alla condizione

$$\mu.(\alpha\beta\gamma\delta) + \nu.(\alpha\beta\gamma\varepsilon) = 0$$

cioè se

$$\mu = (\alpha\beta\gamma\varepsilon) = (\alpha\beta\gamma\gamma'), \quad \nu = -(\alpha\beta\gamma\delta) = -(\alpha\beta\gamma\beta') = (\alpha\beta\beta'\gamma).$$

« Si avranno perciò, per coordinate di S le espressioni

$$z_i \equiv \delta_i(\alpha\beta\gamma\gamma') + \varepsilon_i(\alpha\beta\beta'\gamma) \qquad (i=1,\ldots,4) \tag{18}$$

ed in modo analogo, ma queste ora a noi non occorrono, per coordinate di S' le espressioni $z'_i \equiv \delta_i(\alpha\beta'\gamma'\gamma) + \varepsilon_i(\alpha\beta'\beta\gamma')$ $(i=1,\ldots,4)$. Introducendo, quindi, due quaterne arbitrarie di numeri ϱ_i, τ_i, ma fissi [1], col porre

$$\begin{aligned} \lambda(\delta\varepsilon\alpha\varrho) + \mu(\delta\varepsilon\beta\varrho) + \nu(\delta\varepsilon\gamma\varrho) &= \vartheta_\lambda \\ \lambda(\delta\varepsilon\alpha\tau) + \mu(\delta\varepsilon\beta\tau) + \nu(\delta\varepsilon\gamma\tau) &= \chi_\lambda \end{aligned} \tag{19}$$

l'equazione del fascio di rette in quistione sarà:

$$\theta_1\,\vartheta_\lambda + \theta_2\,\chi_\lambda = 0$$

$\theta_1:\theta_2$ essendo parametro variabile colle rette del fascio. — Si ha da ciò che, se si pone

$$s_1:s_2:s_3 = \left\| \begin{matrix} (\delta\varepsilon\alpha\varrho) & (\delta\varepsilon\beta\varrho) & (\delta\varepsilon\gamma\varrho) \\ (\delta\varepsilon\alpha\tau) & (\delta\varepsilon\beta\tau) & (\delta\varepsilon\gamma\tau) \end{matrix} \right\| \equiv \left\| \begin{matrix} (\alpha\beta\beta'\varepsilon) & 0 & -(\beta\gamma\gamma'\delta) \\ -(\alpha\gamma\gamma'\delta) & (\beta\gamma\beta'\gamma') & 0 \end{matrix} \right\| \tag{20}$$

e poi anche:

$$c_i = s_1 p_i + s_2 q_i + c_3 r_i \qquad (i=1,\ldots,4)$$

l'equazione della immagine della conica doppia sarà

$$\lambda c_\alpha.\mathfrak{G}_0 + (\mu c_\beta + \nu c_\gamma).\mathfrak{F}'_0 - (\mu c_{\beta'} + \nu c_{\gamma'})\mathfrak{F}_0 = 0 \tag{21}$$

da cui si vede che una tale immagine è una cubica che passa per S, poichè si ha identicamente

$$s_1 c_\alpha \mathfrak{G}_0 + (s_2 c_\beta + s_3 c_\gamma)\mathfrak{F}'_0 - (s_2 c_{\beta'} + s_3 c_{\gamma'})\mathfrak{F}_0 = 0$$

[1] Invece di ϱ_i e τ_i qualunque si possono pure prendere β_i, γ_i; β_i, γ'_i; β'_i, γ_i; β'_i, γ'_i, ma non β_i, β'_i; γ_i, γ'_i. Allora, in vece delle (19) si presentano, p. e., le $\lambda(\alpha\beta\beta'\varepsilon) - \nu(\beta\gamma\gamma'\delta) = 0$, $-\lambda(\alpha\gamma\gamma'\delta) + \mu(\beta\gamma\beta'\gamma') = 0$.

ove $\mathfrak{G}_0$, $\mathfrak{F}_0$, $\mathfrak{F}'_0$ sono ciò che diventano le $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}'$ per $\lambda:\mu:\nu = s_1:s_2:s_3$; e che appartiene al sistema lineare rappresentativo [1].

§ V.

« 6. L'equazione del piano che contiene la conica doppia è

$$s_1 \mathfrak{F}_1 + s_2 \mathfrak{F}_2 + s_3 \mathfrak{F}_3 = 0 \tag{22}$$

« Ne segue che, chiamando retta polare congiunta di P la retta intersezione dei piani tangenti in P alla superficie, il luogo delle rette polari congiunte dei diversi punti dello spazio è il complesso lineare speciale rappresentato dalla (22) nella quale siano state fatte le sostituzioni (α).

« Dicendo m l'asse di un tal complesso, i piani delle coniche doppie delle diverse superficie del 4° ordine corrispondenti ai diversi punti dello spazio passano tutte per m, e ciò conduce a trovare una rappresentazione prospettica semplice del complesso lineare speciale sui punti dello spazio ordinario, rappresentazione di cui noi ora scriveremo soltanto le formole.

« 7. Una retta per P è tangente in P alla superficie se delle due intersezioni che essa ha ulteriormente a comune colla superficie una cade ancora in P. Ne segue che il luogo di tutte le tangenti in P è la coppia dei piani che per mezzo della relazione $\Omega \overline{\wedge}$ (P) corrispondono ai due raggi di Ω uscenti da P. Per i raggi uscenti da un punto qualunque y_i si deve risolvere l'equazione [2]:

$$\begin{gathered}(y\alpha\beta\gamma) + \{(y\alpha\beta\gamma') + (y\alpha\beta'\gamma) + (y\alpha\beta\gamma)\}\varrho + \\ + \{(y\alpha\beta'\gamma) + (y\alpha\beta\gamma') + (y\alpha\beta\gamma')\}\varrho^2 + (y\alpha\beta'\gamma')\varrho^3 = \\ = (\varrho + 1)[(y\alpha\beta'\gamma')\varrho^2 + \{(\alpha\beta'\gamma) + (y\alpha\beta\gamma')\}\varrho + (y\alpha\beta\gamma)] = 0\end{gathered}$$

dalla quale bisogna escludere la radice $\varrho = -1$ che dà il raggio yE, che non appartiene ad Ω. Pel caso nostro si deve dunque risolvere l'equazione:

$$(\xi\alpha\beta'\gamma')\varrho^2 + \{(\xi\alpha\beta'\gamma) + (\xi\alpha\beta\gamma')\}\varrho + (\xi\alpha\beta\gamma) = 0 \tag{23}$$

« Dette ϱ_1, ϱ_2 le radici di questa equazione, e ricorrendo alle (12) si devono cavare $\sigma:\lambda:\mu:\nu$ dalle

$$\begin{gathered}\sigma\xi_i = \alpha_i(1 + \varrho_k)\lambda + (\beta_i + \varrho_k\beta'_i)\mu + (\gamma_i + \varrho_k\gamma'_i)\nu \\ (i = 1, \dots, 4; \quad k = 1, 2).\end{gathered}$$

« Indicando con $\lambda_1:\mu_1:\nu_1$, $\lambda_2:\mu_2:\nu_2$ le due terne di valori che si cavano per $\lambda:\mu:\nu$ corrispondentemente a $\varrho_k = \varrho_1, \varrho_2$, la retta polare congiunta di P sarà la retta comune ai piani di equazioni:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1 p_x + \mu_1 q_x + \nu_1 r_x = 0 \\ \lambda_2 p_x + \mu_2 q_x + \nu_2 r_x = 0\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

[1] Vedi, p. e., Clebsch, *Ueber eine Gattunge* etc. Crelle, an. 1868.

[2] Cfr. la mia Nota « *Sulla sup. del 5° ord. dotata di curva doppia del 5° ordine* ». Questi Rend. settembre 1890.

cioè, posto

$$v_i = \lambda_1 p_i + \mu_1 q_i + \nu_1 r_i \,; \qquad w_i = \lambda_2 p_i + \mu_2 q_i + \nu_2 r_i$$

la retta di coordinate

$$p_{ik} \equiv v_l w_m - v_m w_l \qquad (i\,,k\,,l\,,m = 1\,,\dots,4)$$

ovvero, siccome

$$v_i w_k - v_k w_i = (pq)_{ik}\,(\lambda\mu)_{12} + (qr)_{ik}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{ik}\,(\nu\lambda)_{12}$$

la retta di coordinate

$$\begin{aligned}
p_{12} &\equiv (pq)_{34}\,(\lambda\mu)_{12} + (qr)_{34}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{34}\,(\nu\lambda)_{12}\\
p_{23} &\equiv (pq)_{14}\,(\lambda\mu)_{12} + (qr)_{14}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{14}\,(\nu\lambda)_{12}\\
p_{31} &\equiv (pq)_{24}\,(\lambda\mu)_{12} + (qr)_{24}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{24}\,(\nu\lambda)_{12}\\
p_{14} &\equiv (pq)_{23}\,(\lambda\mu)_{12} + (qr)_{23}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{23}\,(\nu\lambda)_{12}\\
p_{24} &\equiv (pq)_{31}\,(\nu\mu)_{12} + (qr)_{31}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{31}\,(\nu\lambda)_{12}\\
p_{34} &\equiv (pq)_{12}\,(\lambda\mu)_{12} + (qr)_{12}\,(\mu\nu)_{12} + (rp)_{12}\,(\nu\lambda)_{12}\,;
\end{aligned}$$

e sono queste le formule della rappresentazione prospettica suaccennata.

« Le $(\lambda\mu)_{12}$, $(\mu\nu)_{12}$, $(\nu\lambda)_{12}$ sono del 2° grado nelle ξ_i, per cui si vede che le punteggiate sono immagini di iperboloidi, ed i piani immagini di sistemi di 2° ordine e 1ª classe.

« Dalla equazione (23) si cava anche una conseguenza che dà nello stesso tempo i punti di una conica doppia dove i piani tangenti coincidono (*points-pinces*), e l'equazione punctuale del cono di Kummer, di vertice E, comune a tutte le superficie corrispondenti a tutti i punti dello spazio [1]. Infatti, coincidono i piani (24) se coincidono le 2 radici della (23); cioè, geometricamente, se pel punto ξ passano due raggi coincidenti di Ω, epperò se ξ è preso sul cono di Kummer (E). Ora ciò richiede che si abbia, visto il diverso modo come possono essere scritti i coefficienti della (23):

$$\{\Sigma\,[(\beta\gamma')_{lm} + (\beta'\gamma)_{lm}]\,.\,(\xi\alpha)_{ik}\}^2 - 4\,.\,\Sigma\,(\beta\gamma)_{lm}\,(\xi\alpha)_{ik}\,.\,\Sigma\,(\beta'\gamma')_{lm}\,.\,(\xi\alpha)_{ik} = 0$$
$$(i\,,k\,,l\,,m = 1\,,\dots,4)\,;$$

e perciò è questa l'equazione di [E] ».

Matematica. — *Sopra un sistema di rette (3, 4).* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Che i *points-pinces* di una delle superficie del 4° ordine siano sul cono di Kummer [E], risulta, del resto, dal modo come, per mezzo della costruzione data nel § III, si passa da un punto della conica doppia alle sue immagini sulla cubica (21). In fatti, detto M il punto preso, si traccerà il piano rM, e dentro di esso, che contiene una conica di raggi del sistema Ω, si cercheranno quelli che passano per M: i loro punti d'incontro col piano σ saranno le immagini di M. Segue da ciò che queste immagini sono allineate con S, e che, se M è uno dei punti comuni alla conica doppia ed al cono (E), i due raggi di Ω sopra nominati si confondono, e si confondono anche le immagini di M in uno dei punti di contatto delle tangenti condotte per S alla cubica (21). La precedente proprietà, del resto, che appartiene a tutti i coni di Kummer, si incontra anche, dimostrata per altra via, nella citata memoria di Zeuthen, ed in quella del sig. Berzolari. Cfr. anche Segre, l. c., n. 19.

Chimica. — *Dell'azione della fenilidrazina sull'etilencloridrina* [1]. Nota di Ugo Alvisi, presentata dal Corrisp. L. Balbiano.

« In una Nota presentata a questa Accademia nella seduta del 20 decembre 1891, dopo aver riferito il risultato dell'azione della fenilidrazina sulle dicloridrine e sulla tribromidrina della glicerina ordinaria, accennavo di studiare nello stesso senso il comportamento dell'etilencloridrina. Annunziavo a tal proposito di aver già ottenuta una sostanza gialla cristallina, che fondeva a 164° e si resinificava per azione a caldo dell'acido cloridrico ordinario. Mi è sembrato interessante riprendere lo studio di questa reazione, poichè, se si fosse potuto ottenere por tal via un composto a catena chiusa con due gruppi $\equiv CH$ e due atomi di azoto, esso avrebbe dovuto necessariamente contenere due gruppi imidici e quindi la reazione avrebbe dovuto procedere diversamente da quella che origina l'1-fenilpirrazolo. Già il prof. Balbiano [2] aveva tentata l'azione della fenilidrazina sull'ossido di etilene, ed aveva ottenuto un composto d'addizione assai instabile, probabilmente l'alcole fenilidrazinetilico $OH.CH^2 — CH^2 — N^2H^2C^6H^5$, sul quale non potè proseguire le ricerche poichè decomponevasi violentemente al calore.

« L'etilencloridina adoperata proveniva dalla fabbrica di Kahlbaum e fu purificata per distillazione, raccogliendo le porzioni bollenti tra 128°-131° (P.° = ebol. = 128° — Wurtz; 131° — Henry). Per un peso molecolare di etilencloridina feci reagire due p. m. di fenilidrazina, e adoperai precisamente le quantità seguenti:

Etilencloridrina	gr.	10
Fenilidrazina	»	27 (calc. 26,83)
Benzolo	c.c.	50 — 60

« Con quantità maggiori di mescolanza la reazione accade troppo violenta. Si fa bollire il miscuglio in apparecchio a ricadere, munito di tubo a sviluppo di gas, per circa tre ore. Dalla soluzione, divenuta rossastra o torbida, deponesi una sostanza bianca cristallina; svolgonsi, ammoniaca, che aumenta col procedere della reazione, e in ultimo poco gas azoto. Dopo addizione d'etere si lascia a sè il prodotto della reazione per 12 ore, poi si raccoglie su filtro la sostanza cristallina e lavasi con etere. Da quattro preparazioni uguali, cioè da gr. 40 di etilencloridrina, si ottengono così gr. 8,73 di questo prodotto, che viene accuratamente frazionato per cristallizzazione

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Roma.
[2] Gazz. Chim. It., vol. XVII, pag. 240.

dall'alcole assoluto, e si raccolgono tre porzioni che si comportano identicamente come costituite di cloridrato di fenilidrazina. Infatti dalla loro soluzione acquosa l'idrato potassico libera un olio, che riduce il liquido del Trommer, e gr. 0,2763 di cloridrato, seccato nel vuoto sull'acido solforico, svolsero c.c. 44,7 di azoto, misurati alla temperatura di 8°,1 ed alla pressione barometrica di 757 mm., quindi in 100 parti.

	trov.	calc. per $C^6H^5N^2H^3.Hl$
N	19,41	19,37

« Dalle soluzioni, donde era stato separato il cloridrato di fenilidrazina, si evaporò l'etere e la maggior parte del benzolo, quindi una alla volta vennero riscaldate a bagno di glicerina. Conviene innalzare lentamente la temperatura sino a 120°; riscaldando con rapidità ed a temperatura più alta la reazione accade con violenza e con grande formazione di resine. Appena distillato il benzolo, comincia uno sviluppo di gas e dal miscuglio, che diventa rosso-bruno, separasi una sostanza cristallina, svolgonsi acqua, ammoniaca e un gas, che, per liberarlo da' vapori di benzolo, fu poi fatto lentamente passare attraverso un tubo ripieno di truccioli di paraffina. Da tre preparazioni uguali si ottennero c.c. 3600, misurati alla temperatura di 15° ed alla pressione barometrica di 760 mm., di questo gas, che a tutte le reazioni negative risultò essere azoto; c.c. 2,5 del medesimo all'analisi eudiometrica rimasero inalterati. Così eseguita la reazione dura circa due ore, e quando non c'è più sviluppo di gas, s'innalza la temperatura fino a 140°. Si tratta il prodotto della reazione con etere e si lascia a sè 12 ore; separasi così una sostanza cristallina che si raccoglie su filtro e lavasi con etere. Da quattro preparazioni uguali si ottennero gr. 12 di questo cloridrato che fu accuratamente frazionato per cristallizzazione dall'alcole assoluto.

« Una prima porzione, che pesava gr. 10, insolubile nell'alcole assoluto, era costituita da cloruro d'ammonio.

« Infatti il cloroplatinato, seccato nel vuoto sull'acido solforico, diede all'analisi il seguente risultato:

gr. 0,2855 di sost. lasciarono dopo calcinazione gr. 0,1250 di platino, quindi in 100 parti.

	trov.	calc. per $(NH^4Cl)^2PtCl^4$
Pt	43,78	44,04

« La seconda e la terza porzione, solubili nell'alcole assoluto, erano costituite da cloridrato di anilina; infatti dalla soluzione acquosa l'idrato potassico separava un olio dell'odore dell'anilina e che dava la reazione di Hofmann per le amidi primarie.

« Il liquido distillato durante la reazione era costituito di gocciole acquose, di benzolo, di anilina e di poca etilencloridrina inalterata, che si

constatò per la precipitazione di $AgCl$ che dava lasciandola a sè con $AgNO^3$ e HNO^3.

« Le soluzioni eteree riunite, donde furono separati i cloridrati su descritti, si agitarono ripetutamente con una soluzione acquosa di acido ossalico al 10 °/₀, la quale determinò una precipitazione di sostanza cristallina, ridiscioglientesi per agitazione in molta acqua. Le acque ossaliche, contenenti anche un po' di etilencloridrina inalterata, concentrate a bagno-maria, filtrate dalle resine, furono addizionate di idrato sodico, che determinò la separazione di un olio, il quale venne estratto con etere. Distillato l'etere, si ottennero gr. 20 di questa sostanza, che fu sottoposta alla distillazione frazionata. Passò quasi interamente tra 180°-190° e rimasero indietro piccole quantità di un olio, che tendeva a solidificarsi e riduceva rapidamente il cloruro platinico: probabilmente qualcheduna di quelle basi complesse ottenute dal Wurtz (Bull. de la Soc. chim., nouv. ser., tom. XII, p. 190) per azione dell'anilina sull'etilencloridrina. La porzione 180°-190°, rettificata, bolliva a 181°-182°, ed era costituita di anilina. Infatti:

gr. 0,2901 del cloroplatinato di questa base, seccato sul cloruro di calcio, lasciarono dopo calcinazione gr. 0,0945 di platino, quindi in 100 parti:

	trov.	calc. per $(C^6H^5NH^2, HCl)^2PtCl^4$
Pt	32,57	32,83

« Dalla soluzione eterea, donde si separò l'anilina, venne eliminato l'etere e si ebbe per residuo un olio rosso bruno, che fu versato in un cristallizzatore. Ben presto si formò un magma cristallino, che fu raccolto su filtro, spremuto alla pompa ed asciugato tra carta. Si ottennero così gr. 20 di prodotto greggio, che si cristallizzò dall'etere, donde si depose in minute scaglie brillanti di un bel colore giallo d'oro e fondenti alla temperatura di 164°-165°,5. Dopo un'altra cristallizzazione dall'etere si ottenne la sostanza che fondeva bene a 169°-170°.

« Questo prodotto, insolubile nell'acqua e nella ligroina, solubile facilmente a caldo e poco a freddo nell'alcole e nel benzolo, umettato con alcole e addizionato di una soluzione acquosa di cloruro ferrico, riscaldando a bagno maria, assume una bella colorazione rosso-sangue, che è estratta dall'etere (reazione generale degli osazoni).

« All'analisi di C, N ed H si ebbero i seguenti risultati:

gr. 0,2124 di sostanza, seccata nel vuoto sul cloruro di calcio, svolsero c.c. 43 di N, misurati alla temperatura di 15° od alla pressione barometrica di 761 mm.

gr. 0,2211 svolsero c.c. 44 di N, misurati alla temp. di 10°,30 ed alla pressione barometrica di 757 mm.

gr. 0,2092 svolsero c.c. 41,9 di N, misurati alla temp. di 9°,2 ed alla pressione barometrica di 749,6 mm.

gr. 0,2756 di sost. diedero gr. 0,7143 di CO^2 e gr. 0,1540 di H^2O, quindi in 100 parti.

	trov.	
N = 23,66	— 23,66	— 23,68
C = 70,68		
H = 6,20		

« Un composto della formola $\begin{array}{l} CH = N - NH\,C^6H^5 \\ | \\ CH = N - NH\,C^6H^5 \end{array}$

richiede in 100 parti.

N = 23,53
C = 70,59
H = 5,88.

« Dai caratteri e dall'analisi risulta questa sostanza non essere altro che l'osazone ottenuto da E. Fischer (1) per l'azione della fenilidrazina sul gliossale e studiato da Max Pickel (2), e ottenuto dal Pinner (3) per azione della fenilidrazina sull'acido triclorolattico in presenza d'idrato sodico.

« Per conferma preparai il cloridrato come consiglia il Pickel, e l'ottenni in cristallini aranciati fondenti a 154°; determinai inoltre la grandezza molecolare col metodo ebulliscopico di E. Beckmann (4) servendomi del benzolo (costante = 26,7) come solvente:

Concentrazione.	Innalz. termometrico	Coeff. d'innalzamento	Peso molecolare
1,99	0,222	0,111	240 (Cal. 238)

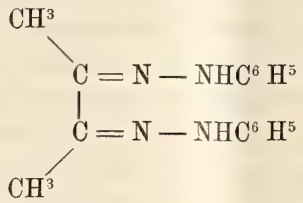
« Il liquido denso rosso-bruno, donde fu separato il gliossalosazone, fu sottoposto alla distillazione in corrente di vapor d'acqua, col quale passarono piccole quantità di un olio che dava le reazioni dell'anilina e quella indolica con legno d'abete ed acido cloridrico. Rimasero indietro gr. 10 di una resina peciosa che solidificò e venne separata per filtrazione dal liquido acquoso, il quale fu concentrato a bagno-maria. Ridotto a piccolo volume si separarono delle gocciole oleose brune, che vennero seccate nel vuoto sull'acido solforico. Quest'olio del peso di circa gr. 14 non era altro che etilencloridrina inalterata, poichè bolliva quasi interamente tra 127°-129° e precipitava lentamente con $AgNO^3$ in presenza di HNO^3.

« Si può quindi concludere che la reazione tra l'etilencloridrina e la fenilidrazina avvenga secondo la equazione seguente:

$$\begin{array}{l} CH^2\,Cl \\ | \\ CH^2\,OH \end{array} + 3C^6H^5N^2H^3 = C^6H^5N^2H^3 . HCl + 2H^2 + \begin{array}{l} CH = N - NHC^6H^5 \\ | \\ CN = N = NHC^6H^5 \end{array}$$

(1) Ber. 17-575.
(2) Liebig's Ann. 232-231.
(3) Ber. 17-2001.
(4) Zeit. für Phys. Chem. V, 4-543 e V, 6-457.

« Importa notare come il Fischer dal bromoetile per azione della fenilidrazina [1] oltre che al prodotto $C^6 H^5$, $N^2H^2 (C^2 H^5)_2 Br$, giunse ad un omologo del gliossalosazone e precisamente al composto



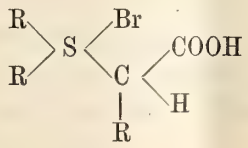
il quale fu anche ottenuto per azione della fenilidrazina sul diacetone corrispondente.

« Mi occuperò ora di studiare nell'istesso senso i derivati dell'amile ».

Chimica. — *Sopra alcune tetine isomere.* II. *Dimetil α e β propioniltetine* [2]. Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

« La presenza di un atomo o gruppo a funzione elettronegativa, residui acidi, ossidrile, alogeni, unito direttamente all'atomo di solfo nelle tetine e nelle solfine sembra condizione indispensabile alla tetravalenza dello solfo. Difatti fino ad ora non si è riusciti ad ottenere corpi dove le quattro valenze dello solfo fossero legate a quattro residui elettropositivi, idrogeno o residui alchilici. Io ho pensato di vedere se anche il carbossile delle tetine avesse un identico ufficio. Se cioè l'allontanarsi maggiormente del carbossile dall'atomo di solfo indebolisse l'affinità col carbonio e l'edificio molecolare fosse incapace d'esistere.

« Si presentava inoltre il caso di vedere se quando l'alogeno si trova in acidi a più di due atomi di carbonio e in posizione α si formassero dei corpi che, per analogia, io continuerò a chiamare tetine. Ed in questo caso si avrebbe la possibilità di avere nella molecola un atomo di carbonio asimmetrico:



« Per questo scopo feci reagire gli acidi α e β bromo propionici sul solfuro di metile.

(1) Ber. 11-613.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Padova.

Dimetil α propioniltetina.

« Quantità equimolecolari di acido α bromopropionico e di solfuro di metile vennero posti in un matraccio alla temperatura ordinaria e lasciati in riposo per due giorni. Da principio l'acido α bromopropionico si scioglie nel solfuro di metile senza alcun indizio di reazione; poi si intorbida e dopo due giorni si vede deposta in fondo al recipiente una sostanza sciropposa, densa, incolora. Decantato il liquido sovrastante, dal quale si depone col riposo nuova sostanza, si aggiunge alla massa così formatasi dell'etere anidro. Dopo qualche giorno cristallizza; si lava con etere anidro, si comprime rapidamente tra carta; si scioglie nella minor quantità possibile d'alcool assoluto e freddo e si precipita con etere anidro.

« Se i solventi sono anidri si vede in breve cristallizzare in tavole rettangolari con smussature parallele, e affatto diverse dai cristalli osservati per il bromuro di metiletiltetina. Le osservazioni al microscopio vennero fatte sotto l'etere anidro per la grandissima deliquescenza della sostanza.

« Fonde scomponendosi a 84°-85° come quello di metiletiltetina.

« All'analisi ebbi da

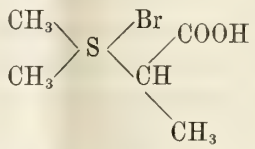
I gr. 0,6117 di sostanza gr. 0,3883 di bromuro d'argento
II gr. 0,4294 » gr. 0,4309 di CO_2 e gr. 0,2010 di H_2O
III gr. 0,3764 » gr. 0,3862 di CO_2 e gr. 0,1856 di H_2O

« Per 100 dunque:

	I	II	III	calcolato per $C_5H_{11}SO_2Br$
Br =	37,18	—	—	37,20
C =	—	27,34	27,93	27,90
H =	—	5,20	5,47	5,11

« Questa sostanza è dunque il bromuro della dimetil α propioniltetina isomero a quello di etilmetiltetina precedentemente descritto.

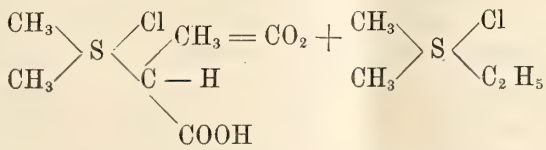
« La sua formola sarebbe:



« Anche questo bromuro trovasi dissociato in soluzione e si comporta in modo perfettamente analogo all'altro, come lo dimostrano gli abbassamenti molecolari di alcune soluzioni acquose delle quali determinai il punto di congelazione:

concentrazione	abbass. term.	coeff. d'abbass.	abbass. molec.
0,796	0,18	0,226	48,5
0,936	0,22	0,235	50,5
1,661	0,37	0,228	47,94
2,660	0,56	0,210	45,15

« Questa tetina al pari dell'altra dà un cloroplatinato ben definito. Lo si ottiene nel solito modo trasformando il bromuro in cloruro per mezzo del cloruro d'argento, indi precipitandolo con cloruro di platino dalla sua soluzione alcoolica eterea. In questa precipitazione è bene procedere frazionatamente, perchè, come vedremo, in seguito al riscaldamento del cloruro, durante la sua preparazione dal bromuro, e durante l'evaporazione dell'acqua solvente, avviene una parziale trasformazione della dimetil-α-propioniltetina in dimetiletilsolfina secondo l'equazione:



« La separazione del cloroplatinato di solfina, oltre che per precipitazione frazionata, si fa bene anche dalla soluzione acquosa; dalla quale il primo a deporsi è il cloroplatinato di solfina, mentre il cloroplatinato della tetina è solubilissimo nell'acqua e per ottenerlo ben cristallizzato è più conveniente usare l'acqua alcoolica come solvente. Separati così i due cloroplatinati, all'analisi la porzione meno solubile diede:
da gr. 0,2545 di cloroplatinato gr. 0,0842 di platino.

« Per 100:

	calcolato per $((CH_3)_2\ C_2\ H_5\ SCl)_2\ Pt\ Cl_4$
Pt = 33,08	32,93

« Talvolta assieme alla dimetiletilsolfina si forma della trimetilsolfina e all'analisi si hanno numeri intermedî. Contemporaneamente si osservano le forme, cubi ottaedri, caratteristiche del cloroplatinato di trimetilsolfina:
gr. 0,3471 di sostanza dettero gr. 0,1174 del platino.

« Cioè per 100:

	calcolato per $((CH_3)_2\ SC_2\ H_5\ Cl))_2\ Pt\ Cl_4$	per $((CH_3)_3\ SCl)_2\ Pt\ Cl_4$
Pt = 33,82	32,93	34,58

« La parte meno solubile che è il vero cloroplatinato di dimetil α propioniltetina cristallizza difficilmente. Rammollisce già sotto i 70° e fonde a 105°-106°; carattere notevole che lo distingue dal suo isomero. Contiene due molecole d'acqua di cristallizzazione che non perde che difficilmente restando a lungo nel vuoto sull'acido solforico.

« La sostanza semplicemente seccata all'aria, all'analisi diede:

I	da gr. 0,3141	di cloroplatinato	gr. 0,0854	di platino
II	» 0,3208	»	gr. 0,0872	»
III	» 0,4584	»	gr. 0,1251	»
IV	» 0,3221	»	gr. 0,0877	»

e cioè per 100:

I	II	III	IV	calcolato per $(C_5 H_{11} SO_2 Cl)_2 Pt Cl_4 . 2H_2 O$
27,18	27,21	27,28	27,22	27,20

« La sostanza seccata nel vuoto sull'acido solforico diede:

I da gr. 0,3152 di sostanza gr. 0,0896 di platino

II » 0,6713 » gr. 0,2042 di $H_2 O$ e gr. 0,4430 di CO_2

« Per cento si ha:

I	II	calcolato per $(C_5 H_{11} SO_2 Cl)_2 Pt Cl_4$
Pt = 28,42	—	28,65
C = —	17,99	17,72
H = —	3,37	3,24

« Ripetei sopra il bromuro di dimetil α propioniltetina il trattamento con ossido d'argento umido, come avevo già fatto per il bromuro di metiletiltetina. Anche qui dovetti usare le stesse precauzioni descritte, ed ottenni gli stessi risultati, cioè quelli di avere non l'idrato, ma l'anidride. È questa una sostanza bianca, neutra al tornasole, deliquescentissima. L'analisi presenta le stesse difficoltà accennate per l'anidride della metiletiltetina.

« Eccone i risultati:

gr. 0,3543 di sostanza diedero gr. 0,5670 di CO_2 e gr. 0,2348 di $H_2 O$

» 0,1543 » » gr. 0,2522 di CO_2 e gr. 0,1030 di $H_2 O$

« Per 100 si ha:

I	II	calcolato per $C_5 H_{10} SO_2$
C = 43,93	44,52	44,77
H = 7,64	7,40	7,46

« Ho tentato anche per questo composto di vedere se col metodo crioscopico si potesse determinare il peso molecolare, e avere così un po' più di luce su questi corpi. Usai l'acqua come solvente

concentrazione	abbass. term.	coeff. d'abbass.	abbass. molec. per $C_5 H_{10} SO_2$
0,930	0,14	0,150	20,1
1,337	0,20	0,149	19,9
1,880	0,28	0,149	19,9
2,614	0,39	0,149	19,9

« I risultati crioscopici conducono alla formola semplice $C_5 H_{10} SO_2$: quest'anidride si comporta come quella della metiletiltetina (vedi Nota precedente) ed ho perciò creduto inutile di fare altre determinazioni sul suo peso molecolare.

« È anche interessante osservare come qui non si abbia dissociazione, mentre nel bromuro la dissociazione era così forte da avvicinarsi al triplo

dell'abbassamento molecolare normale. Indizio che molto probabilmente esso trovavasi dissociato in H, Br e idrato di tetina.

Dimetil β propioniltetina.

« Ho fatto reagire l'acido β bromopropionico sul solfuro di metile. La reazione in questo caso non avviene subito nè spontaneamente; ma ha bisogno di essere stimolata ponendo a ricadere per un giorno il miscuglio di pesi molecolari eguali di acido bromopropionico e solfuro di metile. Dopo il raffreddamento si osserva la formazione di una massa cristallina. Si decanta in alcool e si precipita con etere, allora si ha il bromuro di dimetil β propioniltetina in bellissimi aghetti bianchi, che ingialliscono rapidamente alla luce e all'aria. È molto meno deliquescente dei due bromuri precedentemente descritti; molto meno solubile anche nell'alcool dal quale si può avere cristallizzato per raffreddamento di una sua soluzione calda; mentre gli altri bromuri non davano affatto sostanza cristallizzata anche da soluzioni dense, e quasi sciroppose. Fonde scomponendosi a 115°.

« Ecco i risultati dell'analisi:

I gr. 0,2176 di sostanza diedero gr. 0,1866 di bromuro d'argento
II » 0,3570 » » gr. 0,3627 di CO_2 e gr. 0,1694 di H_2O

« Per 100 si ha:

I	II	calcolato per $C_5H_{11}SO_2Br$
Br = 37,49	—	37,20
C = —	27,70	27,90
H = —	5,27	5,11

« Anche da questo bromuro ottenni nello stesso modo, già per gli altri descritto, il cloroplatinato. Questo si ottiene più facilmente ben cristallizzato di quello di dimetil α propioniltetina; è in aghetti, non contiene acqua di cristallizzazione, fonde a 184°.

« Ecco le analisi:

gr. 0,2070 di cloroplatinato diedero gr. 0,0600 di platino
» 0,6221 » » gr. 0,4030 di CO_2 e gr. 0,1820 di H_2O

« Per 100 si ha:

I	II	calcolato per $(C_5H_{11}SO_2Cl)_2PtCl_4$
Pt = 28,98	—	28,65
C = —	17,68	17,72
H = —	3,25	3,24

« Nell'istesso modo che pei precedenti casi trattai il bromuro di dimetil β propioniltetina con l'ossido d'argento umido. Ottenni in ultimo una massa oleosa densa di reazione neutra, che non mi riuscì di far cristallizzare perchè

nel vuoto sull'acido solforico subisce una specie di resinificazione per la quale si sente un forte odore d'acido acetico, mentre la massa acquistò marcata reazione acida.

« Se questa resinificazione sia sul tipo delle trasformazioni in solfina già osservato per il bromuro di dimetil α propioniltetina, o sia piuttosto una anidrificazione non saprei dire, perchè in causa della sua piccola quantità non potei farne lo studio. Però è un fatto di una certa importanza il vedere che, almeno per l'idrato, questa tetina ha una stabilità minore delle altre. Ciò conferma quanto dissi in principio di questa Nota che nei composti dove lo solfo funziona da tetravalente, la stabilità diminuisce con l'allungarsi delle catene laterali e questo è tanto più importante quì, dove la presenza del carbossile, gruppo elettro-negativo, dovrebbe invece contribuire a rafforzare l'edificio molecolare ».

Chimica. — *Azione dell'acido jodico sull'acido malonico.* — *L'acido trijodoacetico.* Nota del dott. Angelo Angeli, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

« Proseguendo le mie ricerche sull'azione dell'acido jodico sopra alcune sostanze organiche, ho ritenuto opportuno, anche per rendere le mie esperienze più sistematiche, di studiare dapprima il comportamento di alcuni acidi bicarbossilici della serie alifatica rispetto a questo reattivo.

« In questa breve comunicazione mi limiterò a descrivere sommariamente la reazione fra acido jodico ed acido malonico, reazione che mi ha condotto alla scoperta dell'*acido trijodoacetico.*

« Si disciolgono 5 gr. di acido jodico in 20 cc. d'acqua e la soluzione bollente viene versata sopra 5 gr. di acido malonico. Si riscalda finche l'effervescenza incomincia a farsi molto viva e quindi si raffredda prontamente con acqua. Abbandonando a sè stessa la soluzione limpida in tal modo ottenuta, dopo 2-3 giorni di riposo, si separano cristalli gialli, splendenti, che vengono raccolti, lavati e seccati sopra acido solforico.

« Il prodotto si presenta sotto forma di pagliette splendenti, colorate in giallo intenso. La sostanza pura è perfettamente priva di odore e verso 150° fonde con forte sviluppo gassoso; però già sotto 100° incomincia a colorarsi in giallo bruno.

« I numeri dati dall'analisi conducono alla formola:

$$CJ_3.COOH$$

I gr. 0,3501 di sostanza diedero gr. 0,0698 di CO_2 e gr. 0,0097 di H_2O.
II » 0,3232 » » » 0,5182 di AgJ.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato
C	5,44	—	5,47
H	0,30	—	0,22
J	—	86,64	86,85

L'acido trijodoacetico, allo stato secco, è abbastanza stabile. A contatto però anche dei solventi anidri libera jodio, e riscaldato con acqua si trasforma prontamente in jodoformio.

« Questa reazione diventa molto elegante, specialmente quando si impieghi l'acido acetico. Versando in un tubo da saggio un po' di acido acetico sopra una piccola quantità dell'acido trijodurato e riscaldando, questo dapprima si scioglie colorando il liquido in rossastro per un poco di jodio che si libera, si nota effervescenza e quindi, tutto d'un tratto, il liquido limpido diventa opaco e si separano in grande copia squame splendenti di jodoformio.

gr. 0,1970 di sostanze diedero gr. 0, 3520 di AgJ.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per CJ_3H
J	96,55	96,70

Evidentemente questa scissione si può rappresentare con l'eguaglianza:

$$CJ_3COOH = CJ_3H + CO_2.$$

Trattato con carbonato sodico, a freddo, l'acido trijodoacetico si tappezza di bollicine gassose e si trasforma in jodoformio.

« Variando le condizioni dell'esperienza si può invece ottenere facilmente e con buon rendimento, l'*acido bijodoacetico*.

« Se si mescola una soluzione acquosa di acido jodico (5 gr. in 25 cc. d'acqua) con 5 gr. di acido malonico e si riscalda la soluzione, incomincia tosto una vivissima effervescenza che poi prosegue spontaneamente. Quando la reazione è terminata, per raffreddamento, si separa una polvere giallognola, costituita da acido trijodoacetico impuro. Le acque madri, riscaldate nuovamente fino all'ebollizione, lasciano poi depositare bellissimi aghi, lievemente colorati in giallo, di acido bijodoacetico. Questo acido venne scoperto da Perkin e Duppa [1], i quali l'ottennero partendo dall'etere bijodoacetoacetico

$$CH_3 . CO . CJ_2 . COOC_2H_5.$$

Però questi chimici non dànno l'analisi nè il punto di fusione del prodotto da loro ottenuto, limitandosi a studiarne alcuni sali.

« L'acido bijodoacetico, ottenuto nel modo poc'anzi descritto, si presenta in aghi giallo-chiari, che possono raggiungere la lunghezza di parecchi cen-

[1] Liebg's Annalen, 117, 351.

timetri. Fondono a 110° in un liquido bruno e nei carbonati alcalini si disciolgono con viva effervescenza.

gr. 0,4269 di sostanza diedero gr. 0,6416 di AgJ.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $CHJ_2 . COOH$
J	81,22	81,41

« La formazione di questi due prodotti per azione dell'acido jodico sopra l'acido malonico si può spiegare ammettendo che dapprima si formi l'acido bijodomalonico

$$CJ_2 \begin{cases} COOH \\ COOH, \end{cases}$$

il quale senza dubbio dev'essere molto instabile, per cui non mi è stato possibile finora di ottenerlo.

« Questa sostanza perdendo anidride carbonica darebbe luogo a formazione di acido bijodoacetico

$$CHJ_2 . COOH;$$

per ulteriore azione poi dell'acido jodico sopra l'acido bijodomalonico potrebbe trarre origine l'acido trijodoacetico. Non mi sembra probabile, ammettere che questa sostanza si formi per azione dell'acido jodico sopra l'acido bijodoacetico, giacchè mettendo a reagire queste due sostanze non si osserva che separazione di jodio.

« In questi due specchietti sono riunite le principali proprietà fisiche degli acidi jodoacetici e quelle dei derivati trialogenati dell'acido acetico.

Nome	Colore	p. fusione	
Acido monojodoacetico	incoloro	82°	Perkin e Duppa
» dijodoacetico . .	giallo-chiaro	110°	» »
» trijodoacetico. .	giallo-carico	150°	Angeli

Acido tricloroacetico	p. fus.	52°,3
» tribromoacetico . . .	»	135°,0
» trijodoacetico.	»	150°,0

« L'acido trijodoacetico è, senza dubbio, il più instabile fra tutti e per questa ragione esso era rimasto finora sconosciuto. L'azione dell'acido jodico sui composti organici fa quindi prevedere la possibilità di preparare molte altre nuove sostanze jodurate ».

Chimica. — *Sopra i prodotti di ossidazione di alcune sostanze che contengono il gruppo* $C_2 N_2 O_2$. Nota del dott. Angelo Angeli, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

G. A. De Amicis. *I foraminiferi del pliocene inferiore di Trinité-Victor* (*Nizzardo*). Presentata dal Socio Taramelli.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Blaserna legge una Relazione, a nome dei Socî Lorenzoni, relatore, e Schiaparelli, sulla Memoria del dott. A. Abetti, intitolata: *Osservazioni astronomiche su Marte fatte a Padova nell'opposizione del 1892*. La Relazione conclude col proporre l'inserzione del lavoro negli Atti Accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà annuncio della perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio straniero Carlo Andrae, mancato ai vivi il 2 febbraio 1893; apparteneva il defunto Socio all'Accademia sino dal 20 settembre 1887.

Il Socio Ferrero legge il seguente cenno sulla vita e sulle opere di Carlo Cristoforo Giorgio Andrae.

« Carlo Cristoforo Giorgio Andrae nacque il 14 ottobre 1812 all'isola di Moen. Di famiglia militare entrò a tredici anni aspirante ufficiale alla Scuola Militare di Copenaghen (Landcadetackademiet) dalla quale uscì nel 1829 col grado di sottotenente nel corpo di ponti e strade. Nel 1830 fu ammesso come allievo alla Scuola Militare Superiore; vi subì nel 1834 l'esame di licenza con straordinario successo, ed entrò nel Corpo di Stato Maggiore.

« Mandato nel 1835 in missione all' estero continuò a Parigi i suoi studi di scienze matematiche e militari. Ritornato a Copenaghen nel 1838 divenne segretario nella Commissione per la misura trigonometrica e topografica dello Stato, ed è a ritenere che egli abbia esercitato una grande influenza sui lavori di essa Commissione. Nel 1842 passò capitano di Stato Maggiore, fu nominato professore di Geodesia e di Topografia alla Scuola Militare Superiore e l'anno seguente coprì anche il posto di professore di Matematiche.

« Per dodici anni rimase addetto a questa Scuola e fu oggetto di ammirazione la sagacia, la nettezza e la precisione colle quali sapeva spiegare i problemi più difficili. Nondimeno per ragioni politiche egli dovette abbandonare le sue funzioni di professore e, nell'aprile del 1854, lasciare il servizio militare.

« I problemi costituzionali esercitarono sempre su lui una grande attrattiva, e nel 1848 fu membro della Assemblea Costituzionale per la scelta del Re. Così ebbe principio la sua carriera politica, la quale presenta il raro fenomeno di un uomo moderatissimo e molto conservatore, che non vuole essere nè capo nè membro di un partito, e che esercita nondimeno una grande influenza in un' epoca in cui il cozzo delle passioni si manifesta in alto grado.

« Eletto deputato al « Folksthing » (Camera dei deputati) fu egli il primo Presidente di questa Assemblea di nuova creazione, e tenne questa difficile carica in modo da eccitare l'ammirazione e la soddisfazione di tutti i partiti; e con dispiacere di tutti rifiutò, alla fine del periodo elettorale, di portarsi candidato alla Camera dei deputati.

« Nel 1853 accettò un seggio al « Landsthing » (Senato) come rappresentante di Copenaghen, e l'anno seguente entrò al Ministero come Ministro delle Finanze, giungendo ad essere, nel 1856-57, Presidente del Consiglio; senonchè una divergenza di opinioni fra lui ed i suoi colleghi in una questione importante lo decise a dimettersi da questa carica, finchè nel 1858, essendosi accentuata ancora più la divergenza, si dimise anche da Ministro delle Finanze.

« Da questo momento terminò la sua vita politica; rimase membro della « Landsthing » fino alla sua morte avvenuta il 2 febbraio 1893, prese qualche volta la parola per formulare le sue divergenze di opinione, sempre lo si ascoltava con attenzione e interesse grandissimi, ma sempre rifiutò ostinatamente di lasciare la posizione riservata di spettatore attento che si era imposta.

« Il suo interesse per il diritto delle minoranze lo condusse ad occuparsi del problema delle elezioni secondo il numero proporzionale; egli riuscì a risolvere questo problema e ne fece l'applicazione pratica nella costituzione del 1855 per la monarchia danese. In seguito in Inghilterra, M. Hare ha trovato una soluzione analoga del medesimo problema, raccomandato da Stuart-Mill; nei grandi paesi non si sa sempre ciò che accade nei piccoli. Come Ministro delle Finanze egli riuscì a condurre a buon termine la grave questione del *pedaggio del Sund.*

« Dopo la morte di Schumacher, avvenuta nel dicembre del 1850 rimase vacante il posto di Direttore dei lavori geodetici, ed Andrae fu incaricato, nel 1853, di continuare i lavori per la misura del grado in Danimarca e di terminarli secondo il programma proposto da Schumacher.

« Un tale incarico fu da Andrae compiuto, e i risultati sono pubblicati nella sua opera in quattro volumi « *Den dauske Gradmaaling*, I-IV, 1868-84 ».

« Un estratto di una parte dei problemi trattati in questa opera è stato tradotto in francese sotto gli occhi dell'autore e pubblicato in tre fascicoli sotto il titolo di « *Problèmes de haute Géodésie* ecc. I-III, 1881-83 ».

« Oltre questa opera principale Andrae ha pubblicato molte Memorie sopra diversi soggetti matematici nel periodico « Astronomische Nachrichten » e nei « Comptes Rendus des séances de l'Academie des Sciences de Copenhague », della quale Accademia era membro fino dal 1853.

« Queste Memorie sono:

« *L'Ellipse des erreurs* (Astr. Nachr).
« *Sur les transformations projectives par lesquelles les aires restent invariables* (C. R. 1853).
« *Calcul des Latitudes, des Longitudes et des Azimuths sur le sphéroide* (C. R. 1858).
« *Le développement en série des formules qui servent à la détermination des positions géodésiques sur la surface sphéroidique de la Terre* (C. R. 1859).
« *Extension d'une méthode de compensation donnée par Laplace dans la mécanique celeste* (Méthode de situation) (C. R. 1860).
« *Sur l'evaluation approximative des intégrales definies* (C. R. 1867) ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Gibelll, Bassani, e dal prof. Issel.

Lo stesso Segretario richiama inoltre l'attenzione dei Soci sul vol. 3° delle *Opere* di G. Weber, pubblicate per cura della Società Reale delle scienze di Gottinga.

Il Socio Betocchi fa omaggio di una pubblicazione degl'ingegneri Artom e Nicoli, intitolata: *Sui sistemi di ferrovie a dentiera e sulla eventuale loro applicazione.*

Il Corrispondente Cocchi offre una copia della *Relazione della Commissione incaricata dello studio d'un nuovo acquedotto fiorentino.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Blaserna presenta il programma di concorsi a premi della Società batava di filosofia sperimentale. Annuncia inoltre che l'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli conferirà un premio di lire mille, a chi porterà un efficace *contributo alla conoscenza della geologia del matese* con un lavoro stratigrafico e paleontologico intorno a quella regione; le roccie ed i fossili che avranno servito allo studio, dovranno accompagnare il manoscritto.

Tempo utile 31 marzo 1895; premio: lire 1000.

CORRISPONDENZA

Il Presidente comunica una lettera in pergamena del Rettore dell'Ateneo di Padova, colla quale ringrazia l'Accademia per la parte da questa presa alle onoranze tributate a Galileo Galilei.

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società Reale di Edimburgo; la Società di scienze naturali di Emden; la Società Reale di Sydney; le Società geologiche di Manchester e di Washington; il Museo di geologia pratica di Londra; il Comitato geologico di Pietroburgo; l'Università di Strasburgo.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società geologica di Calcutta; le Università di Halle, di Heidelberg, di Kiel, di Marburg e di Rostock; l'Osservatorio di Oxford.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 5 marzo 1893.

Adler. — La protesi dentaria. Roma, 1893. 8°.

Albert I de Monaco. — Projet d'observatoires météorologiques sur l'Océan Atlantique. Paris, 1893. 4°.

Arcangeli G. — Sull'Arisarum proboscideum Savi. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sull'ossalto calcico criptocristallino. Firenze, 1891. 8°.

Artom di S. Agnese E. e *Nicoli N.* — Sui sistemi di ferrovie a dentiera e sulla loro eventuale applicazione ad alcuni tratti di ferrovie complementari. Roma, 1892. 4°.

Baccarini P. — Sul sistema secretore delle papilionacee. Firenze, 1891. 8°.

Baroni E. — Sopra alcune crittogame raccolte dal prof. R. Spigai presso Costantinopoli. Firenze, 1891. 8°.

Bassani F. — Fossili nella dolomia triasica dei dintorni di Mercato S. Severino. Napoli, 1893. 4°.

Id. — Gli ittioliti del mare di Salcedo e di Novale nel Vicentino. Venezia, 1892. 8°.

Bertoloni A. — Riferimento sulle collezioni botaniche e i mss. lasciati dal cav. P. Bubani. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Ulteriori notizie storiche sull'origine della lettura dei semplici in Italia. Firenze, 1890. 8°.

Id. — Sull'origine della lettura dei semplici. Firenze, 1891. 8°.

Bombicci L. — Réponse à la Note de M. George Friedel concernant la composition chimique et la structure de la mélanophlogite. Paris, 1892. 8°.

Id. — 1. Sulla coesistenza delle due inverse plagiedrie sopra una faccia di un cristallo di quarzo di Carrara, e sulle spirali di Airy presentate da una sezione ottica dello stesso cristallo e di altri.

2. Sulle guglie conoidi rimpiazzanti le piramidi isagono-isosceloedriche in due esemplari di quarzo del Vallese e dell'isola d'Elba. — Loro correlazioni con i rilievi lanceolari del quarzo di Porretta.

3. Sulle modificazioni degli spigoli verticali nei prismi esagoni dei quarzi di Carrara, e su quelle che strutturalmente vi corrispondono nei cristalli di altre specie minerali. Bologna, 1892. 4°.

Borzi. — Anomalie di struttura del fusto di Phaseolus Caracalla. Firenze, 1891. 8°.

Caleri U. — Alcune osservazioni sulla fioritura dell'Arum dioscoridis. Firenze, 1891. 8°.

Caruel T. — Dubbi sulla funzione vessillare dei fiori. Firenze, 1891. 8°.

Cocci I. — Relazione della Commissione incaricata dello studio di un nuovo acquedotto fiorentino. Firenze, 1893. 4°.

Conferenze tenute in occasione della 1ª esposizione italiana di architettura in Torino. Torino, 1891. 8°.

Cuboni G. — Diagnosi di una nuova specie di fungo excipulaceo. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sulla presenza di bacteri negli acervuli della puccinia Hieracii (Schumacher). Firenze. 1891, 8°.

Dorn E. — Vorschläge zu gesetzlichen Bestimmungen ueber elektrische Maasseinheiten &. Berlin, 1893. 8°.

Fauna und Flora del Golfes von Neapel. Mon. XIX. — *Giesebrecht.* Pelagische Copepoden (Systematik und Faunistik). Berlin, 1892. 4° (*acq.*).

Gibelli G. e *Belli S.* — Rivista critica delle specie di trifolium italiane comparate con quelle del resto d'Europa e delle regioni circummediterranee delle sezioni calycomorphum Prest., cryptosciadium Celak. Torino, 1892. 4°.

Heinzerling. — Das Vermittelungs-Gesetz. Aachen, 1893. 8°.

Issel A. — Liguria geologica e preistorica. Vol. I, II e atl. Genova, 1892. 8°.

Keeler J. E. — The Spectroscope of the Alleghany Observatory. S. l. e a. 8°.

Levi Morenos D. — Materiali per uno studio sulle anomalie fiorali. Firenze, 1891. 8°.

Levier E. — Crittogame dell'alta Birmania raccolte dal sig. L. Fea. Firenze, 1891. 8°.

Martelli U. — Per la conservazione del cyperus papyrus a Siracusa. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sulla origine delle Lonicere italiane. Firenze, 1891. 8°.

Massalongo C. — Cenno intorno ai fiori doppi di dahlia variabilis. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Contribuzione all'acaro-cecidiologia della flora veronese. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sulla scoperta in Italia della taphrina epiphilla. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sull'elmintocecidio dell'edelweiss. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sulli scopazzi di alnus incana Dc. causati dalla taphrina epiphylla Sadeb. Firenze, 1891. 8°.

Pirotta R. — Sulla puccinia Gladioli Cast. e sulle puccinie con parafisi. Firenze, 1891. 8°.

Pizzetti P. — Gli odierni studî sulla figura della terra. Genova, 1893. 8°.

Tanfani E. — Osservazioni sopra due Silene della flora italiana. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Sul polycarpon peploides. Firenze, 1892. 8°.

Id. — Una gita nelle Alpi Graie. Firenze, 1891. 8°.

Terracciano A. — Intorno alla struttura fiorale ed ai processi d'impollinazione di alcune nigella. Firenze, 1891. 8°.

Id. — Le Sassifrage del Montenegro raccolte dal dott. A. Baldacci. Firenze, 1891. 8°.

Topinard P. — De l'évolution des molaires et prémolaires chez les primates. Paris, 1892. 8°.

Trabucco G. — Sulla vera posizione dei terreni terziari del Piemonte. Pisa, 1893. 8°.

Weber W. — Werke herausg. v. der kön. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. III. Berlin, 1893. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 19 marzo 1893.

A. Messedaglia Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sulla pressione osmotica.* Nota del Corrispondente Andrea Naccari.

« Il concetto dell'analogia fra le sostanze disciolte ed i gas, dal quale vennero dedotte tante relazioni importanti confermate dall'esperienza, fu combattuto da parecchi ed invero sono molto discutibili gli argomenti tanto teorici quanto sperimentali, su cui esso si appoggia. Fu detto essere quel principio tanto benemerito e promettente, che val meglio attenervisi, ancorchè esso non sia che un artificio, e lasciar da parte la questione del vero meccanismo della pressione osmotica. A me pare che la importanza delle conseguenze renda più urgente che si esamini il principio e si vegga se sia possibile surrogarlo con altro più conforme ai fatti. Visto poi che il concetto dell'intima e reale analogia fra sostanze disciolte e gas va introducendosi nei trattati senza le necessarie riserve, mi pare che sia opportuno mettere in chiaro come quel principio, preso nella sua generalità, sia contraddetto dall'esperienza.

« Fra i varî modi di dimostrare la cosa mi par molto semplice il seguente. Io prendo un piccolo vaso poroso da pila. Produco in esso le membrane semipermeabili di ferrocianuro di rame del Pfeffer, seguendo le prescrizioni di questo. Chiudo il vaso in modo affatto simile a quello indicato

dal Pfeffer, ma non vi applico un manometro ad aria compressa. Il manometro ad aria libera, di cui mi servo, è formato da due tubi di vetro verticali e paralleli congiunti fra di loro con un tubo di gomma elastica. L'uno di questi tubi è fermamente congiunto al vaso poroso, anzi è saldato a fuoco al cilindro di vetro, che è applicato con ceralacca alla bocca del vaso poroso e serve a chiuderlo. Chiamerò *interno* questo braccio del manometro. L'altro è affidato ad uno dei soliti sostegni da laboratorio e si può alzare e abbassare. Preparata la membrana, ottenuta e mantenuta per un certo tempo una pressione abbastanza grande con i due liquidi membranogeni, l'uno dentro e l'altro fuori, io tolgo dalla celletta la soluzione di ferrocianuro potassico e vi pongo una soluzione di una parte di zucchero in cento d'acqua. Poi chiudo nuovamente l'estremità superiore affilata del tubo di vetro con un colpo di fiamma e nel vaso esterno, in cui la celletta si trova, pongo dell'acqua pura. Comincia ben presto a palesarsi un aumento di volume della soluzione, ed io allora sollevo alquanto il braccio esterno del manometro, con che aumenta la pressione nella celletta. Ad un altro indizio d'aumento di volume io sollevo ancora quel braccio del manometro, e così proseguo a fare finchè osservo che la soluzione tende ad aumentar di volume, avendo sempre cura che gli indizî di dilatazione sieno bene accertati e non dovuti alla temperatura. In questo modo posso mantenere il livello del mercurio in posizione quasi costante nel braccio interno del manometro e quindi a volume quasi costante la soluzione. La pressione di questa va sempre crescendo fino ad un limite superiore che è la pressione osmotica. Quando questa sia raggiunta, se si aumenta ulteriormente la pressione spostando il braccio libero del manometro, ne segue una diminuzione di volume. Io giudico che le membrane soddisfacciano alle condizioni volute quando con la soluzione di zucchero summenzionata ottengo una pressione osmotica non minore di quella trovata dal Pfeffer, e quando questa pressione si mantiene a lungo.

« Fatto ciò, io tolgo l'acqua dal vaso esterno e vi pongo una soluzione di zucchero più concentrata di quella che sta dentro. Comincia allora una diminuzione di volume del liquido interno ed io, con lo stesso artificio di prima, diminuisco la pressione e continuo a diminuirla finchè vedo che vi è tendenza a ristringimento. Nello stato di equilibrio, che da ultimo vien raggiunto, il liquido interno ha il volume primitivo, ha la concentrazione primitiva ed è soggetto ad una pressione, che dipende dalla differenza delle concentrazioni delle due soluzioni. Se la soluzione esterna è molto più concentrata dell'interna, la pressione di questa assume un valore minore dell'iniziale, cioè la pressione interna si fa minore dell'atmosferica.

« Vien così dimostrato in modo evidente, che un gas, il quale si comportasse come lo zucchero sciolto nell'acqua, potrebbe avere *a volume costante e a temperatura costante* e in uno stato di equilibrio tutte le pressioni possibili al di sotto della pressione osmotica e anche pressioni negative,

se alcun che di simile si potesse immaginare per un gas. Manca adunque ogni traccia della legge del Boyle e mancano le basi per applicare alle soluzioni la teoria cinetica dei gas.

« È certo che le belle conclusioni del van't Hoff, dell'Ostwald, dell'Arrhenius e d'altri, che tanto fecero progredire in questi ultimi tempi la fisico-chimica, rimangono invariate ancorchè sia difettosa l'ipotesi fondamentale; è certo che si può farle derivare da un altro principio più razionale e conforme all'esperienza. Probabilmente il fenomeno è complesso ed esige studi ulteriori, ma a raggruppare i fatti può servire intanto il concetto di quell'attrazione tra la soluzione e il solvente esterno o fra la sostanza disciolta e il solvente, che si palesa in tanti altri casi e che fu dapprincipio posto innanzi anche per spiegare la pressione osmotica ».

Matematica. — *Sui piani tritangenti della sestica storta di genere 4.* Nota II [1] di Ernesto Pascal, presentata dal Socio Cremona.

« Vogliamo in questa Nota esaminare tutte le diverse specie di aggruppamenti di due quadriche, coordinate alla sestica storta, e che non si intersecano mai sulla sestica stessa.

« Dopo gli studî fatti nella Nota precedente potremo agevolmente distinguere queste diverse specie. Troveremo che esistono *otto* diverse specie di coppie di quadriche, e daremo le proprietà geometriche di ciascuna; noteremo il fatto singolare che *due* di queste specie sono formate in maniera che la relazione che una quadrica ha rispetto all'altra della coppia è diversa dalla relazione che la seconda ha rispetto alla prima; la coppia cioè non risulta composta simmetricamente colle sue due quadriche.

§ 4. — Varie specie di quadriche esterne ad una data.

« Nella Nota precedente abbiamo considerato in dettaglio la formazione del gruppo e sottogruppi che lasciano inalterata una delle quadriche. Aggiungiamo allora a questa quadrica fissa, un'altra ad essa esterna, cioè tale che i quattro piani della quaterna-zero che la rappresenta sieno tutti scelti fra i $96 + 20$ piani di cui si è parlato nella Nota precedente. E quì ci si presentano subito varî casi, secondochè tali quattro piani sono scelti tutti fra i 96, ovvero alcuni fra i 96 e altri fra i 20, ovvero tutti fra i 20.

« Scegliamo i quattro piani tutti fra i 96. Essendoci la transitività fra questi 96 piani, uno di essi lo possiamo scegliere arbitrariamente e sia uno della prima coppia del primo sistema, cioè il piano (135).

[1] V. pag. 204.

« Se gli altri 3 piani sono scelti nel medesimo primo sistema del quadro (A) (v. § 2. Nota precedente) si hanno i seguenti casi

$[a_1]$ 135 . 124 . 246 . 356 in numero di $\frac{96 \,.\, 5}{4}$

$[a_2]$ 135 . 124 . 167 . 8910 » $\frac{96 \,.\, 10}{4}$

$[a_3]$ 135 . 246 . 178 . 1910 (1) » $\frac{96 \,.\, 10 \,.\, 6}{4}$

e tutte le altre quaterne formate con quattro piani di uno stesso sistema d'imprimitività sono equivalenti ad una di queste, per le varie considerazioni sviluppate nella Nota precedente.

« Si vogliano ora le quaterne formate con piani appartenenti a diversi sistemi d'imprimitività. Scegliamo i due piani (135) (435).

» Quì ci sarà facile vedere la equivalenza o no delle quaterne contenenti questa coppia perchè il gruppo di sostituzioni che lascia fissi questi due piani, pei risultati della Nota precedente, si riduce solo ad opportune permutazioni di punti.

« Ora le coppie di piani che formano quaterne-zero coi due dati sono dei tipi

$$\begin{array}{ll} 15i \,.\, 45i & \\ 13i \,.\, 45i & (i, j = 2, 6, 7, 8, 9, 10) \\ 1ij \,.\, 4ij & \end{array}$$

« Nel primo e secondo caso se $i = 2$ si hanno i piani della quaterna fondamentale, e se $i = 6, 7, \ldots$ si hanno piani compresi nella tabella (B) del § 2 (Nota I) e questi casi li esamineremo dopo. Nel 3° caso poi si hanno sempre piani compresi nel quadro (A), però se ne hanno di due specie non equivalenti, cioè, o quando uno degli indici $i, j = 2$, ovvero nessuno di essi è eguale a 2.

« Si hanno dunque altre due quaterne formate con piani del quadro (A) e sono:

$[a_4]$ 135 . 435 . 126 . 426 in numero di $\frac{96 \,.\, 64 \,.\, 5}{8}$

$[a_5]$ 135 . 435 . 167 . 467 » $\frac{96 \,.\, 64 \,.\, 10}{8}$

« Oltre di queste cinque non esistono altre specie di quaterne formate con piani del quadro (A) (§ 2. Nota I).

(1) Dato il piano (135), il 2° piano può essere scelto in 10 modi diversi; e allora gli ultimi due piani possono essere scelti in 6 modi diversi e fra loro equivalenti. Così p. es. la quaterna 135 . 246 . 178 . 1910 è equivalente a 135 . 246 . 678 . 6910, perchè colla sostituzione studiata in fine della Nota precedente la prima quaterna si trasforma nella seconda.

« Vediamo ora quelle formate con piani del quadro (A) e del quadro (B).

« Dall'ultima considerazione ne abbiamo già ottenute; esse si hanno riunendo ai due piani (135) (435) due altri dei tipi

$$\begin{matrix} 15i \,.\, 45i \\ 13i \,.\, 43i \end{matrix} \qquad (i = 6, 7, 8, 9, 10)$$

« Le sostituzioni che lasciano fissi quei due piani sono le 5! sostituzioni fra i punti 6, 7, ..., 10 e lo scambio dei due punti 3, 5; quindi si vede che tutte le siffatte quaterne sono fra loro equivalenti, e quindi basta considerarne una sola e sia

$$[a_6] \qquad 135 \,.\, 435 \,.\, 156 \,.\, 456 \text{ in numero di } \frac{96 \,.\, 54 \,.\, 10}{6}$$

« È formata con tre piani di ciascuno dei tre sistemi del quadro (A) e con un piano solo del quadro (B).

« Consideriamo ora due piani di uno stesso sistema del quadro (A) e vediamo in quanti modi possono formare quaterne con piani del quadro (B). Se i due primi piani appartengono ad una stessa coppia, allora pel teor. 5) del § 2 (Nota I) si ha una sola specie di quaterne cioè

$$[a_7] \qquad 135 \,.\, 124 \,.\, 236 \,.\, 456 \text{ in numero di } 480$$

Se i due piani non appartengono alla stessa coppia possono essere di due tipi cioè o come 153 . 246 ovvero 153 . 167.

« Si può riconoscere che i due primi formano con un piano della tabella (B) sempre o una terna pari ovvero una terna dispari, ma di cui la somma è uno dei 4 piani fondamentali, il che non succede per i due secondi. Ciò dimostra anche sotto altra forma il teorema 6) da noi dimostrato nel § 3 della Nota precedente.

« I due piani poi 135 . 167 formano sempre terna *pari* con un piano delle tre ultime colonne della tabella (B) e terna dispari con un piano delle due prime colonne. Ora per le sostituzioni che permutano il punto 3 con 5, il punto 2 con 4, il punto 6 con 7, la quaterna fondamentale resta fissa come anche i due piani di sopra, e intanto per queste sostituzioni gli 8 piani delle due prime colonne della tabella (B) restano fra loro transitivamente congiunti, quindi si forma un'altra sola specie di quaterne cioè

$$[a_9]\,(^1) \qquad 135 \,.\, 167 \,.\, 236 \,.\, 257 \text{ in numero di } \frac{96 \,.\, 20 \,.\, 4}{2}$$

« Resta ad esaminare le quaterne formate con un solo o con nessuno dei piani della tabella (A) e con piani di (B).

(1) La chiamiamo $[a_9]$ e non $[a_8]$ per una ragione che si vedrà dopo.

« Ora si può vedere che non esiste una quaterna-zero contenente solo un piano di (A). Infatti sia esso (135); allora sappiamo che se questo resta fisso, rimane la transitività fra i 20 piani di (B); quindi assumiamo arbitrariamente uno di questi 20 piani e sia (236); ora con i due piani (135) (236) tutti gli altri piani di (B) o formano terna pari ovvero formano terna dispari ma la cui somma non è più un piano di (B).

« Esaminiamo ora le quaterne formate con piani scelti solo fra i 20 di (B). Possiamo far vedere come è formato il gruppo di sostituzioni che lasciano fisso uno dei 20 piani p. es. (236).

« Si vede che (236) unito con un piano della stessa sua colonna forma quaterna-zero con una coppia della quaterna data fondamentale, mentre ciò non succede per ogni altro piano non appartenente alla medesima colonna di (236). Dunque:

« *Il gruppo che lascia fisso uno dei 20 piani, separa gli altri 19 in* $3+16$ ».

« Possiamo dimostrare ancora che fra i 16 c'è la transitività. Infatti con semplici permutazioni dei punti 7, 8, 9, 10, colle quali (236) resta fisso, e anche la quadrica fondamentale resta fissa, da un piano dei 16 posso passare ad ogni altro compreso nella medesima linea cui esso appartiene. Inoltre colla sostituzione che muta il sistema completo

$$231 \,.\, 236 \,.\, 234 \,.\, 235 \,.\, 237 \,.\, 238 \,.\, 239 \,.\, 2310 \;,\; q=2 \;,\; q'=3$$

in

$$231 \,.\, 236 \,.\, 165 \,.\, 235 \,.\, 347 \,.\, 348 \,.\, 349 \,.\, 3410 \;,\; q=2 \;,\; q'=12456$$

(corrispondente ad una figura come la 27ª della Mem. I degli Annali di Matematica vol. XX) si lascia fisso (236) e la quadrica fondamentale, mentre si muta (237) in (347); e colla sostituzione che muta lo stesso sistema completo in

$$231 \,.\, 236 \,.\, 234 \,.\, 164 \,.\, 257 \,.\, 258 \,.\, 259 \,.\, 2510 \;,\; q=13456 \;,\; q'=3$$

si muta invece (236) in (257), e finalmente col prodotto delle due sostituzioni si muta (237) in (457); dunque (237) può trasformarsi anche in ogni altro della sua medesima colonna e con ciò resta dimostrata la transitività fra i 16 piani.

« Si vede allora che le sole quaterne fra loro non equivalenti che possono formarsi con piani scelti solo nel quadro (B) sono di due tipi cioè

$[a_8]$	236 . 436 . 456 . 256	in numero di	5
$[a_{10}]$	236 . 436 . 237 . 437	»	120

§ 5. Proprietà geometriche delle varie coppie di quadriche.

« Colle cose dette nel § precedente noi siamo ora in grado di distinguere le varie specie di coppie di quadriche esterne l'una all'altra e di fissarne i caratteri distintivi.

« Basterà che alla quadrica fondamentale aggiungiamo ciascuna delle dieci quadriche trovate nel paragrafo precedente. Avremo così altrettante coppie. Però bisogna notare che alcune di queste coppie non risultano di specie diverse fra loro. Ciò dipende dal fatto che alcune di esse non risultano formate simmetricamente mediante le loro due quadriche, e quindi per la natura della enumerazione fatta, esse ci risultano due volte.

« Propriamente, chiamando $[a]$ la quadrica fondamentale, noi possiamo verificare che le coppie

$$[a]\ [a_1]$$
$$[a]\ [a_4]$$

non sono simmetriche nei loro elementi e sono rispettivamente le medesime di

$$[a_{10}]\ [a]$$
$$[a_9]\ [a]$$

« Tutte le altre sei coppie poi sono composte simmetricamente; quindi possiamo dire:

« *Esistono solo 8 specie distinte di coppie di quadriche, di cui due* « *non sono composte simmetricamente* ».

« Per dimostrare questo che abbiamo asserito, come anche per trovare le proprietà geometriche che caratterizzano le diverse otto coppie, non dobbiamo fare altro che esaminarne separatamente la costituzione, riunendo alle quaterne $[a_1]$ $[a_2]$ ecc. la quaterna fondamentale.

$$[a] = 123\ .\ 134\ .\ 145\ .\ 152$$

e ricercando quante altre quaterne si possono formare con piani dell'una e piani dell'altra delle due della coppia. Ecco i risultati che troviamo:

« *Una coppia di 1ª specie di quadriche è rappresentata da* $[a]$ $[a_1]$. « *Per essa c'è la proprietà che esistono 4 altre quadriche che incontrano* « *(sulla sestica) in 6 + 6 punti ciascuna delle due date, e inoltre esistono poi* « *16 altre quadriche che incontrano in 6 punti (sulla sestica) una delle date* « *e solo in 3 punti l'altra, non esistendo poi (fra le 32130, s'intende) le* « *quadriche che hanno la proprietà opposta; di quì si vede la mancanza* « *di simmetria della prima coppia. Nella coppia* $[a]$ $[a_{10}]$ *si ha l'analoga* « *proprietà ma invertita.*

« *Una coppia di 2ª specie è rappresentata da* $[a]$ $[a_2]$. *Per essa vi* « *sono 4 quadriche che incontrano in 6 + 6 punti ciascuna delle date,* « *e mancano le 16 di cui si è parlato sopra.*

« *Una coppia di 3ª specie è rappresentata da* $[a]$ $[a_3]$. *Per essa vi* « *sono 8 + 8 quadriche (s'intende, sempre fra 32130) che tagliano* « *(sulla sestica) in 6 punti una delle due date e in 3 punti l'altra, e vi-* « *ceversa. Di queste 16 quadriche ve ne sono sempre 4 passanti per i* « *medesimi sei punti della sestica. Esse incontrano daccapo la sestica in*

« *12 + 12 punti pei quali passano 2 altre quadriche formanti una coppia* « *della medesima specie di quella di cui si è partiti, e da cui, riappli-* « *cando lo stesso procedimento, si tornerebbe alla coppia data.*

« *Una coppia di 4ª specie è rappresentata da* $[a]\,[a_4]$. *Per essa esi-* « *stono 8 quadriche che incontrano in 6 punti la prima delle date, e in* « *3 punti l'altra, e esistono invece 16 quadriche che incontrano in 3 punti* « *la prima è in 6 punti la seconda. Come si vede dunque, manca la sim-* « *metria fra le 2 quadriche della coppia, come avevamo annunziato, e* « *si può verificare che la coppia* $[a]\,[a_9]$ *possiede esattamente la analoga* « *proprietà ma invertita.*

« *Una coppia di 5ª specie è rappresentata da* $[a]\,[a_5]$. *Per essa vi* « *sono (come nella coppia di 3ª specie) 8 + 8 quadriche che incon-* « *trano in 6 punti una delle date e in 3 punti l'altra, e viceversa, però,* « *a differenza della terza specie, di queste 16 quadriche non ve ne sono* « *mai più che 2 passanti per i medesimi 6 punti (della sestica). Anche* « *quì si ha però la proprietà analoga a quella della coppia di 3ª specie,* « *che cioè queste 16 quadriche incontrano ancora la sestica in tutto in* « *12 + 12 altri punti residui, pei quali passano 2 nuove quadriche for-* « *manti una coppia della stessa specie di quella da cui si è partiti e da* « *cui collo stesso procedimento si torna alla data.*

« *Una coppia di 6ª specie è rappresentata da* $[a]\,[a_6]$. *Esistono 12 + 12* « *quadriche che tagliano in 6 punti l'una e in 3 l'altra e viceversa.*

« *Una coppia di 7ª specie è rappresentata da* $[a]\,[a_7]$. *Esistono 4* « *quadriche che tagliano in 6 + 6 punti le due date, e 8 + 8 altre* « *quadriche che tagliano in 6 punti l'una e in 3 l'altra e viceversa.* « *Questa proprietà non può confondersi con quella che ha la coppia di* « *1ª specie, perchè nella coppia di 1ª specie non c'è la simmetria fra le* « *2 quadriche della coppia e invece la simmetria c'è fra le 2 quadriche* « *della coppia di 7ª specie; o, altrimenti, nella coppia di 1ª specie le 16* « *altre quadriche si cui si parla incontrano tutte in 6 punti una fissa* « *delle date, mentre nella 7ª specie solo 8 di esse incontrano in 6 punti* « *una delle date, le altre 8 incontrandola in 3 punti.*

« *Finalmente la coppia di 8ª specie è rappresentata da* $[a]\,[a_8]$, *e per essa esistono 12 quadriche che incontrano sempre in 6 + 6 punti le* « *2 della coppia* ».

« Come si vede queste proprietà sono tutte fra loro diverse, e possono servire a differenziare le varie specie di coppie. Il numero poi delle coppie esistenti in ciascuna specie si ricava immediatamente dai numeri stabiliti nel § precedente ».

Matematica. — *Sopra un sistema di rette (3, 4).* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Cremona.

« Nei Rend. del Circolo Matematico di Palermo, t. I, fasc. 4°, an. 1887, in una Nota dal titolo: *Su certi luoghi che s'incontrano nello studio* ecc., io trattai di un certo sistema di rette del 3° ordine e della 4ª classe, contenente nove fasci, due coni quadrici ed un cono cubico. Questo sistema io l'ho ora di nuovo incontrato nel seguito di alcune ricerche intorno alle superficie del 5° ordine, e mi propongo in questa Nota di metterne in evidenza le proprietà che ho ricavate. Fra l'altro vi si trovan dedotte le formule per la rappresentazione piana di certe superficie dell' i^{mo} ordine, omaloidi, con k rette ($i = 7, 6, 5$; $k = 9, 10, 11$), e vi si trova studiata una certa congruenza del 3° grado che si presenta quale caso speciale del sistema.

§ I.

Le formule per la rappresentazione piana del sistema.

« 1. Una stella di piani può essere rappresentata dall'equazione

$$(S) \equiv \lambda p_x + \mu q_x + \nu r_x = 0 \qquad (1)$$

ove $p_x = 0$, $q_x = 0$, $r_x = 0$ sono tre piani della stella e $\lambda : \mu : \nu$ parametri variabili. Una stella (ξ) di rette, reciprocamente riferita alla (S), e che abbia il centro in un punto ξ_i $(i = 1, \dots, 4)$ si può, in vece, intendere data [1] dalle equazioni:

$$z_i \equiv \sigma \xi_i + \tau \eta_i \qquad (i = 1, \dots, 4) \qquad (2)$$

ove è

$$\eta_i \equiv \lambda \alpha_i + \mu \beta_i + \nu \gamma_i \quad (i = 1, \dots, 4) \qquad (3)$$

ed ove α_i, β_i, γ_i sono le coordinate di tre punti non complanari con ξ_i; $\lambda : \mu : \nu$ fissano la posizione di una retta della stella, e $\sigma : \tau$ un punto z_i di questa.

« Analogamente, un'altra stella di rette, reciprocamente riferita alla (S) e che abbia il centro nel punto ξ'_i, s'intenderà data dalle equazioni:

$$z'_i \equiv \sigma' \xi'_i + \tau' \eta'_i \qquad (i = 1, \dots, 4) \qquad (2')$$

ove è

$$\eta'_i \equiv \lambda \alpha'_i + \mu \beta'_i + \nu \gamma'_i \quad (i = 1, \dots, 4)$$

ed ove significato analogo al precedente hanno le quantità $\alpha'_i, \beta'_i, \gamma'_i$; $\lambda : \mu : \nu$; $\sigma' : \tau'$. Ciò posto, il punto ove la retta $\lambda : \mu : \nu$ della stella (ξ) incontri il corrispondente piano di (S) sarà tale che per esso si avrà:

$$\sigma (\lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\xi) + \tau (\lambda p_\eta + \mu q_\eta + \nu r_\eta) = 0 \qquad (5)$$

[1] Cfr. la mia Nota: *Ancora della sup. del 5° ord.* ecc., nei Rend. della R. Acc. dei Lincei, settembre 1892.

ed in modo analogo, pel punto in cui la retta $\lambda:\mu:\nu$ di (ξ') incontra quel medesimo piano di (S) si avrà:

$$\sigma'(\lambda p_{\xi'}+\mu q_{\xi'}+\nu r_{\xi'})+\tau'(\lambda p_{\eta'}+\mu q_{\eta'}+\nu r_{\eta'})=0. \tag{6}$$

La (5) dà:

$$\sigma:\tau=\lambda p_\eta+\mu q_\eta+\nu r_\eta:-(\lambda p_\xi+\mu q_\xi+\nu r_\xi)$$

e la (6)

$$\sigma':\tau'=\lambda p_{\eta'}+\mu q_{\eta'}+\nu r_{\eta'}:-(\lambda p_{\xi'}+\mu q_{\xi'}+\nu r_{\xi'}).$$

« Ora è, in generale, in virtù di (3) e (4):

$$(zz')_{ik}\equiv\sigma\sigma'(\xi\xi')_{ik}+\sigma\tau'(\xi\eta')_{ik}+\tau\sigma'(\eta\xi')_{ik}+\tau\tau'(\eta\eta')_{ik} \tag{7}$$
$$(ik=12,\dots,34)$$

dunque sarà, per una retta del sistema in quistione, sistema che continueremo a denominare **K**, come nella citata Nota dei Rend. del Circ. Mat.:

$$\left.\begin{aligned}\varrho\,.\,p_{ik}=&(\lambda p_\eta+\mu q_\eta+\nu r_\eta)(\lambda p_{\eta'}+\mu q_{\eta'}+\nu r_{\eta'})(\xi\xi')_{ik}\\&-(\lambda p_\eta+\mu q_\eta+\nu r_\eta)(\lambda p_{\xi'}+\mu q_{\xi'}+\nu r_{\xi'})(\xi\eta')_{ik}\\&-(\lambda p_{\eta'}+\mu q_{\eta'}+\nu r_{\eta'})(\lambda p_\xi+\mu q_\xi+\nu r_\xi)(\eta\xi')_{ik}\\&+(\lambda p_\xi+\mu q_\xi+\nu r_\xi)(\lambda p_{\xi'}+\mu q_{\xi'}+\nu r_{\xi'})(\eta\eta')_{ik}\end{aligned}\right\}(ik=12,\dots,34) \tag{8}$$

« 2. Se, considerando i due tetraedri $\xi\alpha\beta\gamma$, $\xi'\alpha'\beta'\gamma'$, poniamo:

$$(\xi,\alpha,\beta,\gamma)(\xi',\alpha',\beta',\gamma')\equiv h,a,b,c,a',l,e,g',b',e'\,m,f,c',g,f',m,$$

e poi indichiamo coi medesimi simboli muniti di opportuni indici le coordinate delle rette che essi rappresentano, [1] siccome si ha:

$$(\xi\eta')_{ik}=\lambda(\xi\alpha')_{ik}+\mu(\xi\beta')_{ik}+\nu(\xi\gamma')_{ik};$$
$$(\eta\xi')_{ik}=\lambda(\alpha\xi')_{ik}+\mu(\beta\xi')_{ik}+\nu(\gamma\xi')_{ik}$$
$$(\eta\eta')_{ik}=(\alpha\alpha')_{ik}.\lambda^2+(\beta\beta')_{ik}.\mu^2+(\gamma\gamma')_{ik}.\nu^2\}(\beta\gamma')_{ik}-(\beta'\gamma)_{ik}\{\mu\nu+$$
$$+\}(\gamma\alpha')_{ik}-(\gamma'\alpha)_{ik}\{\nu\lambda+\}(\alpha\beta')_{ik}-(\alpha'\beta)_{ik}\{\lambda\mu$$
$$(ik=12,\dots,34),$$

ponendo poi anche

$$\Phi=p_\alpha.\lambda^2+q_\beta.\mu^2+r_\gamma.\nu^2+(p_\beta+q_\alpha)\lambda\mu+(q_\gamma+r_\beta)\mu\nu+(r_\alpha+p_\gamma)\nu\lambda$$
$$\Psi=p_{\alpha'}.\lambda^2+q_{\beta'}.\mu^2+r_{\gamma'}.\nu^2+(p_{\beta'}+q_{\alpha'})\lambda\mu+(q_{\gamma'}+r_{\beta'})\mu\nu+(r_{\alpha'}+p_{\gamma'})\nu\lambda$$

le formule (8) potranno essere scritte nella forma seguente, dalla quale apparisce più chiara la loro formazione per mezzo delle λ, μ, ν:

$$\begin{aligned}\varrho\,.\,p_{ik}=\Phi.\Psi.h_{ik}&-(\lambda a_{ik}+\mu b_{ik}+\nu c_{ik})(\lambda p_{\xi'}+\mu q_{\xi'}+\nu r_{\xi'}).\Phi\\&-(\lambda a'_{ik}+\mu b'_{ik}+\nu c'_{ik})(\lambda p_\xi+\mu q_\xi+\nu r_\xi).\Psi+\\+(\lambda p_\xi+\mu q_\xi+\nu r_\xi)&(\lambda p_{\xi'}+\mu q_{\xi'}+\nu r_{\xi'}).\{l_{ik}.\lambda^2+m_{ik}.\mu^2+n_{ik}.\nu^2+\\&+(f_{ik}-f'_{ik})\mu\nu+(g_{ik}-g'_{ik})\nu\lambda+(e_{ik}-e'_{ik})\lambda\mu\}.\end{aligned} \tag{9}$$

« E queste sono le formule per mezzo delle quali, prendendo λ, μ, ν come coordinate omogenee di un punto di un piano, il sistema **K** viene rappresentato su questo piano.

[1] In modo che si abbia, p. e., $(\xi\alpha')_{ik}=a_{ik}$, $(\alpha\xi')=a'_{ik}$, ..., $(\alpha\beta')_{ik}\equiv e_{ik}$, $(\alpha'\beta)_{ik}=e'_{ik}$, ...

§ II.

Il sistema lineare rappresentativo. — I fasci ed i coni di K.

« 3. Se indichiamo con A_μ l'invariante simultaneo della retta

$$\mu \equiv h,\ a,\ b,\ c,\ a',\ l, \ldots, g,\ f',\ n$$

considerata come asse di un complesso lineare speciale, e del complesso

$$\Sigma A_{lm}\, p_{ik} = 0$$

e se, per brevità, poniamo:

$$\Theta_A = A_l \,.\, \lambda^2 + A_m \,.\, \mu^2 + A_n \,.\, \nu^2 + (A_f - A_{f'})\,\mu\nu + (A_g - A_{g'})\,\nu\lambda + (A_e - A_{e'})\lambda\mu$$

il sistema lineare di curve, rappresentativo delle rigate di **K** contenute nei diversi complessi lineari dello spazio, è fornito dall'equazione:

$$\begin{aligned} \Phi \,.\, \Psi \,.\, A_h &- (\lambda A_a + \mu A_b + \nu A_c)\,(\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\,\Phi \\ &- (\lambda A_{a'} + \mu A_{b'} + \nu A_{c'})\,(\lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\xi)\,\Psi \\ &+ (\lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\xi)\,(\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\,\Theta_\alpha = 0 \qquad (10) \end{aligned}$$

dove sono A_{ik} $(ik = 12, \ldots, 34)$ i parametri variabili colle curve del sistema. Dalla (10) si vede che le curve sono del 4° ordine, e che hanno a comune i punti (semplici):

$$\begin{matrix} P_i \\ P_2 \end{matrix} \equiv \left\{ \Phi = 0,\ \lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\xi = 0 \quad \alpha \right),$$

ed i punti

$$\begin{matrix} P'_1 \\ P'_1 \end{matrix} \equiv \left\{ \Psi = 0,\ \lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'} = 0 \quad \beta \right);$$

ma non è difficile riconoscere che vi sono, oltre a questi, altri 5 punti comuni, che diremo $Q_1, \ldots, Q_5$. In fatti, risulta da un noto teorema di Halphen, e del resto un breve ragionamento assicurerebbe di ciò direttamente, che il sistema **K** ha comune con una congruenza lineare arbitraria $3 + 4 = 7$ raggi; perciò due rigate, rappresentate da due qualunque delle curve del sistema (10), hanno a comune 7 generatrici variabili; e quindi le curve (10) si tagliano a due a due in 7 punti non comuni a tutti, cioè esse hanno, oltre i punti $P_i\, P'_i$ $(i = 1, 2)$ altri $16 - 4 - 7 = 5$ punti comuni.

« Ciascuno dei punti P, P', Q rappresenta un fascio di rette in **K**, ciò che riconferma l'esistenza in questo di nove di tali fasci [1].

« 4. Alla retta che congiunge due punti fondamentali corrisponde in **K** una rigata che ha comune con un complesso lineare arbitrario due generatrici, cioè una rigata del 2° ordine. Ne segue che in **K** vi sono 36 di tali rigate; possiamo però mostrare che di queste le due che corrispondono alle rette $P_1\, P_2$, $P'_1\, P'_2$ sono coni coi vertici in ξ, ξ' rispettivamente. Infatti, le rette che corrispondono ai punti di $P_1\, P_2$ sono date da

$$\varrho \,.\, p_{ik} = \Psi \,.\, h_{ik} - (\lambda a_{ik} + \mu b_{ik} + \nu c_{ik})\,(\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'}) \qquad (11)$$

[1] Cfr. la mia citata Nota: *Su certi luoghi* ecc.

coi soliti valori di ik, e da $\lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\xi = 0$. — Ora dalle (11) si ha

$$\Sigma p_{ik}\, a_{lm} \equiv \Psi . a_h - (\lambda a_a + \mu a_b + \nu a_c)(\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'}) = 0$$
$$\Sigma p_{ik}\, b_{lm} \equiv \Psi . b_h - (\lambda b_a + \mu b_b + \nu b_c)(\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'}) = 0$$
$$\Sigma p_{ik}\, c_{lm} \equiv \Psi . c_h - (\lambda c_a + \mu c_b + \nu c_c)(\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'}) = 0$$

poichè è:

$$a_a = 2(a_{12}a_{34} + a_{23}a_{14} + a_{31}a_{24}) = 0,\ b_b = 2(b_{12}b_{35} + b_{22}b_{14} + b_{31}b_{24}) = 0,$$
$$c_c = 2(c_{12}c_{34} + c_{23}c_{14} + c_{31}c_{24}) = 0,$$

e per essere $\xi(\alpha', \beta', \gamma') \equiv a, b, c$, è anche:

$$a_b = a_c = a_h = b_c = b_a = b_h = c_a = c_b = c_h = 0.$$

« Ne segue che la retta p_{ik} data dalle (11), appoggiandosi alle rette, non complanari a, b, c passa pel punto ξ, comune a queste rette. — In modo analogo si ha che le rette corrispondenti ai punti di $P'_1 P'_2$, cioè le rette per cui

$$\varrho . p_{ik} = \Phi . h_{ik} - (\lambda a'_{ik} + \mu b'_{ik} + \nu c'_{ik})(\lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\zeta) \qquad (11')$$
$$\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'} = 0$$

passano tutte per ξ'. E noi abbiamo così anche la riconferma dell'esistenza di due coni quadrici coi vertici in ξ, ξ'. — Siccome risulta dalle (11), (11') le quali danno per la retta corrispondente al punto $P_1 P_2 . P'_1 P'_2 \equiv P$:

$$p_{ik} \equiv \Psi . h_{ik} \equiv \Phi . h_{ik}$$

la retta $\xi\xi'$ è generatrice comune a quei coni quadrici.

« 5. Non sarà senza interesse di giungere a questi ultimi risultati in altro modo. Se si considera la quadrica Σ data dalla relazione (S) $\overline{\wedge}$ (ξ), e quella Σ' data dalla (S) $\overline{\wedge}$ (ξ'), la prima sarà rappresentata parametricamente dalle formule:

$$z_i \equiv \Phi . \xi_i - (\lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\zeta)\, \eta_i \quad (i = 1, \dots, 4) \qquad (12)$$

e la seconda dalle formule:

$$z'_i \equiv \Psi . \xi'_i - (\lambda p_{\zeta'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\, \eta'_i \quad (i = 1, \dots, 4). \qquad (13)$$

« Le (12) proiettano stereograficamente Σ sul piano $\sigma \equiv \overline{\alpha\beta\gamma}$ dal punto ξ, e le (13) proiettano Σ' sul piano $\sigma' \equiv \overline{\alpha'\beta'\gamma'}$ dal punto ξ'.

« Ora, formando con le z_i, z'_i, date dalle (12), (13) le espressioni $(zz')_{ik}$ si hanno precisamente le (9), ed intanto, per mezzo delle (3) e (3') il piano σ è proiettivamente riferito al piano σ'. Cosicchè, indicando con Ω questa proiettività, la quale, del resto, non è altro che quella ottenuta dal segare (ξ) $\overline{\wedge}$ (ξ') con σ, σ', ed indicando $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$ le due proiezioni stereografiche suaccennate, si può dire che **K** proviene dal congiungere i punti omologhi di Σ, Σ' nella corrispondenza $\mathfrak{H} \equiv \mathfrak{P}_1 \Omega \mathfrak{P}_2^{-1}$, o, se si vuole, nella $\mathfrak{H}^{-1} \equiv \mathfrak{P}_2 \Omega^1 \mathfrak{P}_1^{-1}$. — Ora è facile di vedere che, per mezzo di $\mathfrak{H}$, al punto ξ corrispondono su Σ' tutti i punti della conica:

$$\left.\begin{array}{c} z'_i \equiv \Psi . \xi'_i - (\lambda p_{\xi'} + \mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\, \eta'_i \\ \lambda p_\xi + \mu q_\xi + \nu r_\zeta = 0 \end{array}\right\}, \qquad (14)$$

e, per mezzo di $\mathfrak{H}^{-1}$, corrispondono al punto ξ'_i tutti i punti di Σ sulla conica:

$$\left.\begin{array}{c} z_i \equiv \Phi . \xi_i - (\lambda p\xi + \mu q\xi + \nu r\xi)\, \eta_i \\ \lambda p\xi' + \mu q\xi' + \nu r\xi' = 0 \end{array}\right\}, \quad (15)$$

cosicchè il sistema **K** contiene i coni quadrici che da ξ, ξ' proiettano ordinatamente le coniche (14) e (15).

« 6. Dalla stessa considerazione della $\mathfrak{H}$ e della $\mathfrak{H}^{-1}$ si ricava che i 4 fasci di rette di **K** corrispondenti ai punti $P_i\, P'_i$ $(i = 1, 2)$ sono nei piani che da S proiettano le due generatrici di Σ uscenti da ξ, e in quelli che da S proiettano le due generatrici di Σ' uscenti da ξ'. Sicchè, indicando con $s_1 : s_2 : s_3$, $t_1 : t_2 : t_3$ le radici comuni alle (α), e con $s'_1 : s'_2 : s'_3$, $t'_1 : t'_2 : t'_3$ quelli comuni alle (β), si avranno le equazioni dei 4 piani sunnominati nella forma:

$$\left.\begin{array}{l} \chi_1 (\xi\xi'\alpha x) + \chi_2 (\xi\xi'\beta x) + \chi_3 (\xi\xi'\gamma x) = 0 \\ \vartheta_1 (\xi\xi'\alpha' x) + \vartheta_2 (\xi\xi'\beta' x) + \vartheta_3 (\xi\xi'\gamma' x) = 0 \end{array}\right\} (\chi \equiv s, t\,;\ \vartheta \equiv s', t').$$

« 7. Tornando al sistema lineare rappresentativo, siccome i 9 fasci di K passano tutti per S ed ogni complesso lineare ha comuni con un cono cubico tre raggi, la curva rappresentativa del cono cubico del sistema, col vertice in S, passerà per tutti i 9 punti P, P', Q ed avrà comune con ognuna delle curve (10) soltanto tre intersezioni variabili: la curva rappresentativa del cono cubico di **K** è, adunque, la cubica condotta pei 9 punti base del sistema rappresentativo. Siccome questa cubica ha comune un punto soltanto con la retta che unisce due punti fondamentali (fuori di questi), così sul cono cubico (S) vi sono 36 generatrici, le quali appartengono una ad una alle 36 rigate del 2° ordine: fra esse, quelle che appartengono ai coni quadrici (ξ), (ξ') sono le rette ξS, ξ'S.

« Potremmo ora cercare tutte le rigate cubiche contenute in **K**; troveremmo che, oltre al cono (S), ve ne sono di due specie, come pure potremmo cercare quelle degli altri ordini; ma questa ricerca riducendosi a fare uno studio sul sistema rappresentativo, preferiamo tralasciarla per dar posto invece alla ricerca delle formule di rappresentazione di alcune superficie omaloidi.

§ III.

Formule per la rappresentazione piana di superficie dell'i^{mo} ordine con k rette $(i = 7, 6, 5;\ k = 9, 10, 11)$ equivalenti a proiezioni di K.

« 8. Consideriamo due sestuple qualunque di quantità ξ_{ik}, η_{ik} $(ik = 12, \ldots, 34)$ tali però che non si abbia (per ora)

$$\chi_{12}\, \chi_{34} + \chi_{23}\, \chi_{14} + \chi_{31}\, \chi_{24} = 0 \qquad (\chi \equiv \xi, \eta) \qquad (16)$$

e formiamo le espressioni:

$$z_{ik} \equiv \vartheta_1\, \xi_{ik} + \vartheta_2\, \eta_{ik} + \vartheta_3\, p_{ik} \qquad (ik = 12, \ldots, 34) \qquad (17)$$

ove $\vartheta_1 : \vartheta_2 : \vartheta_3$ sono parametri variabili, e p_{ik} le coordinate di una retta del sistema **K**. Se, prendendo ad arbitrio due equazioni lineari della forma:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma H_{lm}\, z_{ik} = 0 \\ \Sigma K_{lm}\, z_{ik} = 0 \end{array}\right\} \quad (18)$$

noi vi facciamo le sostituzioni (17), dette $\mathbf{H} = 0$, $\mathbf{K} = 0$ le curve del sistema (10) che corrispondono ai complessi lineari di coordinate H_{lm}, K_{lm} ($lm = 12, \ldots, 34$) ed M_χ l'invariante simultaneo dei complessi di coordinate M_{lm}, χ_{ik} rispettivamente ($M \equiv H, K$; $\chi \equiv \xi, \eta$), noi abbiamo:

$$\left.\begin{array}{l} \vartheta_1 \,.\, H_\xi + \vartheta_2 \,.\, H_\eta + \vartheta_3 \,.\, \mathbf{H} = 0 \\ \vartheta_1 \,.\, K_\xi + \vartheta_2 \,.\, K_\eta + \vartheta_3 \,.\, \mathbf{K} = 0 \end{array}\right\} \quad (19)$$

per cui potremo dalle (17) e (19) ricavare:

$$z_{ik} \equiv (H_\eta \mathbf{K} - K_\eta \mathbf{H})\, \xi_{ik} + (K_\xi \mathbf{H} - H_\xi \mathbf{K})\, \eta_{ik} + (H_\xi K_\eta - H_\eta K_\xi)\, p_{ik} \quad (20)$$
$$(ik = 12, \ldots, 34).$$

« Queste formule, immaginando le p_{ik} sostituite con le espressioni (9), rappresentano, con un numero sovrabbondante di coordinate, una superficie che, usando il linguaggio della geometria a più dimensioni, può essere considerata come proiezione sul nostro spazio del sistema **K** considerato quale superficie di una varietà lineare a 5 dimensioni. — Le (20) conducono all'equazione seguente pel sistema lineare rappresentativo:

$$(H_\eta \mathbf{K} - K_\eta \mathbf{H})\, A_\xi + (K_\xi \mathbf{H} - H_\xi \mathbf{K})\, A_\eta + (H_\xi K_\eta - H_\eta K_\xi)\, \mathbf{A} = 0$$

che può essere anche scritta nella forma

$$(K_\xi A_\eta - K_\eta A_\xi) \,.\, \mathbf{H} + (H_\eta A_\xi - H_\xi A_\eta) \,.\, \mathbf{K} + (H_\xi K_\eta - H_\eta K_\xi)\, \mathbf{A} = 0 \quad (21)$$

ove $\mathbf{H} = 0$, $\mathbf{K} = 0$ sono due curve fisse ed $\mathbf{A} = 0$ una curva, del sistema (10), variabile coi parametri A_{ik}.

« 9. Conviene, per non avere formule con un numero superfluo di coordinate, di prendere le equazioni (18) nella forma

$$z_{24} = 0, \qquad z_{34} = 0$$

allora sarà:

$$\begin{array}{lll} H_\xi = \xi_{24}, & H_\eta = \eta_{24}, & \mathbf{H} = p_{24} \\ K_\xi = \xi_{34}, & K_\eta = \eta_{34}, & \mathbf{K} = p_{34} \end{array}$$

epperò, come è

$$(H_\eta \mathbf{K} - K_\eta \mathbf{H})\xi_{i4} + (K_\xi \mathbf{H} - H_\xi \mathbf{K})\eta_{i4} + (H_\xi K_\eta - H_\eta K_\xi)p_{i4} = \begin{vmatrix} \xi_{i4} & \eta_{i4} & p_{i4} \\ \xi_{24} & \eta_{24} & p_{24} \\ \xi_{34} & \eta_{34} & p_{34} \end{vmatrix} = 0 \qquad (i = 2, 3)$$

così le 6 formule (20) si riducono soltanto alle 4 seguenti

$$\left.\begin{aligned} z_1 &\equiv (\eta_{24}p_{34}-\eta_{34}p_{24})\zeta_1+(\xi_{34}p_{24}-\xi_{24}p_{34})\chi_1+(\xi_{24}\eta_{34}-\xi_{34}\eta_{24})p_{12} \\ z_2 &\equiv (\eta_{24}p_{34}-\eta_{34}p_{24})\zeta_2+(\xi_{34}p_{24}-\xi_{24}p_{34})\chi_2+(\xi_{24}\eta_{34}-\xi_{24}\eta_{34})p_{23} \\ z_3 &\equiv (\eta_{24}p_{34}-\eta_{34}p_{24})\zeta_3+(\xi_{34}p_{24}-\xi_{24}p_{34})\chi_3+(\xi_{24}\eta_{34}-\xi_{34}\eta_{24})p_{31} \\ z_4 &\equiv (\eta_{24}p_{34}-\eta_{34}p_{24})\zeta_4+(\xi_{34}p_{24}-\xi_{24}p_{34})\chi_4+(\xi_{24}\eta_{34}-\xi_{34}\eta_{24})p_{14} \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

ove le p_{ik} si intendono sostituite coi loro valori dati dalle (9), e dove noi ora abbiamo trovato conveniente di scrivere $\tau_1, \dots, \tau_4$ al posto di $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}, \tau_{14}$ ($\tau \equiv z, \zeta, \chi$ e $\zeta \equiv \xi$, $\chi \equiv \eta$).

« 10. Al sistema di formule (22) corrisponde il sistema lineare rappresentativo:

$$(\eta_{24}p_{34}-\eta_{34}p_{24})\,a\zeta+(\xi_{34}p_{24}-\xi_{24}p_{34})\,a\chi+(\xi_{24}\eta_{34}-\xi_{34}\eta_{24})\,a_p=0 \quad (23)$$

ove è

$$a_p = a_1p_{12}+a_2p_{23}+a_3p_{31}+a_4p_{14}$$

e sono $a_1:a_2:a_3:a_4$ i parametri variabili colle curve del sistema. Ponendo, per brevità:

$$\alpha''_i=\chi_i\xi_{34}-\zeta_i\eta_{34}, \quad \beta''_i=\zeta_i\eta_{24}-\chi_i\xi_{24}, \quad \xi_{24}\eta_{34}-\xi_{24}\eta_{34}=\gamma \; (i=1,\dots,4)$$

alla (23) possiamo dare la forma

$$\begin{aligned} &a_1(\gamma p_{12}+\alpha''_1p_{24}+\beta''_1p_{34})+a_2(\gamma p_{24}+\alpha''_2p_{24}+\beta''_2p_{32})+ \\ &+a_3(\gamma p_{31}+\alpha''_3p_{24}+\beta''_3p_{34})+a_4(\gamma p_{14}+\alpha''_4p_{24}+\beta''_4p_{34})=0. \quad (24) \end{aligned}$$

« Si vede che questo sistema lineare è contenuto nel sistema (10); quindi se ne conclude che la superficie di cui esso rappresenta le sezioni piane, cioè la superficie di rappresentazione parametrica (22) è del 7° ordine, nel caso più generale, e possiede 9 rette. — Diciamo nel caso generale, perchè se, p. e., le ξ_{ik} fossero scelte per modo (e qui facciamo a meno della restrizione (16)) che esse fossero i valori presi dalle p_{ik} per un sistema $\lambda_0:\mu_0:\nu_0$ di valori delle $\lambda:\mu:\nu$, allora, sul piano rappresentativo sarebbe $\lambda_0:\mu_0:\nu_0$ un nuovo punto fondamentale; epperò la superficie rappresentata dalle (22) è del 6° ordine e possiede 10 rette.

« Supponendo che anche le η_{ik} siano un sistema di valori dati dalle (9) per un particolare sistema $\lambda'_0:\mu'_0:\nu'_0$ delle $\lambda:\mu:\nu$, interviene sul piano rappresentativo un 11° punto fondamentale e la superficie rappresentata dalla (22) è allora del 5° ordine con 11 rette.

« Si potrebbero da quanto precede cavar fuori altre interessanti conseguenze, sulle quali probabilmente ritorneremo. Pel momento vediamo come dal sistema **K** noi arriviamo ad una congruenza del 3° grado generabile come **K**.

§ IV.

Caso in cui il sistema K riducesi ad una congruenza del 3° grado.

« 11. Se la corrispondenza proiettiva fra (ξ) ed (S), fra (ξ') ed (S) è tale che al piano $\pi \equiv \xi\xi' S$ di (S) corrispondono due rette in (ξ), (ξ') giacenti in π, allora è chiaro, vista la genesi stessa di K, che da questo si stacca il piano rigato π, e che quindi, sostanzialmente, esso riducesi ad una congruenza del 3° grado. Per trovare allora quale modificazione subiscono i risultati precedenti, basta supporre che si abbia, p. e.:

$$p_\xi = p_{\xi'} = p_\alpha = p_{\alpha'} = 0$$

con che si ha semplicemente:

$$\Phi = q_\beta \,.\, \mu^2 + r_\gamma \,.\, \nu^2 + (p_\beta + q_\alpha)\,\lambda\mu + (q_\gamma + r_\beta)\,\mu\nu + (r_\alpha + p_\gamma)\,\nu\lambda$$
$$\Psi = q_{\beta'} \,.\, \mu^2 + r_{\gamma'} \,.\, \nu^2 + (p_{\beta'} + q_{\alpha'})\,\lambda\mu + (q_{\gamma'} + r_{\beta'})\,\mu\nu + (r_{\alpha'} + p_{\gamma'})\,\nu\lambda$$

e le formule (9) diventano:

$$\begin{aligned}\varrho . p_{ik} = \Phi . \Psi . h_{ik} &- (\lambda a_{ik} + \mu b_{ik} + \nu c_{ik})\,(\mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\,\Phi \\ &- (\lambda a'_{ik} + \mu b'_{ik} + \nu c'_{ik})\,(\mu q_\xi + \nu r_\xi)\,\Psi \\ &+ (\mu q_\xi + \nu r_\xi)\,(\mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'}) \,.\, \{ l_{ik} \,.\, \lambda^2 + m_{ik} \,.\, \mu^2 + n_{ik} \,.\, \nu^2 + \\ &+ (f_{ik} - f'_{ik})\,\mu\nu + (g_{ik} - g'_{ik})\,\nu\lambda + (e_{ik} - e'_{ik})\,\lambda\mu \}\,; \quad (9')\end{aligned}$$

e pel sistema lineare rappresentativo si ha:

$$\begin{aligned}\Phi \,.\, \Psi \,.\, A_h &- (\lambda A_a + \mu A_b + \nu A_c)\,(\mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\,\Phi \\ &- (\lambda A_{a'} + \mu A_{b'} + \nu A_{c'})\,(\mu q_\xi + \nu r_\xi)\,\Psi \\ &+ (\mu q_\xi + \nu r_\xi)\,(\mu q_{\xi'} + \nu r_{\xi'})\,\Theta_A = 0. \qquad (10')\end{aligned}$$

« È facile di vedere che per queste curve il punto $\mu = 0$, $\nu = 0$ è doppio a tangenti variabili, poichè il 1° membro della (10′) si annulla a 2° grado per $\mu = 0$, $\nu = 0$, e si ha per quelle tangenti l'equazione complessiva:

$$A\mu^2 + B\mu\nu + C\nu^2 = 0$$

ove si è posto:

$$\begin{aligned}A &= A_l \,.\, q_\xi\, q_{\xi'} - A_a\, q_{\xi'}(p_\beta + q_\alpha) - A_{a'} \,.\, q_\xi\,(p_{\beta'} + q_{\alpha'}) \\ B &= A_l\,(q_\xi\, \xi' + q_{\xi'}\, r_\xi) - A_a\, \{ q_{\xi'}\,(r_\alpha + p_\gamma) + r_{\xi'}\,(p_\beta + q_\alpha) \} \\ &\qquad - A_{a'}\, \{ q_\xi\,(r_{\alpha'} + p_{\gamma'}) + r_\xi\,(p_{\beta'} + q_{\alpha'}) \} \\ C &= A_l \,.\, r_\xi\, r_{\xi'} - A_a\, r_{\xi'}\,(r_\alpha + p_\gamma) - A_{a'} \,.\, r_\xi\,(r_{\alpha'} + p_{\gamma'}).\end{aligned}$$

« Ne concludiamo che le congruenze del 3° grado le quali ammettono una generazione proiettiva per mezzo di due stelle reciprocamente riferite ad una terza, sono rappresentabili sul piano per mezzo di un sistema di curve del 4° ordine dotate di un punto doppio comune a tangenti variabili, e di 6 punti semplici. Questa ultima affermazione è giustificata da che le rigate della congruenza contenute nei diversi complessi lineari dello spazio sono del 6° grado ».

Matematica. — *Di un doppio isomorfismo nella teorica generale delle sostituzioni.* Nota di GIOVANNI FRATTINI, presentata dal Socio BELTRAMI.

« Quello che chiamo doppio isomorfismo, con vocabolo del quale spiego la ragione nel n. 2 di questo lavoro, fornisce un mezzo efficacissimo per rivestire di forma analitico-funzionale lo studio dei gruppi di sostituzioni, e specialmente l'importante ricerca dei loro sottogruppi eccezionali. Ecco brevemente di che si tratta. — Supponendo che le sostituzioni di un gruppo, come quelle del gruppo lineare

$$\left(z, \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right), \quad (\alpha\delta - \beta\gamma = 1)$$

dipendano da certi parametri α, β, γ, δ ecc., varianti di sostituzione in sostituzione, la ricerca dei sottogruppi eccezionali si riduce, mercè il doppio isomorfismo, al problema seguente: Essendo noto un certo gruppo di *sostituzioni aritmetiche* sui parametri α, β, γ, δ ecc., trovarne tutti i sottogruppi dotati di un certo grado di generalità. Per il gruppo lineare, il gruppo noto di sostituzioni aritmetiche sui parametri α, β, γ, δ è il seguente:

$$\begin{array}{ll} (\alpha s - \beta r)\,\mathrm{M} + (\gamma s - \delta r)\,\mathrm{N} & (\text{sostituzione sulla } \alpha) \\ (\beta m - \alpha n)\,\mathrm{M} + (\delta m - \gamma n)\,\mathrm{N} & (\quad \text{"} \quad \text{"} \quad \beta) \\ (\alpha s - \beta r)\,\mathrm{R} + (\gamma s - \delta r)\,\mathrm{S} & (\quad \text{"} \quad \text{"} \quad \gamma) \\ (\beta m - \alpha n)\,\mathrm{R} + (\delta m - \gamma n)\,\mathrm{S} & (\quad \text{"} \quad \text{"} \quad \delta). \end{array} \qquad [\mathrm{A}]$$

« Supponendo per semplicità che α, β, γ e δ siano numeri interi, variabili in tutto il campo definito dalla condizione $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, e che M, N, R, S, ed m, n, r, s siano due quaterne di numeri interi, variabili nei campi $\mathrm{MS} - \mathrm{NR} = 1$, $ms - nr = 1$, le [A] determinano un gruppo di sostituzioni aritmetiche, lineari e di determinante 1, sulle α, β, γ, δ (1). Or bene: cono-

(1) Prescindendo per un momento dalla condizione $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, e supponendo che nelle [A] le lettere rappresentino numeri di qualsivoglia specie, è facile verificare che le sostituzioni [A] trasformano in sè medesima la forma quaternaria

$$\alpha\delta - \beta\gamma.$$

Ponendo

$$\alpha = x_2 + ix_3, \quad \delta = x_2 - ix_3, \quad \beta = x_1, \quad \gamma = x_4,$$

dal gruppo [A] si ricaverebbe quel gruppo riproduttivo della forma

$$x_2^2 + x_3^2 - x_1 x_4,$$

che, supponendone reali i coefficienti, fu recentemente studiato dal Bianchi nella Memoria: « *Sui gruppi di sostituzioni lineari* » (Math. Annalen, Bd. 42).

sciuto un sottogruppo del gruppo aritmetico [A], e supposto che m, n, r, s conservino in esso il significato che hanno nel gruppo generale [A], qual è quello di variabili intere *indipendenti*, non soggette cioè ad altra condizione fuorchè all'uguaglianza $ms - nr = 1$; supposto inoltre che le quantità M, N,

---

Il gruppo aritmetico [A], composto di sostituzioni lineari a determinante 1 che trasformano in sè medesimo il determinante di 2° ordine

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$$

mi porge occasione per dare qui sotto le formole relative a un certo gruppo aritmetico di sostituzioni lineari e a determinante 1 che trasformano in sè stesso il determinante generale d'ordine n

$$\begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} \ldots\ldots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} \ldots\ldots & X_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ X_{n1} & X_{n2} \ldots\ldots & X_{nn} \end{vmatrix}$$

e che, per $n = 2$, si riduce al gruppo [A]. Quanto alla questione se il gruppo sia *totale*, se cioè comprenda tutte le sostituzioni aritmetiche lineari e a determinante 1 che trasformano il determinante generale d'ordine n in sè medesimo, spero di risolverla in una prossima Nota, servendomi appunto del doppio isomorfismo. Per ora do soltanto, senza dimostrazione, le formole relative al gruppo, formole che il lettore potrà verificare direttamente.

Posto

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \ldots\ldots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} \ldots\ldots & A_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{n1} & A_{n2} \ldots\ldots & A_{nn} \end{vmatrix} = 1, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots\ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} \ldots\ldots & a_{nn} \end{vmatrix} = 1,$$

e inoltre

$$X_{pq} = \sum_{j=1}^{j=n} A_{pj} \sum_{i=1}^{i=n} a_{qi}\, x_{ji},$$

si ha

$$\begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} \ldots\ldots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} \ldots\ldots & X_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ X_{n1} & X_{n2} \ldots\ldots & X_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} \ldots\ldots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} \ldots\ldots & x_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ x_{n1} & x_{n2} \ldots\ldots & x_{nn} \end{vmatrix}.$$

Dunque, se nel determinante delle X si eseguisce su X_{pq} la sostituzione lineare

$$\sum_{j=1}^{j=n} A_{pj} \sum_{i=1}^{i=n} a_{qi}\, X_{ji},$$

R, S possano considerarsi come ottenute dalle m, n, r, s *mediante una trasformazione comprendente l'identità*, che cioè, essendo M, N, R, S funzioni di m, n, r, s, siano possibili le eguaglianze simultanee

$$M = m, \quad N = n, \quad R = r, \quad S = s \text{ (1)}, \qquad [B)$$

a quel sottogruppo corrisponderà un sottogruppo eccezionale del gruppo lineare. — E reciprocamente: ad ogni sottogruppo eccezionale del gruppo lineare corrisponde un sottogruppo del gruppo aritmetico [A]; e il grado di generalità di un tale sottogruppo, oltrechè dall'indipendenza delle m, n, r, s entro il campo $ms - nr = 1$, risulta dalla possibilità delle [B], dal potersi cioè considerare M, N, R, S come ottenute dalle m, n, r, s mediante una trasformazione comprendente l'identità.

« 1. Fondamento della presente Nota sono alcuni teoremi contenuti nella mia Memoria: « *I gruppi transitivi di sostituzioni dell'istesso ordine e grado* » (2). Di essi ebbi già a far uso in altri lavori, e segnatamente nella Memoria: « *Intorno ad alcune proposizioni della teoria delle sostituzioni* » (3). Li ricorderò brevemente, a fine di poter conseguire maggior chiarezza dipoi.

« Assumendo come rappresentatrice di una determinata sostituzione S di un gruppo Π la sostituzione (T, TS), la quale surroga ogni sostituzione T di Π con il prodotto TS, l'insieme delle sostituzioni (T, TS) sarà un gruppo

$$\pi' \equiv (T, TS)$$

in isomorfismo oloedrico con Π (4). Rappresentando S con la sostituzione $(T, S^{-1}T)$, anche l'insieme delle sostituzioni $(T, S^{-1}T)$ sarà un gruppo

$$\pi'' \equiv (T, S^{-1}T)$$

in isomorfismo oloedrico con Π (5). Immaginando che le sostituzioni di Π siano contrasegnate ciascuna da un indice, che supporrò eguale ad 1 per la sostituzione unitaria, le sostituzioni di π' e di π'' permuteranno fra loro gl'indici di quelle di Π. Ricorderò pertanto che:

---

il determinante si trasforma in sè medesimo. Il sistema delle sostituzioni lineari sulle x forma poi gruppo, ed è a determinante 1. Risulta inoltre dalla verificazione diretta, che, qualora si facesse astrazione dalle condizioni poste per i determinanti delle A e delle a, il determinante del sistema di sostituzioni sulle x risulterebbe eguale al prodotto delle n^{me} potenze di quei due: mentre il determinante delle X sarebbe il prodotto del determinante delle A e di quello delle a, moltiplicati per il determinante delle x.

(1) Questa condizione è per esempio soddisfatta ponendo $M \equiv m$ (mod. a); $N \equiv n$ (mod. b); $R \equiv r$ (mod. c); $S \equiv s$ (mod. d); essendo a, b, c, d numeri interi.

(2) Atti della R. Accademia dei Lincei, 1882-83.

(3) Atti della R. Accademia dei Lincei, 1883-84.

(4) Nelle citate mie Memorie esso vien detto gruppo *potenziale* di Π.

(5) Gruppo *antipotenziale* di Π, secondo le dette mie Memorie.

« 1° Due sostituzioni qualunque, l'una appartenente a π e l'altra a π'', sono permutabili fra loro.

« 2° Ad ogni sottogruppo di Π corrisponde una distribuzione degli elementi di π' o dei loro indici in sistemi d'imprimitività di π'', e degli elementi di π'' in sistemi d'imprimitività di π'. Le due distribuzioni hanno poi un sistema comune, composto degl' indici delle sostituzioni del sottogruppo che le determina.

« 3° Reciprocamente: Ad ogni distribuzione degli elementi di π' in sistemi d'imprimitività di π'', o degli elementi di π'' in sistemi d'imprimitività di π', corrisponde un sottogruppo di Π, composto delle sostituzioni i cui indici sono quelli del sistema principale, intendendo per sistema principale quello che contiene l'indice 1 della sostituzione unitaria.

« 4° Affinchè un sottogruppo di Π dia nascita a due distribuzioni identiche degli elementi di π' e π'' in sistemi d'imprimitività, è necessario e sufficiente che esso sia eccezionale in Π.

« Da quest'ultima proposizione s'inferisce che i sottogruppi eccezionali di Π corrispondono a distribuzioni degl'indici delle sostituzioni di esso Π in sistemi d'imprimitività comuni a π' e a π''; vale a dire in sistemi d'imprimitività del gruppo Δ che risulta dalla combinazione di π' e di π''. Quanto alla forma di Δ, ricordando che ogni sostituzione di π' è permutabile con ciascuna sostituzione di π'', si trova facilmente che

$$\Delta \equiv (\mathrm{T}, \mathrm{S}^{-1}\mathrm{TS}_1)\,, \qquad [\mathrm{C}]$$

significando S ed S_1 due sostituzioni qualunque di Π, che, in ogni sostituzione di Δ, mentre T varia in tutto il campo Π, restano ferme.

« I sottogruppi eccezionali di Π corrispondono dunque ai sistemi d'imprimitività di Δ. D'altra parte, come ho dimostrato nell'appendice della seconda delle mie Memorie già citate, i sistemi d'imprimitività di un gruppo transitivo (e tale è il gruppo Δ) corrispondono univocamente ai sottogruppi di esso che contengono quello delle sostituzioni le quali non ispostano un elemento fissato ad arbitrio. *Perciò esisterà anche corrispondenza univoca fra i sottogruppi eccezionali di Π e quei sottogruppi di Δ che contengono il gruppo delle sostituzioni che in esso Δ non ispostano l'elemento* 1.

« Conosciuto che sia uno qualsiasi di siffatti sottogruppi di Δ, *le sostituzioni* $\mathrm{S}^{-1}\mathrm{S}_1$ *onde l'unità può essere surrogata per effetto delle sostituzioni del sottogruppo medesimo, sono quelle che compongono il relativo sottogruppo eccezionale di Π* (v. l'appendice c. s.).

« 2. Il gruppo Δ è duplicemente isomorfo al gruppo Π. Perchè, al variare simultaneamente di S e di S_1 in tutto il campo delle sostituzioni di Π, *senza che fra S ed S_1 siasi stabilito legame di sorta*, Δ si conserva isomorfo a Π, tanto per rispetto ad S, come per rispetto ad S_1. Ponendo infatti

$$\Delta' = (\mathrm{T}, \overset{-1}{\mathrm{S}'}\mathrm{TS}'_1)\,; \qquad \Delta'' = (\mathrm{T}, \overset{-1}{\mathrm{S}''}\mathrm{TS}''_1)$$

e facendo il prodotto delle sostituzioni Δ' e Δ'', si avrà

$$\Delta' \Delta'' = \left(\mathrm{T}, (\mathrm{S}' \mathrm{S}'')^{-1} \mathrm{T} (\mathrm{S}'_1 \mathrm{S}''_1)\right), \qquad [\mathrm{D}]$$

formola che dimostra il doppio isomorfismo anzidetto.

« Se Π è un gruppo le cui sostituzioni, a guisa di quelle del gruppo lineare, dipendano da certi parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ecc., l'espressione $\mathrm{S}^{-1} \mathrm{T} \mathrm{S}_1$, oltre che da $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ecc., dipenderà da due altre serie di quantità, m, n, r, s ecc., M, N, R, S ecc., valori dei parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta \ldots$, relativi ordinatamente ad S e ad S_1. Avverrà pertanto, che, facendo il prodotto $\mathrm{S}^{-1} \mathrm{T} \mathrm{S}_1$ (prodotto che è anch'esso una sostituzione di Π e perciò ha la stessa forma che T), ai parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ecc. relativi a T, sottentreranno quelli che sono relativi al suddetto prodotto, e che i nuovi parametri $\alpha', \beta', \gamma', \delta'$ ecc., saranno funzioni delle quantità delle tre serie

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta \text{ ecc.};\ m,\ n,\ r,\ s \text{ ecc.};\ \mathrm{M},\ \mathrm{N},\ \mathrm{R},\ \mathrm{S} \text{ ecc.}$$

« Il sottentrare delle $\alpha' \beta' \gamma' \delta'$ ecc. alle $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ecc., si potrà poi considerare come l'effetto di certe *sostituzioni aritmetiche* eseguite su quest'ultime quantità. L'insieme di tali sostituzioni forma un gruppo aritmetico Φ, perchè l'eguaglianza

$$\overset{-1}{\mathrm{S}''} \overset{-1}{\mathrm{S}'} \mathrm{T} \mathrm{S}'_1 \mathrm{S}''_1 = (\mathrm{S}' \mathrm{S}'')^{-1} \mathrm{T} (\mathrm{S}'_1 \mathrm{S}''_1),$$

mostra che la consecutiva applicazione delle due sostituzioni mediante le quali dai parametri di T si passa a quelli dei prodotti $\mathrm{S}'^{-1} \mathrm{T} \mathrm{S}'_1$, $\mathrm{S}''^{-1} \mathrm{T} \mathrm{S}''_1$, equivale a quella di un'unica sostituzione, evidentemente del medesimo tipo, mediante la quale si passa dai parametri di T a quelli del prodotto indicato dal secondo membro dell'eguaglianza medesima.

« Considerando per esempio il gruppo lineare, e ponendo

$$\mathrm{T} = \left(z, \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right), \quad \mathrm{S} = \left(z, \frac{m z + n}{r z + s}\right), \quad \mathrm{S}_1 = \left(z, \frac{\mathrm{M} z + \mathrm{N}}{\mathrm{R} z + \mathrm{S}}\right),$$

si trova con facili calcoli che, facendo il prodotto $\mathrm{S}^{-1} \mathrm{T} \mathrm{S}_1$, i parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ relativi a T si trasformano ordinatamente in

$$\begin{aligned}
(\alpha s - \beta r)\,\mathrm{M} + (\gamma s - \delta r)\,\mathrm{N} &= \alpha' \\
(\beta m - \alpha n)\,\mathrm{M} + (\delta m - \gamma n)\,\mathrm{N} &= \beta' \\
(\alpha s - \beta r)\,\mathrm{R} + (\gamma s - \delta r)\,\mathrm{S} &= \gamma' \\
(\beta m - \alpha n)\,\mathrm{R} + (\delta m - \gamma n)\,\mathrm{S} &= \delta'.
\end{aligned}$$

« Queste formole forniscono pel gruppo lineare il gruppo aritmetico Φ, lineare e di determinante 1 per rispetto ad $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

« Il gruppo

$$\left(\frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}, \frac{\alpha' z + \beta'}{\gamma' z + \delta'}\right)$$

è poi isomorfo al gruppo

$$\left(z, \frac{mz+n}{rz+s}\right) \equiv \left(z, \frac{Mz+N}{Rz+S}\right)$$

per rispetto all'una e all'altra delle due quaterne di quantità M, N, R, S ed m, n, r, s; come risulterebbe d'altra parte esaminando il prodotto di due delle sue sostituzioni.

« 3. Si consideri di nuovo il gruppo [C], e si supponga che, mentre S varia liberamente nel campo di Π, S_1 varii anch'essa: ma come funzione di S a più valori; e che fra questi valori sia compresa la stessa S. Si supponga inoltre che la funzione S_1 della S sia isomorfa per rispetto ad S, che cioè, se S'_1 ed S''_1 sono valori della *funzione* S_1, corrispondenti ai valori S' ed S'' della *variabile indipendente* S, il prodotto $S'_1 S''_1$ sia un valore di S_1 corrispondente al valore $S' S''$ della S. La [D] mostra che alla supposta relazione fra S ed S_1 corrisponderà un sottogruppo del gruppo generale Δ.

« Apparisce inoltre dalla [C] che un tal sottogruppo conterrà tutte le sostituzioni di Δ che non ispostano l'elemento $T = 1$; perchè S_1 contiene per ipotesi S tra i suoi valori. Dunque, per il teorema scritto in corsivo nel n. 1 di questa Nota, alla supposta relazione fra S ed S_1 corrisponderà un sottogruppo eccezionale di Π. Questo sottogruppo sarà poi composto delle sostituzioni

$$S^{-1} S_1 \qquad [E]$$

che nel gruppo Δ corrispondono all'elemento $T = 1$ (1). Reciprocamente, e per lo stesso teorema del n. 1, ad ogni sottogruppo eccezionale di Π corrisponderà un sottogruppo di Δ contenente l'*intero* gruppo delle sostituzioni che in esso Δ non ispostano l'elemento 1: e a ciò si richiede evidentemente, che la S possa variare *liberamente* entro il campo di Π; e che S_1 (funzione di S) contenga S e sia in isomorfismo con essa.

« 4. Se Π è un gruppo analitico, si riferiscano le cose dette nel numero precedente, non più al gruppo Δ, ma al noto gruppo Φ di sostituzioni aritmetiche sui parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ecc.; e si scorgerà facilmente che, supponendo le quantità m, n, r, s ecc. non legate fra loro da vincoli che non siano quelli imposti ad esse dalla natura stessa di Π; supponendo inoltre che M, N, R, S ecc. siano ciò che le m, n, r, s ecc. diventano per effetto di una trasformazione contenente l'identità, i sottogruppi eccezionali di Π corrisponderanno ai sotto-

(1) Si noti che il sottogruppo non può coincidere col gruppo totale Π, e neppure ridursi all'unica sostituzione unitaria. Infatti, se il sottogruppo fosse il gruppo totale, il prodotto $S^{-1}S_1$ si potrebbe agguagliare ad ogni sostituzione di Π. Detta pertanto Σ una qualsiasi sostituzione di Π, si avrebbe $S_1 = S\Sigma$. Perciò S_1, ferma restando S, potrebbe assumere ogni possibile valore nel campo Π. Essa dunque non sarebbe *funzione* di S, contro l'ipotesi. Se poi il sottogruppo si riducesse all'unica sostituzione unitaria, talchè si avesse $S_1 = S$, la S_1 sarebbe funzione di S ad un solo valore, il che è anche contro l'ipotesi.

gruppi del gruppo aritmetico Φ. Un sottogruppo del gruppo Φ relativo al gruppo lineare, ossia del gruppo [A], si ottiene, per esempio, ponendo

$$M \equiv m, \quad N \equiv n, \quad R \equiv r, \quad S \equiv s \quad (\text{mod. } a).$$

Ad esso, perchè non limita l'indipendenza delle m, n, r, s, e perchè queste quantità sono amplificate nelle M, N, R, S (si noti che le precedenti congruenze ammettono come caso particolare le eguaglianze $M = m, N = n, R = r, S = s$), corrisponde un sottogruppo eccezionale del gruppo lineare. Calcolando mediante la [E] i coefficienti d'un tale sottogruppo, risulta che esso si compone di quelle sostituzioni del gruppo lineare che sono congruenti all'identità (mod. a).

« In generale, cognito un sottogruppo del gruppo aritmetico [A], che, non limitando l'indipendenza delle m, n, r, s, le amplifichi nelle M, N, R, S, le sostituzioni

$$\left(z, \frac{m'z + n'}{r'z + s'}\right)$$

del relativo sottogruppo eccezionale del gruppo lineare, si conosceranno facendo uso dell'eguaglianza

$$\left(z, \frac{m'z + n'}{r'z + s'}\right) = S^{-1} S_1 = \left(z, \frac{mz + n}{rz + s}\right)^{-1} \left(z, \frac{Mz + N}{Rz + S}\right),$$

dalla quale si ricava, per i coefficienti m', n', r', s' del sottogruppo eccezionale,

$$\begin{aligned} m' &= Ms - Nr \\ n' &= Nm - Mn \\ r' &= Rs - Sr \\ s' &= Sm - Rn \text{ ».} \end{aligned}$$

Matematica. — *Sulla risoluzione della congruenza* $x^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$. Nota del prof. A. Tonelli, presentata dal Socio V. Cerruti.

« 1. In una Nota inserita in questi Rendiconti [1] studiando la congruenza

$$(1) \qquad x^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$$

con p numero primo dispari della forma $2^s\alpha + 1$, dopo aver posto

$$\varphi(p^\lambda) = p^{\lambda-1}(p-1) = 2^s\alpha\, p^{\lambda-1} = 2^s\gamma$$

ho dimostrato che le radici della (1) potevano esser rappresentate, in ogni caso, dalla formula

$$(2) \qquad x \equiv \pm g^{\gamma\left\{\varepsilon_0 + 2\varepsilon_1 + \ldots + 2^{s-2}\varepsilon_{s-2}\right\}} c^{\frac{\gamma+1}{2}} \pmod{p^\lambda}$$

dove g è un non residuo di p ed $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{s-2}$ dei numeri i quali possono assumere solamente uno dei due valori 0, 1. Questa formula però, come già

[1] Ser. V, vol. I, 1° semestre 1892.

osservai, può avere una importanza più teorica che pratica, riuscendo utile, a causa della sua generalità, piuttosto come strumento di investigazione che per la determinazione numerica delle radici della (1). Infatti, quando anche sia conosciuto il non residuo g, per ottenere, mediante la (2), il valore di quelle radici, è necessario calcolare successivamente le $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_{s-2}$ nell'ordine in cui sono scritte, o, per tentativi, la quantità complessiva:

$$\varepsilon_0 + 2\varepsilon_1 + \ldots + 2^{s-2}\,\varepsilon_{s-2}\ .$$

« Pel caso però di $s = 2$, la (2) mi permise di stabilire una vera formula risolutiva della (1) mediante i soli elementi noti; ciò che, per quanto io sappia, non veniva fatto coi metodi fin qui adoperati per lo studio di quella congruenza. Questo risultato io potei ottenerlo perchè, per $s = 2$, si conosce un numero (il 3), il quale gode quella proprietà che aumentato di 1 fornisce un residuo, e diminuito di 1 fornisce un non residuo.

« Ora se anche nel caso di s qualunque, fosse possibile di eliminare dalla (2) le ε, riducendola a contenere, oltre g, solo elementi noti, si sarebbe fatto un passo verso la completa soluzione della congruenza (1). La eliminazione delle ε si potrà effettuare quando anche nel caso generale si conosca un numero k il quale goda della stessa proprietà di cui gode il numero 3 pel caso speciale di $s = 2$.

« Supponendo $s \geq 2$ (perchè per $s = 1$ la (1) si risolve immediatamente) il numero k sarà noto quando si conosca un numero h della serie:

$$(3) \qquad 1, 2, \ldots, p-1$$

che sia compreso tra un residuo ed un non residuo: infatti uno dei due numeri:

$$\pm h$$

sarà certo tale che aumentato di 1 fornisce un residuo e diminuito di 1 fornisce un non residuo.

« L'esistenza di un tal numero h è evidente nella serie (3), perchè in essa i residui ed i non residui non possono presentarsi sempre alternati, come è noto [1] e come si capisce subito osservando che 1, 4 sono ambedue residui. Nella serie (3) dovrà quindi presentarsi una successione almeno di due o più residui ed una successione almeno di due o più non residui. Se $s = 2$ abbiamo già osservato che per k può assumersi il numero 3, appunto perchè il 3 o termina una successione di non residui (2, 3) o inizia una successione di residui (3, 4) secondo che 3 è non residuo o residuo di p.

« Ma si potrebbe anche prendere $k = p - 2$ se 3 e quindi $p - 3$ è non residuo, o $k = p - s + 1$ se $p - s$ è il primo non residuo della serie decrescente:

$$p-3, p-4, p-5, \ldots.$$

[1] Cf. p. e., Serret, *Cours d'Algèbre*. Vol. II, pag. 95.

« Se $s \geq 3$, essendo il 2 residuo, abbiamo fin da principio una serie di residui e se l'ultimo della successione dei residui è r basterà prendere:

$$k = p - r \equiv -r \pmod{p}$$

« Ma nella serie (3) vi dovrà essere pure una successione di non residui e se t è l'ultimo di quella successione, poichè non può essere $t = p - 1$, potremo anche prendere:

$$k = t$$

« Si vede dunque che, per $s \geq 2$, non uno solo ma almeno due numeri esistono nella serie (3) che soddisfano le condizioni volute pel numero k (1); e quei due numeri sono certo distinti perchè uno di essi è residuo e l'altro non residuo.

« 2. Stabilita così l'esistenza del numero k, vediamo qual profitto si possa trarre dalla sua conoscenza per la soluzione della (1).

« Osserviamo che si ha:

$$(k-1)^{2\alpha^{s-1}} \equiv \pm 1 \pmod{p}$$

$$(k-1)^{2\gamma^{s-1}} \equiv \pm 1 \pmod{p^\lambda}$$

dove i segni $\pm$ si corrispondono nella stessa formula e nelle due formule. Si ha ancora, colla stessa corrispondenza nei segni:

$$c^{2\alpha^{s-2}} \equiv \pm 1 \pmod{p}$$

$$c^{2\gamma^{s-2}} \equiv \pm 1 \pmod{p^\lambda}$$

e quindi:

$$c^{2\alpha^{s-2}} + k \equiv k \pm 1 \pmod{p}$$

da cui:

$$(c^{2\alpha^{s-2}} + k)^{2\gamma^{s-1}} c^{2\gamma^{s-2}} \equiv 1 \pmod{p^\lambda}$$

e se poniamo, per brevità:

$$v_{s-2} \equiv c^{2\alpha^{s-2}} + k \pmod{p}$$

potremo scrivere:

$$v_{s-2}^{2\gamma^{s-1}} c^{2\gamma^{s-2}} \equiv 1 \pmod{p^\lambda}$$

« A questa poi corrisponderà l'altra:

$$v_{s-2}^{2\alpha^{s-1}} c^{2\alpha^{s-2}} \equiv 1 \pmod{p}$$

(1) Fa eccezione il solo caso di $p = 5$, nel quale la (1) si risolve subito.

e poichè da esse si deducono le congruenze:

$$v_{s-2}^{2\gamma^{s-2}} c^{2\gamma^{s-3}} \equiv \pm 1 \pmod{p^\lambda}$$

$$v_{s-2}^{2\alpha^{s-2}} c^{2\alpha^{s-3}} \equiv \pm 1 \pmod{p}$$

colla solita corrispondenza nei segni, ne concluderemo facilmente che si ha pure:

$$\left\{ v_{s-2}^{2\alpha^{s-2}} c^{2\alpha^{s-3}} + k \right\}^{2\gamma^{s-1}} v_{s-2}^{2\gamma^{s-2}} c^{2\gamma^{s-3}} \equiv 1 \pmod{p^\lambda}$$

e dopo aver posto per brevità:

$$v_{s-3} \equiv v_{s-2}^{2\alpha^{s-2}} c^{2\alpha^{s-3}} + k$$

sarà:

$$v_{s-3}^{2\gamma^{s-1}} v_{s-2}^{2\gamma^{s-2}} c^{2\gamma^{s-3}} \equiv 1 \pmod{p^\lambda}$$

« Proseguendo con questo medesimo metodo e determinando successivamente le quantità $v_{s-2}, v_{s-3}, \ldots, v_{s-h}$, mediante le formule ricorrenti:

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} v_{s-2} \equiv c^{2\alpha^{s-2}} + k \\ \\ v_{s-3} \equiv c^{2\alpha^{s-3}} v_{s-2}^{2\alpha^{s-2}} + k \\ \\ v_{s-4} \equiv c^{2\alpha^{s-4}} v_{s-2}^{2\alpha^{s-3}} v_{s-3}^{2\alpha^{s-2}} + k \\ \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \\ v_{s-h} \equiv c^{2\alpha^{s-h}} v_{s-2}^{2\alpha^{s-h+1}} \cdots v_{s-h+1}^{2\alpha^{s-2}} + k \end{array} \right\} \pmod{p}$$

giungeremo alla congruenza:

$$v_{s-h}^{2\gamma^{s-1}} v_{s-h+1}^{2\gamma^{s-2}} \cdots v_{s-2}^{2\gamma^{s-h+1}} c^{2\gamma^{s-h}} \equiv 1 \pmod{p^\lambda}$$

come si potrebbe facilmente dimostrare col metodo induttivo.

« Supponendo allora in questa conguenza $h = s$, e dopo averla moltiplicata per c, avremo:

$$\left\{ v_0^{2\gamma^{s-2}} v_1^{2\gamma^{s-3}} \cdots v_{s-4}^{2\gamma^{2}} v_{s-3}^{2\gamma} v_{s-2}^{\gamma} c^{\frac{\gamma+1}{2}} \right\}^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$$

per cui le radici della (1) saranno rappresentate da:

$$(5) \qquad x \equiv \pm v_0^{2\gamma\,s-2} v_1^{2\gamma\,s-3} \ldots v_{s-3}^{2\gamma} v_{s-2}^{\gamma} c^{\frac{\gamma+1}{2}} \pmod{p^\lambda}.$$

« In questo modo, salvo la complicazione della formula, la (1) può ritenersi completamente risoluta quando sia noto il numero k, perchè se, per brevità, abbiamo introdotto i simboli $v_0, v_1, \ldots, v_{s-2}$, ad essi possono sostituirsi le loro espressioni mediante gli elementi noti della congruenza, considerando le (4) come uguaglianze.

« Le (4) considerate come congruenze possono piuttosto essere utili pel calcolo numerico delle radici della (1).

« 3. Per $\lambda = 1$ si trae dalla (5) la formula:

$$x_1 \equiv \pm v_0^{2\alpha\,s-2} v_1^{2\alpha\,s-3} \ldots v_{s-2}^{\alpha} c^{\frac{\alpha+1}{2}} \pmod{p}$$

che serve ad esprimere le radici della congruenza:

$$(1') \qquad x_1^2 \equiv c \pmod{p}$$

poichè le $v_0, v_1, \ldots, v_{s-2}$ sono indipendenti da λ.

« Osservando allora che la (5) può scriversi:

$$x \equiv \left\{ \pm v_0^{2\alpha\,s-2} v_1^{2\alpha\,s-3} \ldots v_{s-2}^{\alpha} c^{\frac{\alpha+1}{2}} \right\}^{p^{\lambda-1}} c^{\frac{p^\lambda - 2p^{\lambda-1}+1}{2}} \pmod{p}$$

si trae di nuovo la formula già da me dimostrata nella nota ricordata in principio:

$$x \equiv x_1^{p^{\lambda-1}} c^{\frac{p^\lambda - 2p^{\lambda-1}+1}{2}} \pmod{p^\lambda}$$

che serve ad esprimere le radici della (1) per mezzo di quelle della (1').

« 4. La formula (5) è affatto generale, e vale per qualunque forma del numero primo dispari p.

« Per $s = 1$ si trova subito:

$$x \equiv \pm c^{\frac{\gamma+1}{2}} \equiv \pm c^{\frac{p^\lambda - p^{\lambda-1}+2}{4}} \pmod{p^\lambda}$$

come già si sapeva dalla (2).

« Per $s = 2$ essendo $p = 4\alpha + 1 = 8h + 5$ si può prendere $k = 3$ e quindi:

$$x \equiv \pm v_0^{\gamma} c^{\frac{\gamma+1}{2}} \equiv \pm (c^\alpha + 3)^{\gamma} c^{\frac{\gamma+1}{2}} \equiv$$

$$\equiv \pm (c^{\frac{p-1}{4}} + 3)^{\frac{p^\lambda - p^{\lambda-1}}{4}} c^{\frac{p^\lambda - p^{\lambda-1}+4}{8}} \pmod{p^\lambda}$$

come già si era trovato nella nota sopra ricordata.

« Finalmente se $s = 3$ si avrà:

$$x \equiv \pm (c^{2\alpha} + k)^{\gamma} \left\{ (c^{2\alpha} + k)^{2\alpha} c^{\alpha} + k) \right\}^{2\gamma} c^{\frac{\gamma+1}{2}} \equiv$$

$$\equiv \pm (c^{\frac{p-1}{4}} + k) \left\{ (c^{\frac{p-1}{4}} + k)^{\frac{p-1}{4}} c^{\frac{p-1}{8}} - k \right\} c^{\frac{p^{\lambda} - p^{\lambda-1} + 8}{16}} \pmod{p^{\lambda}}$$

e se, essendo $p = 2^3 \alpha + 1$, la α non è divisibile per 3 si potrà prendere $k = -2$, e se α è divisibile per 3, ma nè α nè $4\alpha + 1$ sono divisibili per 5, potremo prendere $k = -4$.

« Troppo complicata riescirebbe a scriversi la formula se $s > 3$: però quando in $p = 2^{s}\alpha + 1$ la α non sia divisibile per 3, o non sia divisibile per 5 nè α nè $2^{s-3}\alpha + 1$, la (1) può ritenersi completamente risoluta mediante la (5), potendosi prendere in un caso $k = -2$ e nell'altro $k = -4$. In questo modo potremo ritenere come risolute infinite congruenze della forma (1) quando sia $p = 2^{s}\alpha + 1$ e $s \geq 3$.

« 5. La soluzione della (1) in ogni caso è così ricondotta alla ricerca di un numero che goda della proprietà di quello da noi accennato con k, ovvero alla ricerca del primo non residuo di p contenuto nella serie (3); per cui questa condizione non è, in fondo, più restrittiva di quella che ponemmo per istabilire la formula (2): infatti ove per ispeciali condizioni della proposta congruenza (1) non sia conosciuto il non residuo g, e quindi lo si debba in qualche modo cercare, è logico, andando per tentativi, di incominciare le prove dai più piccoli numeri della serie (3). Inoltre abbiamo il mezzo di limitare assai i tentativi da farsi, perchè il primo non residuo deve essere necessariamente un numero assolutamente primo: e supponendo α divisibile per 3 dovremo considerare successivamente i numeri:

$$5, 7, 11, 13, 17, \ldots$$

per arrestarci indubbiamente al numero assolutamente primo che precede $\frac{p-1}{4} = 2^{s-2}\alpha$. Ma si può anche far vedere che un non residuo di p deve trovarsi nella serie più ristretta dei numeri primi non superiori a:

$$\frac{p-1}{8} = 2^{s-3}\alpha.$$

« Infatti si vede molto facilmente che non possono essere residui tutti i numeri della serie:

$$1, 2, 3, \ldots, 2^{s-2}\alpha = \frac{p-1}{4}$$

e poichè l'ultimo residuo della successione deve esser pari supponiamo che questa successione sia formata dai numeri:

$$1\,,2\,,\ldots,2\overset{s-2}{\alpha}-2\mathrm{H}$$

« Voglio dimostrare che deve essere $2\mathrm{H} \geq 2\overset{s-3}{\alpha}$.

« Consideriamo infatti gli altri numeri successivi a $2\overset{s-2}{\alpha}-2\mathrm{H}$ fino a $2\overset{s-1}{\alpha}=\frac{p-1}{2}$, e cioè:

$$2\overset{s-2}{\alpha}-2\mathrm{H}+1\,,2\overset{s-2}{\alpha}-2\mathrm{H}+2\,,\ldots,2\overset{s-1}{\alpha}-4\mathrm{H}\,,2\overset{s-1}{\alpha}-4\mathrm{H}+1\,,\ldots,2\overset{s-1}{\alpha}$$

e si vedrà facilmente che quelli pari sino a $2\overset{s-1}{\alpha}-4\mathrm{H}$ sono pure residui perchè risultano del prodotto di 2 per uno dei numeri che formano la supposta successione di residui. Ora il numero di questi residui da aggiungersi a quelli che si presentano in principio della serie (3) è:

$$\frac{1}{2}\left\{2\overset{s-1}{\alpha}-4\mathrm{H}-2\overset{s-2}{\alpha}+2\mathrm{H}\right\}=2\overset{s-3}{\alpha}-\mathrm{H}\,.$$

« Ma i 4H numeri che succedono a $2\overset{s-1}{\alpha}-4\mathrm{H}$ sino a $2\overset{s-1}{\alpha}$ comprenderanno ancora H residui certamente ove già non si supponga ciò che si vuol dimostrare e cioè $2\mathrm{H} \geq 2\overset{s-3}{\alpha}$; e questi residui saranno rappresentati dai multipli di 4.

« Così avremo certo in tutto, nella serie:

$$1\,,2\,,3\,,\ldots,2\overset{s-1}{\alpha}=\frac{p-1}{2}\,,$$

un numero di residui espresso da:

$$2\overset{s-2}{\alpha}-2\mathrm{H}+2\overset{s-3}{\alpha}-\mathrm{H}+\mathrm{H}=2\overset{s-2}{\alpha}+2\overset{s-3}{\alpha}-2\mathrm{H}$$

e quindi dovrà essere:

$$2\mathrm{H} \geq 2\overset{s-3}{\alpha}$$

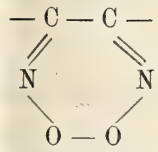
per cui la successione dei residui non potrà mai proseguirsi al di là della serie:

$$1\,,2\,,3\,,\ldots,2\overset{s-3}{\alpha}=\frac{p-1}{8}\,.$$

« Questa serie potrà ancora maggiormente restringersi quando si considerino i numeri dispari non superiori a $2\overset{-1}{\alpha}$ che risultano residui in conseguenza dell'ipotesi fatta circa la successione iniziale, e quando si supponga α divisibile per 3; ma su questo argomento non intendo per ora di trattenermi più oltre ».

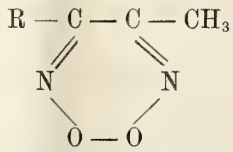
Chimica. — *Sopra i prodotti di ossidazione di alcune sostanze che contengono il gruppo $C_2 N_2 O_2$.* Nota del dott. ANGELO ANGELI, presentata a nome del Corrispondente CIAMICIAN.

« Il comportamento chimico dei composti contenenti il gruppo [1]:



finora, si può dire, non era stato oggetto di studio. Si conosceva il loro modo di formazione ed in pochi casi i prodotti di decomposizione, ma mancavano le prove per poter considerare il gruppo $C_2 N_2 O_2$ come un nucleo eterociclico speciale.

« Per questo motivo ancora l'anno scorso io aveva intrapreso lo studio dei prodotti di ossidazione che si possono ottenere da alcuni derivati aromatici della forma generale [2]:



« Fin d'allora ho io fatto vedere come in tal modo, generalmente, si formino gli acidi aromatici:

R.COOH ;

operando però nelle opportune condizioni, si ottiene invece un'altra sostanza azotata, che rimane sempre la stessa, qualunque siano i gruppi che sostituiscono gli atomi d'idrogeno nel residuo R. Lo stesso prodotto si forma infatti p. es. dai perossidi derivanti dall'isosafrolo, bromoisosafrolo, nitroisosafrolo, e così pure da quelli provenienti dall'isapiolo, nitroisapiolo ecc.

« Questo fatto conduce necessariamente ad ammettere che la sostanza, un acido, cui in tal modo si arriva, debba prendere origine per distruzione del residuo aromatico.

« Per le mie ricerche sono partito dal perossido che si ottiene dall'isosafrolo, il quale, senza dubbio, è il più facilmente accessibile ed il meno

(1) Sarebbe necessario, anche per ragione di brevità, di dare un nome a questo nucleo: prima di farlo attendo però le deliberazioni che la Commissione internazionale prenderà relativamente alla nomenclatura dei composti eterociclici.

(2) Gazzetta chimica 22, II, pag. 445; Angeli e Bartolotti, ibid., pag. 493.

costoso. A 4 gr. del perossido, sospeso in 800 c. c. di acqua bollente, resa leggermente alcalina con qualche goccia di potassa, si fa arrivare poco a poco una soluzione pure bollente di 28 gr. di permanganato disciolti in 1600 c. c. di acqua.

« Si riscalda a fuoco diretto fino a che tutto il permanganato è scomparso. Si separa allora il perossido di manganese ed il liquido limpido e quasi incoloro, viene concentrato a piccolo volume. Si acidifica con acido solforico e si estrae ripetutamente con etere. Per evaporazione di questo solvente rimane una massa cristallina, che si secca nel vuoto, affinchè perda la maggior parte dell'umidità, e quindi si spreme fra carta asciugante. Il prodotto si discioglie in molto benzolo e si concentra fino a piccolissimo volume. È necessario operare a questo modo, perchè la sostanza trattiene tenacemente un po' d'acqua, che solo in tal guisa si riesce ad eliminare completamente. I cristalli vengono poi purificati per ulteriori cristallizzazioni dal benzolo, e si ottengono così facilmente grandi aghi appiattiti e privi di colore.

« La sostanza pura non è molto solubile nel benzolo e nel cloroformio a freddo; è molto solubile nell'acqua, solubilissima nell'alcool, etere, etere acetico; quasi insolubile nell'etere petrolico. Dalle soluzioni acquose concentratissime, si separa sotto forma di grandi tavole.

« Nei carbonati alcalini si discioglie con viva effervescenza. Il punto di fusione di questa sostanza, varia a seconda del solvente da cui si separa, oppure se si trova allo stato secco; per es.:

dal benzolo	fonde a	47°
dall'acqua	»	62°
seccata nel vuoto	»	92°.

« All'analisi della sostanza, seccata nel vuoto fino a peso costante, si ebbero numeri che conducono alla formola:

$$C_4 H_4 N_2 O_4 .$$

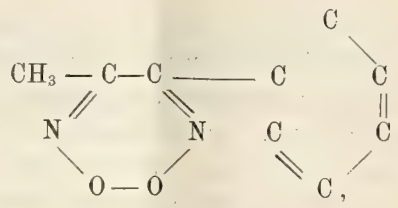
I. gr. 0,1821 di sostanza diedero gr. 0,2214 di CO_2 e gr. 0,0500 di H_2O.
II. » 0,1828 di sostanza diedero c. c. 29,2 di azoto a 7° e 763 mm.

« In 100 parti:

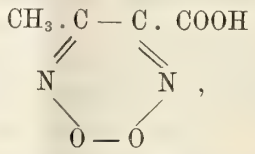
	trovato I.	trovato II.	calcolato
C	33,15	—	33,33
H	3,05	—	2,77
N	—	19,63	19,44

« Dal benzolo si separa con notevole quantità di solvente di cristallizzazione; anche all'aria i cristalli, dapprima trasparentissimi, facilmente sfioriscono e si fanno opachi; per questo motivo non mi è stato possibile di determinare esattamente la quantità di benzolo che essi possono trattenere.

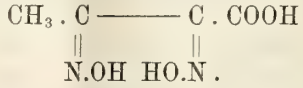
« Considerando la costituzione del composto da cui si è partiti, sorge naturale l'idea che esso si formi con scissione dell'anello aromatico, nel senso rappresentato dal seguente schema:



dimodochè al nuovo acido potrebbe spettare la costituzione:



« Per dimostrare l'esattezza di questa struttura ho seguito una via indiretta che conduce subito alla soluzione del problema. Era prevedibile infatti che lo stesso acido dovesse potersi ottenere anche sinteticamente, partendo, per es., dall'acido α-β-diisonitrosobutirrico di M. Ceresole e G. Koeckert [1] (acido metilsingliossimcarbonico di Nussberger) [2]:



« Il prodotto da me ottenuto differisce, come si vede, da quest'ultimo per una molecola d'idrogeno in meno. Si trattava quindi di ossidarlo. L'acido diisonitrosobutirrico venne preparato seguendo esattamente la prescrizione data da Nussberger, per azione dell'idrossilamina sopra l'etere nitrosoacetoacetico; ho saponificato l'etere con soda concentrata, e l'acido ottenuto venne lavato con cloroformio. L'azione del prussiato rosso che, in generale, effettua assai bene questo genere di ossidazioni, sopra la soluzione alcalina del sale non mi ha dato buoni risultati.

« Ho raggiunto invece lo scopo impiegando l'acido nitrico. Versando l'acido disonitrosobutirrico in acido nitrico (d = 1.45), raffreddato con neve, esso si discioglie colorando il liquido in rosso bruno e contemporaneamente si sviluppano vapori rossi in grande copia. Si neutralizza la maggior parte dell'acido con carbonato sodico e si estrae con etere. Si ottiene in tal modo una sostanza,

(1) Berl. Berichte, XVII, 89.
(2) Ibid., XXV, 2142.

che purificata nel modo sopra indicato, si mostra perfettamente identica a quella ottenuta per l'altra via.

gr. 0,1885 di sostanza diedero c. c. 31 di azoto a 10° e 751 mm.

« In 100 parti:

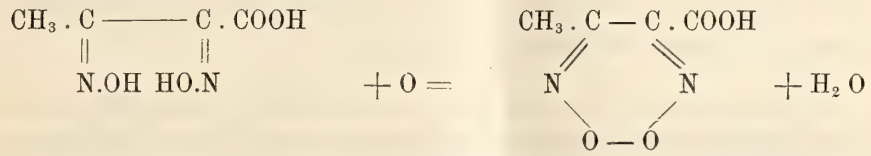
	trovato	calcolato per $C_4 H_4 N_2 O_4$
N	19,68	19,44

« La natura di questo prodotto porta inoltre, come si vede, una nuova conferma alla formola di struttura, che io ho assegnato alle sostanze:

$$R.\ C_3 H_3.\ N_2 O_2\ ,$$

che si ottengono per azione dell'acido nitroso sopra i composti aromatici a catena laterale propenilica.

« La formazione del nuovo acido, dall'acido diisonitrosobutirrico, si può rappresentare con l'eguaglianza:



« È notevole il fatto, che le sostanze contenenti il gruppo $C_2 N_2 O_2$, le quali si mostrano così sensibili all'azione dei riducenti, presentino invece all'azione degli agenti ossidanti una stabilità superiore a quella del nucleo aromatco.

« Ciò dimostra come realmente la combinazione $C_2 N_2 O_2$ ha i caratteri di uno speciale nucleo eterociclico.

« L'anno scorso ho fatto vedere come per azione del nitrito sodico ed acido acetico, facilmente dai derivati aromatici a catena propenilica:

$$R\ .\ CH = CH\ .\ CH_3$$

si ottengano, con sviluppo di calore, composti cristallini delle formole generali:

$$R\ .\ C_3 H_5\ .\ N_2 O_3 \quad \text{e} \quad R\ .\ C_3 H_3\ .\ N_2 O_2\ .$$

« Per analogo trattamento invece dei composti allilici:

$$R\ .\ CH_2 — CH = CH_2\ ,$$

non si nota sensibile innalzamento di temperatura e la sostanza rimane in gran parte inalterata. È probabile, che i prodotti che in tali condizioni si possono formare sieno molto instabili [1].

« Per questa e per altre ragioni che esporrò quanto prima, sembra che

[1] A questo riguardo ho già intrapreso delle ricerche per vedere se anche composti contenenti un solo doppio legame, nelle opportune condizioni, sieno in grado di addizionare l'anidride nitrosa ed ho potuto ottenere p. es. dal safrolo una sostanza, che si scompone verso 130°.

i composti a lacune, i quali di preferenza addizionano acido nitroso, sieno quelli che contengono due doppi legami direttamente connessi:

$$— CH = CH — CH = CH —$$

dei quali uno può far parte anche di un anello chiuso. Io ho trovato per es., che mentre l'acido crotonico:

$$CH_3 — CH = CH — COOH$$

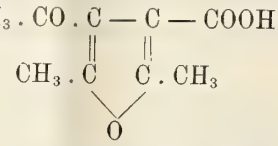
non addiziona l'acido nitroso, l'acido sorbinico, il quale secondo Fittig (1) ha la costituzione:

$$CH_3 . CH = CH — CH = CH . COOH ,$$

dà facilmente un mononitrosito ».

Chimica. — *Azione dell' acetilacetone sopra il bromoacetone in presenza di alcoolato sodico.* (2) Nota di GAETANO MAGNANINI, presentata in nome del Corrispondente CIAMICIAN.

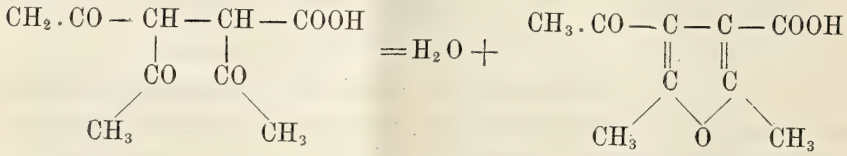
« Lo scorso anno, in un lavoro fatto in collaborazione col sig. M. Scheidt e comunicato a questa Accademia (3), io ho dimostrato che nell'acido deidrodiacetillevulinico $C_9 H_{10} O_4$ esiste un gruppo chetonico, e ciò in accordo colla formola di costituzione



da me ammessa come più probabile (4) per tale interessante composto.

« I fatti principali, i quali sono in armonia con questa costituzione dell'acido deidrodiacetillevulinico, sono i seguenti:

a) si spiega in modo abbastanza soddisfacente la formazione dell'acido deidrodiacetillevulinico per azione della anidride acetica sopra l'acido levulinico, ammettendo la formazione intermedia di un acido diacetillevulinico ipotetico (5):



(1) Liebig's Annalen; Fittig e Barringer, 161, 307; Kachel e Fittig, 168, 276. Berl. Berichte, XXIV, 82.

(2) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Modena.

(3) Vedasi G. Magnanini e M. Scheidt in questi Rendiconti 1892.

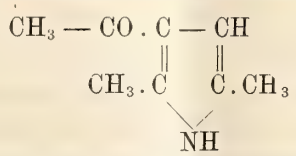
(4) Vedi G. Magnanini in questi Rendiconti 1888, vol. IV, pag. 480.

(5) Un analogo modo di comportarsi della anidride acetica è stato ammesso anche recentemente dal Feist nell'azione di questa sostanza sopra l'acido acetondicarbonico. Vedi Berl. Ber., XXV, 345.

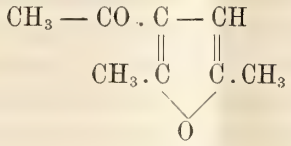
b) nell' acido deidrodiacetillevulinico esiste senza dubbio un gruppo chetonico; i tentativi fatti per introdurre un secondo residuo di fenilidrazina nella molecola di questa sostanza ebbero risultato negativo.

c) nell'acido deidrodiacetillevulinico esiste senza dubbio un carbossile; e ciò è dimostrato dallo studio della sua conducibilità elettrica; questa sostanza è dunque un acido organico vero e proprio.

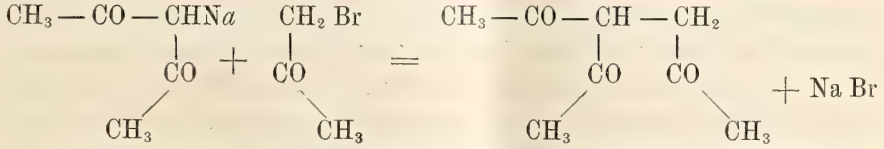
d) per azione della ammoniaca sopra l'acido deidrodiacetillevulinico, si forma, con eliminazione di anidride carbonica, una sostanza azotata della formola $C_8 H_{11} NO$, la quale possiede tutte le proprietà di un derivato pirrolico. La formola furfuranica da me ammessa per l'acido deidrodiacetillevulinico spiega molto bene la formazione di questo derivato del pirrolo, al quale dovrebbe venire attribuita la costituzione di un α-α'-dimetil-β-acetilpirrolo:



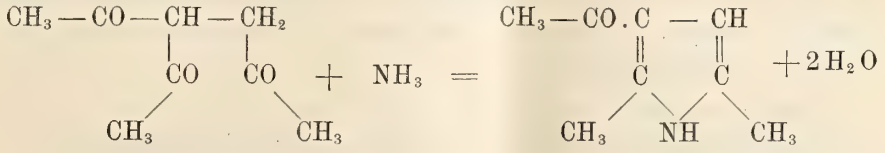
« In questa Nota io do comunicazione a questa Accademia di alcuni risultati, i quali dimostrano che la sostanza azotata $C_8 H_{11} NO$ è realmente l'*α-α'-dimetil-β-acetilpirrolo*; e che perciò l'acido deidrodiacetillevulinico deve considerarsi come un acido monocarbonico, derivante da un *α-α'-dimetil-β-acetilfurfurano* della formola:



« Facendo agire in soluzione di alcool assoluto quantità equimolecolari di acetilacetone, bromoacetone ed alcoolato sodico, io ho ottenuto un prodotto che, per le difficoltà incontrate nei tentativi di purificazione, non venne analizzato, e la formazione del quale si può esprimere colla seguenle equazione:



« Per azione dell'ammoniaca in tubi chiusi sopra questo γ-dichetone si ottiene un derivato del pirrolo $C_8 H_{11} NO$ (1)



(1) Il rendimento in derivato pirrolico dall'acetilacetone per questa via è molto picccolo.

il quale si è mostrato *identico* alla sostanza $C_8 H_{11} NO$ da me ottenuta per azione dell'ammoniaca sopra l'acido deidrodiacetillevulinico.

« Le esperienze vennero fatte sciogliendo quantità pesate di sodio metallico nell'alcool assoluto e precisamente in una misura corrispondente a circa 30 parti in peso di alcool per una parte di sodio; disciolto il sodio si aggiungeva la quantità calcolata di acetilacetone, e, successivamente, una quantità equimolecolare di bromoacetone preparato di fresco ogni volta, ed ottenuto per azione dei vapori di bromo sopra l'acetone seguendo il metodo di Emmerling e Wagner (1). La reazione incomincia già a freddo, e con separazione di bromuro di sodio, e si compie riscaldando per $^1/_4$ d'ora a b. m. ed a ricadere. Si distilla la maggior parte dell'alcool in una corrente di vapore colla quale passano anche altri prodotti che non vennero studiati particolarmente. La porzione meno volatile rimasta nel pallone venne estratta con etere, seccando con cloruro di calcio. Si ottiene così un olio colorato in rosso, molto denso, ed il quale non si solidifica e non distilla senza decomporsi. La distillazione si compie con eliminazione di acqua, e con una profonda decomposizione; il liquido oleoso passa in un intervallo di temperatura compreso fra 150° e 250°, e rimane nel pallone una quantità di sostanza carbonizzata. L'odore del liquido distillato ricorda perfettamente quello che presenta quel prodotto resinoso, che si forma nell'azione dell'anidride acetica sopra l'acido levulinico, e da cui venne da me estratto l'acido deidrodiacetillevulinico.

« Io ho fatto agire l'ammoniaca concentrata in tubi chiusi tanto sopra l'olio denso risultante dall'azione del bromoacetone coll'acetilacetone, come sopra il prodotto della distillazione di questo olio. In entrambi i casi, riscaldando verso 180° per 2-3 ore si ottiene una massa resinosa, la quale cede all'acqua bollente una sostanza cristallina che estratta con etere, e purificata per successive cristallizzazioni fonde verso i 94° ed è identica al composto azotato $C_8 H_{11} NO$ da me ottenuto per azione dell'ammoniaca sopra l'acido deidrodiacetillevulinico. Questa sostanza presenta lo stesso odore, la stessa fusibilità, la stessa solubilità, e le medesime reazioni pirroliche da me altrove menzionate (2). Il composto azotato, ottenuto dall'acetilacetone, presenta inoltre come quello ottenuto dall'acido deidrodiacetillevulinico la proprietà di dare un cloridrato pochissimo solubile in presenza di un eccesso considerevole di acido cloridrico; questa proprietà, veramente caratteristica, si manifesta anche se la sostanza è impura mescolata ad altre, offrendo un mezzo molto semplice per riconoscerne la presenza. Se, sopra un vetro da orologio, si aggiunge, ad una piccolissima quantità di $\alpha\alpha'$-dimetil-β-acetilpirrolo, una goccia di acido cloridrico, ha luogo la formazione di una massa solida biancastra del cloridrato. Io ho analizzato questo cloridrato.

(1) Liebig's Annalen 204, pag. 29.

(2) Vedi in questi Rendiconti, Classe di scienze fis., mat. e nat., vol. I, 1° sem., 1892, pag. 256.

« Trattando con forte eccesso di acido cloridrico la sostanza azotata sospesa in poca acqua, si ottiene dapprima una soluzione limpida dalla quale dopo pochi minuti si separano degli aghetti biancastri che vennero raccolti col mezzo della pompa ed asciugati nel vuoto sopra la potassa solida. Questi cristalli, quando sono asciutti, si decompongono in una massa rossa solamente quando vengono riscaldati sopra 150°; non possono però venire lavati con acqua dalla quale anche a freddo sono prontamente decomposti nella base che si scioglie ed in acido cloridrico.

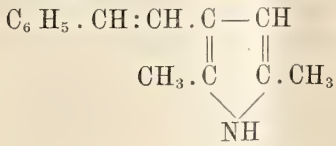
« Una determinazione di azoto ha dato questo risultato:

gr. 0,1512 di sostanza dettero 10,0 c.c. di azoto misurati alla pressione di 767 mm. ed alla temperatura di 10°. Da cui si calcola in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_{11} NO HCl$
N	8,08	8,07

« Come si vede l' α-α'-dimetil-β-acetilpirrolo è una vera base, che può dare un cloroplatinato ed un cloroaurato sebbene facilmente decomponibili (1). E però una base molto debole, perchè il suo cloridrato viene decomposto dall'acqua. Questo comportamento dell' α-α'-dimetil-β-acetilpirrolo è tanto più interessante, inquantochè la formazione di veri sali nella serie del pirrolo è un fatto si può dire non ancora osservato (2) e pochissimo studiato. La facilità, colla quale l' α-α'-dimetil-β-acetilpirrolo a preferenza forma con acido cloridrico un cloridrato che, qualora si eviti un eccesso di acqua, è stabile, dipende molto probabilmente da due condizioni: anzitutto la presenza di un gruppo acetilico nella molecola aumenta la resistenza che il nucleo pirrolico può presentare all'azione resinificatrice dell'acido cloridrico, ciò che si osserva anche negli ordinarî α-acetilpirroli; contemporaneamente la presenza del gruppo negativo CH_3—CO nella posizione β (3), come più lontana dall'azoto, può contribuire a rendere questo derivato maggiormente basico rispetto agli α-acetilpirroli; a stabilire se ciò sia realmente, occorre però uno studio più particolare, non ancor fatto, sul comportamento, rispetto agli acidi, di questi composti.

« Allo scopo di meglio stabilire l'identità dell'acetildimetilpirrolo, da me ottenuto col mezzo dell'acetilacetone, colla sostanza $C_8 H_{11} NO$ proveniente dall'acido deidrodiacetillevulinico, io l'ho trasformato nel cinnamildimetilpirrolo



(1) Vedi G. Magnanini e M. Scheidt in questi Rendiconti 1892, vol. I, pag. 256.

(2) Sono peraltro conosciuti parecchi cloroplatinati derivanti da composti pirrolici.

(3) L' α-α'-dimetil-β-acetilpirrolo da me scoperto è il primo esempio sicuro di un acetilpirrolo col gruppo acetilico in posizione β.

che si forma assai facilmente facendo bollire l'acetildimetilpirrolo con aldeide benzoica in presenza di una soluzione concentrata di potassa caustica. Cristallizzando il prodotto risultante dall'alcool bollente, si ottennero dei bellissimi aghetti di colore giallo-chiaro, fusibili a 208°, insolubili nell'acqua, ed i quali hanno dato all'analisi il seguente risultato:

I gr. 0,1820 di sostanza dettero gr. 0.5351 di CO_2 e gr. 0,1114 di H_2O.

II gr. 0.2004 di sostanza svolsero 10,4 c.c. di azoto misurato alla pressione barometrica di 760 mm. ed alla temperatura di 11°.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_{15}H_{15}NO$
	I	II	
C	80,18	—	80,00
H	6,79	—	6,66
N	—	6,26	6,22

« L'identità di questo composto $C_{15}H_{15}NO$, colla sostanza fus. a 208,5, avente la medesima composizione, e che si forma analogamente partendo dall'acido deidrodiacetillevulinico (1), è dimostrata inoltre da un esame cristallografico che debbo alla cortesia del prof. G. B. Negri della R. Università di Genova:

« I cristalli di cinnamildimetilpirrolo misurati erano assai imperfetti. « Confrontandoli con quelli della sostanza $C_{15}H_{15}NO$ ottenuta dall'acido dei- « drodiacetillevulinico, e misurati dal La Valle (2), vennero riscontrate le « faccie del prisma (410). Ho misurato in tre cristallini:

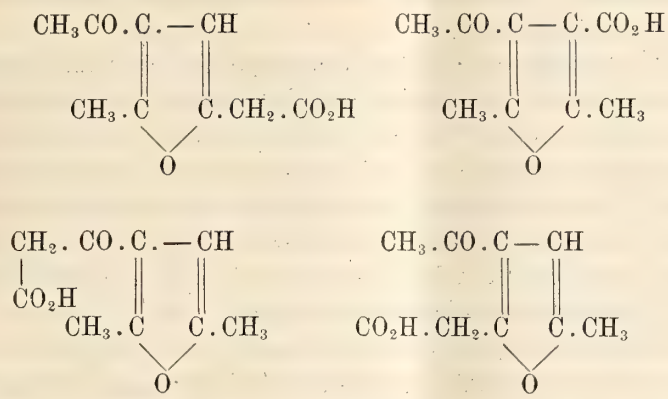
1°	$410 : 4\bar{1}0$	= 60°,31′
2°		= 60°,40′
3°		= 60°,43′
	Media	60°,38′
	La Valle calcola	60°,30′

« Questi cristallini sono, come quelli del La Valle, per lo più allungati « nel senso dell'asse x. Di più al microscopio osservasi sulle faccie di 410 « estinzione retta, come lo richiede appunto la simmetria trimetrica. Da questi « dati risulta che con ogni probabilità il cinnamildimetilpirrolo ed i cristalli « misurati dal La Valle sono identici ».

(1) Vedi G. Magnanini e M. Scheidt, *Azione dell'aldeide benzoica sopra il derivato ammoniacale dell'acido deidrodiacetillevulinico*, in questi Rendiconti, 1892.

(2) Loc. cit.

« Con questa ricerca rimane perciò dimostrato che l'acido deidrodiacetillevulinico è un derivato dell'α-α'-dimetil-β-acetilfurfurano, e che perciò deve corrispondere ad una delle quattro possibili formole di costituzione seguenti:



« Senza dubbio la formola di costituzione più probabile è la seconda, nella quale il carbossile si trova *direttamente* legato al nucleo furfuranico. Io spero con nuove ricerche di sciogliere questo problema il quale riguarda ora unicamente la posizione del carbossile nell'acido deidrodiacetillevulinico ».

Chimica. — *Il fenantrene quale solvente nelle determinazioni dei pesi molecolari col metodo di Raoult.* Nota di Felice Garelli e Adolfo Ferratini, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

« In una Memoria (1) pubblicata lo scorso anno, abbiamo dimostrato, che l'indolo sciolto in naftalina non abbassa il punto di congelamento di questo solvente nella misura richiesta dalla teoria: bensì si ripete per tale soluzione la notevole anomalia osservata da Magnanini per le soluzioni benzoliche di pirrolo. La spiccata analogia esistente tra la costituzione chimica del pirrolo e dell'indolo con quella rispettivamente del benzolo e della naftalina, ci fece ritenere la causa del fenomeno risiedere nella formazione di soluzioni solide, secondo una recente teoria enunciata da van't Hoff (2). Ed effettivamente riuscimmo a dimostrare con l'esperienza, che facendo congelare le soluzioni di indolo in naftalina non si separa il puro solvente, ma bensì l'indolo cristallizza con la naftalina. Seguendo il concetto teorico, che ci aveva guidati in tale genere di ricerche, prevedevamo, nella memoria già citata, che il carbazolo avrebbe formato esso pure una soluzione solida quando fosse

(1) Gazzetta chimica XXII, 245.
(2) Zeitschrift für Phys. Chemie. V, 322.

disciolto nell'idrocarburo, il quale per costituzione chimica sta ad esso nella medesima relazione, che passa tra pirrolo e benzolo e tra indolo e naftalina. Questo idrocarburo è il fenantrene: oggetto delle ricerche comunicate in questa Nota fu appunto il verificare se la previsione da noi fatta lo scorso anno fosse confermata dall'esperienza.

« Tale conferma non potevamo sperare più esplicita: imperocchè il carbazolo non si limita a dare abbassamenti nel punto di congelamento del fenantrene minori di quelli richiesti dalla teoria, ma addirittura ne innalza il punto di fusione. Questo fatto, dopo le ricerche di A. van Bijlert (1) e quelle di Küster (2), si deve ascrivere, senza bisogno di ulteriori dimostrazioni sperimentali, alla contemporanea cristallizzazione del solvente con la sostanza disciolta in proporzioni tali da formare una soluzione solida di concentrazione maggiore di quella della soluzione impiegata.

« Sebbene la questione propostaci fosse in tal modo già risoluta, pure abbiamo creduto conveniente sperimentare più estesamente il comportamento del fenantrene quale solvente per determinazioni crioscopiche, per ricercarne così la costante di depressione molecolare. Di più credemmo interessante verificare se l'anomalìa osservata pel carbazolo cessasse in qualcuno dei suoi derivati, come si constatò nelle serie pirrolica ed indolica.

« Il fenantrene si presta assai bene quale solvente per determinazioni di punti di congelamento. Eseguimmo le nostre esperienze con lo stesso semplicissimo apparecchio usato per le analoghe determinazioni fatte con la naftalina. È però in special modo conveniente, che il tubo, nel quale si fa congelare la soluzione, sia a pareti sottili, perchè vengano trasmesse rapidamente e con regolarità le variazioni di temperatura, che si fanno avvenire nel bagno esterno di acqua salata. La temperatura di questo bagno deve essere mantenuta tra 0°.5 ed 1°, al disotto del punto di congelamento della soluzione. Così operando si ottengono dei sovraraffreddamenti di due a tre decimi di grado e la lettura dei punti di congelamento si fa quindi con grande esattezza. Soltanto a concentrazioni alquanto elevate, le letture diventano più incerte, specialmente per la difficoltà di far sovraraffreddare la soluzione.

« Non ci fu possibile trovare in commercio del fenantrene purissimo quale richiedeva il nostro scopo. Abbiamo perciò dovuto assumere il lungo e penoso compito di purificare 1 Cg. e mezzo di fenantrene, proveniente dalla fabbrica di Kahlbaum, il quale conteneva notevoli quantità di antracene, nonchè di altre impurità le quali comunicavano al fenantrene fuso un colore giallo. La purificazione fu da noi eseguita dapprima cristallizzando varie volte il prodotto del toluolo bollente, come prescrive Wense (3), poi ripetu-

(1) Zeitschrift für Phys. Chemie, VIII, 343.
(2) Zeitschrift für Phys. Chemie, VIII, 585.
(3) Berl. Berichte XIX, 761.

tamente dall'alcool a 96 °/₀. Per eliminare le sostanze coloranti e le ultime tracce di antracene, si dimostrò conveniente di ossidare parzialmente il prodotto con piccola quantità di bicromato di potassa in soluzione acetica. Dopo questo trattamento ed un altro con nero animale, lo si cristallizzò ancora quattro volte dall'alcool assoluto. Riuscimmo così ad avere soltanto 180 gr. di fenantrene purissimo, che fondeva a 96°,25 dando origine ad un liquido perfettamente incoloro. Il fenantrene puro fonde quindi effettivamente verso 96°, punto di fusione assegnatogli da Hayduck (¹) e confermato recentemente da Miolati (²), mentre che i vari punti di fusione più alti (da 96 fino a 101°) osservati da parecchi sperimentatori sono assai probabilmente attribuibili all'avere essi impiegato fenantrene misto a piccole quantità di antracene, il quale, come dimostreremo, ne innalza il punto di fusione. Non essendo noto il calore latente di fusione del fenantrene, bisognava dedurne la costante di depressione molecolare con l'esperienza. Applicando la relazione empirica, che il Raoult trovò esistere tra la costante di depressione ed i pesi molecolari dei solventi, si dedurrebbe una costante uguale a

$$178 \times 0{,}62 = 110{,}36.$$

« Questo valore della costante, secondo un recentissimo lavoro di Miolati, servirebbe con sufficiente approssimazione a calcolare l'abbassamento prodotto nel punto di fusione del fenantrene dalla naftalina per alcune concentrazioni elevate. È noto però che la citata relazione empirica di Raoult, se si avvera con sufficiente esattezza per alcuni solventi, conduce per altri e specialmente per gli acidi grassi superiori, a risultati del tutto erronei. Le nostre misure, eseguite a concentrazioni inferiori alle pochissime osservate da Miolati, ci condurrebbero ad un valore della costante uguale in media a 120. Le sostanze, che ci servirono per determinare sperimentalmente la depressione molecolare, furono scelte fra quelle, che presumibilmente dovevano produrre abbassamenti normali. Esse sono: la *naftalina*, la *difenilammina*, il *timolo*, lo *stilbene*, il *dinitrobenzolo* ed infine l'*n-metilcarbazolo* il quale, seguendo il comportamento generale degli omologhi del pirrolo e quello di alcuni derivati indolici, diede, come prevedevamo, abbassamenti normali.

concentrazione	abbassamento	depressione molecolare	media delle depressioni osservate	peso molecolare trovato con la costante 120
		Naftalina, $C_{10}H_8 = 128$		
1.0888	1°.01	118.73		129
2.2468	2°.12	120.70	119.62	127
3.4270	3°.24	119.43		127

(¹) Liebig's Annalen 167, 179.
(²) Zeitschrift für Phys. Chemie, IX, 649.

Difenilammina, $C_{12} H_{11} N = 169$

1.1257	0°.810	120.15		167
2.3927	1°.720	120.03	119.56	167
4.9586	3°.520	118.43		169

Timolo, $C_{10} H_{14} O = 150$

1.0045	0°.82	122.40		147
3.3031	2°.60	118.06	118.20	152
5.4334	4°.13	114.30		157

Stilbene, $C_{14} H_{12} = 180$

1.1230	0°.78	124.92		173
2.8393	1°.93	122.34	122.70	176.5
3.9008	2°.62	120.87		179

m - Dinitrobenzolo, $C_6 H_4 N_2 O_4 = 168$

1.1771	0°.89	127.00		159
4.2515	3°.20	126.43	126.71	160

n - Metilcarbazolo, $C_{13} H_{11} N = 181$

1.2484	0°.86	123.20		174
2.6970	1°.80	120.79	121.07	179
4.2876	2°.82	119.22		182

« Da questa tabella apparisce, che i risultati ottenuti con cinque delle sei sostanze sperimentate, concordano con sufficiente approssimazione. Solo il m-dinitrobenzolo darebbe per la depressione molecolare un valore più elevato. Questa leggera irregolarità del dinitrobenzolo, trova però una spiegazione nel fatto, che questo composto ha un peso specifico più elevato di quello del fenantrene e delle altre cinque sostanze. Siccome i coefficienti di abbassamento vennero calcolati secondo Raoult in funzione delle concentrazioni riferite a 100 parti in peso del solvente e non al volume di 100 parti di soluzione, come vorrebbe la interpretazione esatta della teoria, la differenza di densità tra solvente e sostanza disciolta aumenta in grado maggiore l'errore che si commette nel senso, che tende ad accrescere il valore della costante. Lo stesso

fatto venne notato da Eykmann [1] per le soluzioni in naftalina dell'esaclorobenzolo e del dibromobenzolo, corpi dotati di alto peso specifico.

« Come avviene più comunemente per tutti i solventi, anche pel fenantrene la depressione molecolare, decresce con l'aumentare delle concentrazioni delle soluzioni sperimentate. Essa decresce in modo vario a seconda delle sostanze disciolte; in generale però, fatta eccezione per le soluzioni di timolo, non diminuisce notevolmente con la concentrazione.

« Per trovare il valore della costante di depressione molecolare, si può pertanto o fare una media di tutte le determinazioni eseguite; oppure attenersi solo ai numeri ricavati dalle concentrazioni più elevate, che nel nostro caso oscillano fra il 3,5 ed il 4,5 %. Quest'ultimo modo di calcolare sarebbe a preferirsi, per ragioni di analogia con la naftalina. Per questo solvente di fatto i valori della costante decrescono rapidamente coll'aumentare delle concentrazioni delle soluzioni, ed Eykmann [2] trovò, che la costante dedotta dalle determinazioni da lui fatte a concentrazioni elevate era quella, che più si avvicinava al valore teorico della costante ricavato con la nota formola di van't Hoff. Pel fenantrene, la media di tutte le determinazioni (eccettuate quelle del dinitrobenzolo) ci darebbe una costante uguale a 120,21. Adottando invece il secondo criterio, la costante diventa uguale a 119,21. La differenza tra i due valori è, come si vede, assai piccola: noi crediamo adunque, che la costante di depressione del fenantrene possa ritenersi, in cifra tonda, uguale a 120.

« Ed ora riportiamo i risultati delle determinazioni eseguite col carbazolo ed anche coll'antracene, il quale, come il primo, innalza il punto di fusione del fenantrene.

Carbazolo		Antracene	
concentrazione	innalz. termom.	concentrazione	innalz. termom.
0.3614	0°.56	0.9373	0°.620
1.0859	1°.90	2.1965	1°.560
1.4734	2°.51	3.3495	2°.540

« A. van Bijlert dimostrò, che in questo caso la soluzione solida, che si separa, deve avere una concentrazione superiore a quella della soluzione, che si fa congelare. Di questo fatto riuscimmo a dare anche noi una dimostrazione sperimentale, adoperando l'apparecchio descritto nella nota già citata, e determinando di confronto il tenore in azoto dei cristalli separantisi da due soluzioni l'una di carbazolo, l'altra di difenilammina, ugualmente concentrate e fatte congelare nelle identiche condizioni.

(1) Zeitschrift für Phys. Chemie, III, 114.
(2) L. c.

I. Soluzione di difenilammina in fenantrene.

« La soluzione conteneva:

7,50 % di difenilammina.

« Nei cristalli separati si trovò:

5,39 % di difenilammina.

II. Soluzione di carbazolo in fenantrene.

« La soluzione conteneva:

7,50 % di carbazolo.

« Nei cristalli separati si trovò:

11,42 % di carbazolo.

« Come si vede la concentrazione della soluzione, che per prima si separa, è superiore a quella della soluzione impiegata per l'esperienza.

« È noto, che tutti gli acidi produssero abbassamenti troppo piccoli nel punto di congelamento degli idrocarburi e di parecchi altri solventi, nei quali furono fin ora sperimentati. Questo comportamento si manifesta pure per le soluzioni di acido benzoico in fenantrene, e crediamo che si possa ritenere generale per tutti gli acidi organici.

Acido benzoico, $C_7 H_6 O_2 = 122$

	concentrazione	abbassamento	depressione molecolare	peso molecolare calcolato con la costante 120
I.	1.2284	0°.82	81.43	180
II.	3.8325	2°.27	72.46	202

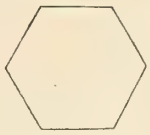
« Nella nostra prima pubblicazione, abbiamo però già dimostrato, come l'irregolarità nel comportamento crioscopico degli acidi nei solventi ora citati, debba attribuirsi ad altre cause, ma non alla formazione di soluzioni solide.

« Da risultati delle nostre ricerche si deduce, quindi, che il fenantrene si presta assai bene come solvente per determinare i pesi molecolari delle sostanze organiche col metodo del punto di congelamento: che anzi per la sua elevata costante di depressione si possono con esso, meglio che non con gli altri solventi fin qui adoperati, eseguire determinazioni a concentrazioni molto piccole senza che un possibile errore di qualche centesimo di grado nella lettura degli abbassamenti termometrici produca, nel calcolo del peso molecolare, variazioni molto notevoli [1].

[1] Sarebbe perciò desiderabile, che le fabbriche mettessero in commercio del fenantrene puro, perchè altrimenti la lunga purificazione necessaria ne impedirebbe l'uso esteso quale solvente nella determinazione dei pesi molecolari.

« Come solvente esso si comporta in modo perfettamente corrispondente a quello degli altri idrocarburi aromatici fin qui sperimentati. Si ottengono, cioè, depressioni troppo piccole solo per gli acidi e si hanno depressioni pure anormali od anche innalzamenti, con poche altre sostanze, che stanno con esso in stretta relazione di costituzione chimica. Dal pirrolo passando all'indolo ed al carbazolo, si vede aumentare la tendenza, che hanno questi composti a formare soluzioni solide negli idrocarburi corrispondenti. Di fatto, le deviazioni dai pesi molecolari normali date dall'indolo sciolto in naftalina, sono quasi doppie di quelle osservate per le soluzioni benzoliche di pirrolo; ed infine il carbazolo per innalzare il punto di fusione del fenantrene, deve evidentemente formare con questo idrocarburo una soluzione solida di concentrazione superiore a quella che si separa nei due primi casi.

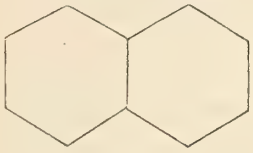
« Merita poi di essere specialmente rilevato il comportamento crioscopico affatto opposto, che si verifica rispetto al fenantrene come solvente, tra la difenilammina ed il carbazolo e tra lo stilbene e l'antracene, composti che differiscono fra di loro solo per due atomi di idrogeno. Questo fatto, nonchè la perfetta correlazione, che passa tra le formole delle seguenti sostanze.



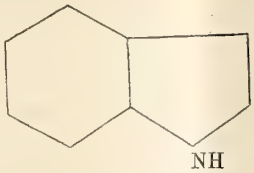
benzolo

pirrolo

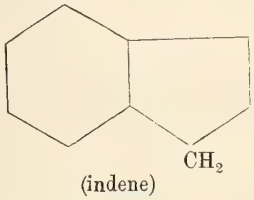
tiofene



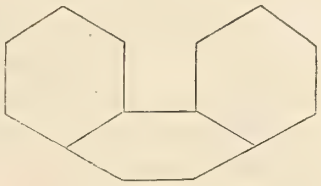
naftalina



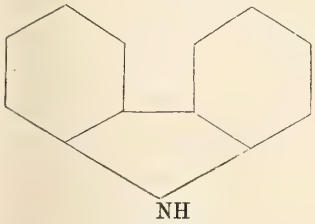
indolo



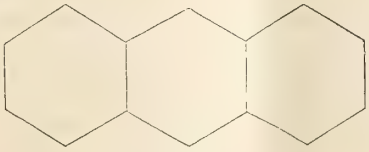
(indene)



fenantrene



carbazolo



(antracene)

ci dimostrano, come il formarsi di soluzioni solide è intimamente collegato con la costituzione dei corpi, che fungono rispettivamente da solvente e da sostanza disciolta, per cui la teoria di van't Hoff, non solo ci spiega, ma fino ad un certo punto può anche farci prevedere alcune strane anomalie nelle osservazioni crioscopiche ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cerruti fa omaggio, a nome dell'autore ing. Montanari, della pubblicazione: *Saggio di una nuova teoria della resistenza dei ponti e delle tombe al moto dell'acqua,* e ne discorre.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 9 aprile 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Paleontologia. — *Nuovi resti di Zifioidi in Calabria e in Toscana.* Nota del Socio G. Capellini.

« In più Memorie, dal 1884 al 1891, discorrendo di Zifioidi fossili feci conoscere quasi tutti gli avanzi che di questi singolari animali si conservano nei musei italiani.

« Dopo avere ricordato che i Naturalisti del Medio Evo sotto il nome di *Ziphius* registrarono uno strano cetaceo del quale non precisarono i caratteri, e dopo aver riferito quanto ne dissero Gesnero e Ulisse Aldrovandi, già accennai che Giorgio Cuvier al principio del secolo applicava il nome generico di *Ziphius* al cranio trovato nel 1804 nei dintorni di Fos, dichiarando che si trattava di un Cetaceo di cui si dovevano cercare i rapporti col genere *Physeter* di Linneo e col genere *Hyperoodon* di Lacepede.

« Nel 1809 e 1812 lo stesso Cuvier riferiva al genere *Ziphius* alcune porzioni di cranî fossili scavati in Anversa e un rostro di ignota provenienza il quale da assai tempo si trovava nel Museo di storia naturale di Parigi. Du Bus e Van-Beneden si occuparono in seguito di altri importanti resti di zifioidi raccolti nel Crag di Anversa, mentre Gervais e Duvernoy si interessavano dei zifioidi in genere; frattanto R. Owen e T. Huxley illustravano dottamente i numerosi e ben conservati esemplari di rostri provenienti dal Crag

di Suffolk e discutevano sulle distinzioni di più generi e sui nomi che più conveniva di applicarvi.

« Verso il 1880 Gervais e Van-Beneden riferivano al genere *Dioplodon* una gran parte dei resti di zifioidi fossili fino allora conosciuti e di questi interessanti animali si occupavano anche Flower, Turner ed altri.

« In Italia Roberto Lawley di Montecchio presso Pisa, nel 1875 aveva annunziato alla Società toscana di Scienze naturali la scoperta di denti di *Dioplodon* nel pliocene dei dintorni di Orciano e presso Volterra; ma quella importante notizia era passata quasi inosservata (1). Frammenti di rostri di *Dioplodon* si trovavano anche nei musei di Siena e Bologna; ma la scoperta di una interessante porzione di cranio di *Choneziphius* a Fangonero presso Siena nel 1883, mi porse occasione di occuparmi anche di questa famiglia di Cetodonti.

« Nella Memoria che ebbi l'onore di presentare a questa Accademia nel dicembre 1884, procurai di mettere in evidenza l'importanza della scoperta di resti di *Choneziphius* in un giacimento ben noto per altri resti di vertebrati; segnatamente per gli avanzi di *Felsinotherium* e *Rhinoceros*, pei quali era possibile di rilevare la esatta corrispondenza cronologica del giacimento di *Choneziphius* con le sabbie marine plioceniche di Montpellier e con parecchi giacimenti pliocenici del Piemonte, della Toscana e dell'Emilia.

« Dal punto di vista paleontologico era facile di apprezzare come la porzione di cranio del zifioide senese valesse a far conoscere e completare ciò che mancava ai rostri illustrati in Francia e in Belgio e quindi la stretta parentela con essi e col *Ziphius cavirostris* vivente, già da tempo ricordato dai naturalisti come uno dei migliori esempi del cosmopolitismo dei Cetodonti (2).

« Facendo seguito con la illustrazione dei resti di *Dioplodon* e *Mesoplodon* che fino al 1885 si trovavano nei musei italiani, mi proposi di far meglio apprezzare i rapporti stratigrafici e cronologici tra il pliocene italiano, il Crag di Suffolk e le sabbie medie o Crag grigio del Belgio. I materiali per quel lavoro, in generale scarsi e mal conservati, provenivano per la maggior parte dalla Toscana e si trovavano nei musei di Bologna e Siena e nella privata collezione del cav. Lawley a Montecchio. Una base di rostro di *Dioplodon* era stata raccolta in Calabria e donata al museo di Roma dal prof. Lovisato e un rostro quasi completo raccolto dal maggiore Gallet nel Bolognese era stato donato dallo scopritore al Museo di mineralogia e, per cortesia del prof. Bombicci, ceduto in seguito al Museo paleontologico. Nessun

(1) Lawley R., *Pesci ed altri vertebrati fossili del pliocene toscano.* Atti della Soc. toscana di scienze naturali, vol. I, fasc. I. Pisa 1875. — *Nuovi studi sopra ai pesci ed altri vertebrati fossili delle colline toscane,* p. 109 e 110. Firenze 1876.

(2) Capellini G., *Del Zifioide fossile* (*Choneziphius planirostris*) *scoperto nelle sabbie plioceniche di Fangonero presso Siena.* Atti dei Lincei. Mem. della cl. di sc. fis.. mat. e nat., vol. I. Roma 1885.

avanzo di Zifioidi nè allora nè fino ad oggi era stato segnalato in Piemonte e in Liguria; nulla nel Piacentino e nel Parmense ove pure furono raccolti copiosi e importanti avanzi di cetacei diversi. Non trovai resti di zifioidi nel museo di Pisa, nè a Napoli. Il museo di Firenze soltanto nel 1883 aveva potuto acquistare dal Brogi di Siena la superba porzione di cranio di *Choneziphius*, ma tra i resti di talassoterii donati a quel museo dal cav. R. Lawley v'era altresì un interessante avanzo di zifioide del quale mi propongo di far breve cenno in questa Nota. Con tutti questi materiali, già nel 1885 potevansi annoverare non meno di otto specie di *Dioplodon* e due di *Mesoplodon*, oltre il più volte ricordato *Choneziphius* e alcuni avanzi di *Physeter* e di *Eucetus*, sicchè in complesso potevasi calcolare sopra una quindicina di zifioidi spettanti a generi diversi e tutti provenienti dal pliocene.

« Nel 1887 una fortunata circostanza mi permise di arricchire il museo di Bologna con un rostro di *Dioplodon* che, senza contrasto, è il più bello tra quanti finora ne sono stati scoperti in Italia e merita di essere paragonato con i meglio conservati esemplari del Belgio e del Crag di Suffolk.

« L'esemplare trovato nelle sabbie fine marnose della Farnesina offre importanti analogie con il *D. gibbus* e il *D. tenuirostris*, ma per talune particolarità stimai opportuno di non confonderlo nè con una nè coll'altra specie; mentre, d'altra parte, essendo stato raccolto in posto ha contribuito a precisare il vero orizzonte nel quale s'incontrano tali avanzi che, d'ordinario, tanto in Inghilterra quanto in Belgio furono trovati fuori di posto e quindi sovente indicati nelle collezioni come fossili *incertae sedis*.

« A suo tempo ho narrato la curiosa storia della scoperta del rostro di Dioplodonte della Farnesina e come, dopo essermi già tanto interessato di questi strani cetacei, fortuna volesse che potessi ornare la collezione bolognese dello splendido esemplare il cui modello oggi figura in parecchie delle raccolte cetologiche dei musei italiani e stranieri. In quella circostanza, approfittando delle recenti pubblicazioni del Van Beneden, ho anche avuto la opportunità di rilevare gli apprezzamenti del cetologo belga riguardo all'importanza paleontologica dei zifioidi e ai confronti che, mercè le scoperte fatte in Italia, si poterono istituire tra i cetacei del bacino del Mediterraneo e quelli dei dintorni di Anversa, specialmente per le affinità che essi presentano all'epoca della loro apparizione.

« Nella breve nota con la quale il Van Beneden discorreva di quelle scoperte dichiarava, tra le altre cose, che i zifioidi un tempo già tanto abbondanti, come se ne ha la prova anche nelle sabbie di Anversa, nell'epoca attuale sono vicini a sparire; ciò che rende conto altresì del cosmopolitismo delle rare specie ancora viventi (1).

(1) Bulletin Acad. R. de Belgique 3e série, T. IX, ed. 6. — Van Beneden P. I., *Note en présentant deux Mémoires de Mr. Capellini sur les Cétacés fossiles récemment découverts en Italie.*

« Ricordato brevemente quanto già è stato fatto, anche per i zifioidi fossili italiani, persuaso dell'interesse che i paleontologi e i geologi possono ricavare da qualunque notizia che valga a segnalare nuove scoperte di quei fossili nel bacino del Mediterraneo; credo opportuno di dire ora brevemente di un bel frammento di rostro di *Dioplodon* scoperto in Calabria e di un rostro e porzione di cranio di giovane zifioide che, da tempo, come ho sopra accennato, si conserva nel museo di geologia e paleontologia in Firenze.

Dioplodon tenuirostris, Owen.

« Devo alla cortesia del comm. Ulderico Botti una notevole porzione di rostro di *Dioplodon* raccolto nel pliocene dei dintorni di Reggio, del quale però s'ignorano le circostanze della scoperta e l'esatto giacimento.

« Si tratta di un frammento lungo m. 0,260 che rappresenta la porzione mediana del rostro del zifioide: è abbastanza ben conservato e, per la fossilizzazione, ricorda l'esemplare di *D. longirostris* che si conserva nel museo della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena (1). Confrontato con i resti delle diverse specie di *Dioplodon* già illustrati per l'Italia e con quelli descritti da Owen e da altri cetologi, è facile di riconoscere che il frammento di rostro dei dintorni di Reggio va riferito al *D. tenuirostris*.

« Tutte le particolarità accennate dall'Owen per la forma generale del rostro, per il vomere, per il sopravomeriano, per i mascellari e gli intermascellari si riscontrano nell'esemplare reggiano il quale, anche per le dimensioni, corrisponde esattamente all'esemplare di Suffolk figurato dal paleontologo inglese (2).

« Ho calcolato che la porzione mancante nel lato posteriore, o basale che dir si voglia, del rostro incompleto di cui si tratta doveva essere lunga m. 0,140 e nel lato anteriore ho accuratamente calcolato che la parte mancante rappresenta una lunghezza di circa m. 0,180; sommando pertanto le tre cifre sopraindicate si avrebbe una lunghezza complessiva di m. 0,580, la quale corrisponde appuntino alla lunghezza già altra volta indicata per il tipico rostro di Suffolk illustrato da Owen, il quale essendo lungo m. 0,430 e mancando anteriormente di una porzione stata valutata eguale in lunghezza a m. 0,150, sarebbe egualmente lungo m. 0,580.

« Quantunque abbia sezionato l'esemplare per un più accurato studio delle diverse ossa fuse insieme e per la esatta posizione dei fori vascolari, pure ho pensato di dispensarmi dall'unire figure di questo frammento di rostro

(1) Capellini G., *Resti fossili di Dioplodon e Mesoplodon*, pag. 6, tav. I, fig. 1-2. Mem. della R. Accad. delle scienze di Bologna, ser. 4ª, T. VI. Bologna 1885.

(2) Owen R., *Monograph of the British fossil Cetacea from the red Crag. Gen. Ziphius*, B. 24, Pl. V, fig. 1-2. Mem. of the Paleont. Society., v. XXIII. London 1870.

spettante a specie ormai abbastanza conosciuta e per la quale ho già altra volta figurato resti della porzione mediana indubbiamente meno importanti delle porzioni terminali.

Placoziphius, V. Beneden.

« Fino dal 1877 Roberto Lawley donava al Museo di Firenze un rostro, con frammento di cranio d'un piccolo cetaceo raccolto alla Rocca presso Volterra e che più volte ebbi occasione di esaminare, occupandomi degli altri avanzi di talassoterii che si trovano in quel museo in gran parte già illustrati o ricordati in precedenti lavori.

« Si tratta di un giovane individuo e, per subìta compressione laterale, le ossa sono state alquanto deformate; con tutto ciò non riesce difficile di riconoscere che va riferito anch'esso ai zifioidi.

« Quando esaminai per la prima volta quel fossile non troppo bene conservato, pensai subito a un giovane *Choneziphius*; ma la notevole larghezza del rostro relativamente alla sua lunghezza, la faccia superiore molto appiattita ed altri caratteri dei mascellari ed intermascellari mi condussero in seguito a riferirlo piuttosto al genere *Placoziphius*, di cui Van Beneden, fino dal 1866, ci ha fatto conoscere gli interessanti avanzi d'un cranio proveniente dal Crag di Anversa.

« La figura qui unita rappresenta il fossile del museo di Firenze ridotto a un terzo della grandezza naturale. Il lato sinistro è meno incompleto e si può apprezzare il notevole sviluppo, in larghezza, del mascellare, come aveva notato il Van Beneden per l'esemplare di Edeghem col quale fondava il nuovo genere *Placoziphius*. Per quel che riguarda la porzione anteriore, si nota invece che le ossa del lato destro sono meno sciupate.

« Quando si esamina diligentemente il modo di comportarsi del vomere, e si confrontano gli intermascellari e i mascellari, sempre nella faccia inferiore figurata, vi si riscontra una così esatta corrispondenza con l'esemplare tipico da poter dire che, ridotte alle stesse dimensioni la figura del zifoide toscano e quella del fossile

di Anversa potrebbero sovrapporsi [1] Il mascellare visto di lato accenna ad alzarsi bruscamente, ciò che costituisce una delle caratteristiche del genere *Placoziphius*, non è però possibile di fare esatte valutazioni, trattandosi di esemplare deformato per la fossilizzazione.

« Non vi sono tracce nè di denti nè di alveoli relativi e che si tratti di un zifioide non potrebbe essere messo in dubbio quando non si avesse altro che una porzione di quest'osso.

« Il corpo del vomere, robusto come nel fossile belga, si trova a nudo verso la metà della lunghezza del rostro e forma una vera carena alla base del palato.

« Nella faccia superiore il canale vomeriano è assai ampio e si vede in parte coperto dalla volta dei due intermascellari, come si verifica nel *Placoziphius*.

« Oltre le ossa che costituiscono il rostro vi hanno porzioni dei frontali, dei parietali e piccola porzione dell'occipitale; ma tutte queste ossa sono così sciupate da non meritare di farne una particolareggiata descrizione.

« La lunghezza approssimativa del cranio si può valutare eguale a m. 0,25 e ritenendo che il cranio rappresenti un quinto del totale della lunghezza dell'animale si può calcolare che il giovane zifioide, che ritengo sia da riferire al genere *Placoziphius*, doveva essere lungo m. 1,25, ossia un terzo circa delle dimensioni calcolate da Van Beneden per l'esemplare adulto del *Placoziphius Duboisii* del bacino di Anversa.

« I dintorni di Volterra hanno già fornito altri importanti avanzi di Cetacei e Sirenoidi e giova sperare che si riesca a trovare in quei ricchi depositi pliocenici altri resti anche di zifioidi del tipo del giovane esemplare di cui ho creduto utile di far breve cenno, limitandomi ad indicare il genere senza azzardare di dire della specie, sperando che presto o tardi anche di questo cetaceo si troveranno avanzi di individui adulti e anche meglio conservati ».

Botanica. — *Sullo sviluppo del Cladosporium herbarum.* Nota del Corrispondente R. Pirotta.

« Intorno allo sviluppo di questo comunissimo funghetto, che fu già soggetto di tante ricerche, pubblicava non ha molto uno studio interessante lo Janczewski [2]. La lettura di questo lavoro mi ha deciso a far noti i risultati di una serie di ricerche da me istituite sin dal 1879-80 nel Labo-

[1] Van Beneden P. I., *Sur un nouveau genre de Ziphioide fossile, Placoziphius, trouvé à Edeghem, près d'Anvers.* Mém. de l'Acad. Royale. de Sciences etc. t. XXXVII, Bruxelles 1868, Pl. 1, fig. 1.

[2] Janczewski E., *Polymorphisme du Cladosporium herbarum.* Bull. Acad. Sc. Cracovie, Déc. 1892 e Rev. mycol. 1893, p. 41.

ratorio del compianto prof. A. De Bary sullo stesso argomento, e che in parte modificano, in parte completano quelli dello Janczewski.

« Questo autore si prefisse lo scopo, da tanti altri non raggiunto, di trovare la forma ascofora, della quale il *Cladosporium* è la conidiofora. E considerando, che questa muffa, ordinariamente saprofita, conduce talora vita parassitaria, e che nei tentativi fatti non si erano mai riscontrate le forme ascofore ricercandole nel fungo allo stato saprofitario, pensò di ricercarla nello stato parassitario.

« Ora sulla segala e sul grano malato egli trovò che lo stesso micelio interno, che portava, di solito attraverso gli stomi, i conidii di *Cladosporium herbarum*, sviluppava anche nell'interno e di regola sotto agli stomi tre forme più evolute, cioè spermogonii (a tipo di *Phoma*), picnidii (a tipo di *Septoria*) e periteci ascofori, corrispondenti questi ultimi alla *Leptosphaeria tritici* Pass.

« Le ascospore della *Leptosphaeria* seminate in colture cellulari (in cui si svolgono benissimo i conidii di *Cladosporium*) danno un micelio che resta sterile; coltivate in mezzi nutritizî abbondanti, danno l'*Hormodendron cladosporioides* (Sacc.). Ora siccome è già stato da altri dimostrato che l'*Hormodendron* appartiene al ciclo di sviluppo del *Cladosporium*, lo Janczewski dalle sue osservazioni e colture conclude:

« 1.° Che la *Leptosphaeria* (come già aveva sospettato Haberlandt) è la forma ascofora del *Cladosporium*.

« 2.° Che la *Leptosphaeria* stessa è un vero *parassita*, sviluppando soltanto in via eccezionalissima concettacoli sul micelio epifito, e che la sua forma conidica (*Cladosporium*) può vivere perfettamente saprofitico e trasformarsi in *Hormodendron* e *Dematium*.

« Io ho coltivati i conidii di *Cladosporium herbarum*, raccolti sulle foglie non ancora disseccate di Luppolo nel Giardino Botanico di Strasburgo, sia in liquidi nutritizî (specialmente decotto di mele e uva sterilizzati) tanto in cellule quanto in camere umide, sia sopra foglie diverse (vite, *Mentha*, arancio ecc.) preventivamente immerse per qualche tempo in acqua bollente o nel vapore da essa svolgentesi, sia ancora su pezzi di rami o su buccie di mele mature pure bollite, ed ho ripetute molte volte le colture e sempre in molti saggi per ognuno dei substrati impiegati.

« I conidii di *Cladosporium* nei liquidi germinavano facilmente e davano, a seconda delle condizioni, un micelio più o meno abbondante, che produceva talora di nuovo il *Cladosporium*, tal'altra l'*Hormodendron cladosporioides*, tal'altra ancora il *Dematium pullulans*.

« I conidii di *Hormodendron* e quelli di *Dematium* coltivati in condizioni opportune diedero il *Cladosporium*.

« I conidii di *Cladosporium* seminati direttamente sulle foglie, sui rametti o sulle buccie di mele o portativi già germinati, diedero un micelio, che penetrava sempre sotto l'epidermide, sviluppavasi abbondantemente e pro-

duceva *sempre* porta-conidii di *Cladosporium*, che uscivano ordinariamente dagli stomi, spesso dei concettacoli microconidiferi (spermogonii) a tipo di *Phoma*, piccoli, a breve collo, che si sviluppavano sotto l'epidermide.

« I microconidi di questi concettacoli, coltivati in liquidi nutritizî in cellule o in camere umide diedero un micelio, che a seconda delle condizioni di vita, produceva il *Cladosporium*, l'*Hormodendron* od il *Dematium*, più frequentemente il secondo.

« Gli stessi microconidii coltivati sulle foglie cotte, portativi direttamente o già germinati, davano un micelio che penetrava nell'interno svolgendo un micelio entofito, dal quale si svolgevano quando i conidii del *Cladosporium*, quando i concettacoli microconidiferi, quando l'uno e gli altri successivamente.

« Nelle mie colture non ottenni la formazione di concettacoli a tipo di *Septoria* o di ascofori.

« Riassumendo pertanto, dalle mie ricerche risulta: 1° che il *Cladosporium herbarum* può sviluppare forme più evolute (concettacoli microconidiofori) non solamente allo stato di vita parassitaria, ma anche in quello di vita saprofitica; 2° che i concettacoli microconidiferi possono provenire direttamente dai conidi del *Cladosporium*; 3° che i microconidii dei detti concettacoli possono sviluppare, a seconda delle condizioni, il *Dematium*, il *Cladosporium* e l'*Hormodendron*.

« Il *Cladosporium herbarum* entra dunque nel ciclo di sviluppo di un ascomicete pirenomicete (*Leptosphaeria*), il quale può presentare cinque forme di conidii, cioè tre sorta di ife conidiofore (*Cladosporium*, *Hormodendron*, *Dematium*), e due sorta di concettacoli conidiofori (*Phoma*, *Septoria*) ».

Chimica fisica. — *Coefficiente critico in relazione colla formula* $\frac{n-1}{d}$. Nota del Corrispondente Raffaele Nasini.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Intorno ad una modificazione della legge di Raoult sulla tensione di vapore delle soluzioni* [1]. Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

« Avendo in parecchie serie di esperienze [2] determinata la tensione di vapore di molte soluzioni piuttosto concentrate, non credetti giustificato nè utile l'uso della legge di Raoult per dedurne il peso molecolare del corpo disciolto, perchè essa, come è noto, non vale che per soluzioni diluite.

« Considerando però che nel caso delle soluzioni diluite tale legge si

[1] Lavoro eseguito nel Gabinetto fisico della Università di Cagliari.

[2] Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, 1892, 1° sem. p. 242, 294; 2° sem. p. 210.

deduce dall'ipotesi che il corpo disciolto segua la legge dello stato aeriforme, (purchè si prenda come pressione d'esso corpo la pressione osmotica della soluzione), e che nel calcolo relativo si fanno varie semplificazioni che sarebbero assolutamente erronee nel caso di soluzioni più concentrate, credetti non privo d'interesse il calcolare il peso molecolare del corpo disciolto seguendo rigorosamente l'ipotesi suddetta.

« Fui condotto così ad una formula poco più complicata di quella di Raoult, e che mentre diviene equivalente ad essa nel caso di soluzioni molto diluite, si adatta meglio nel caso di soluzioni più concentrate.

« Si può dubitare che siccome l'ipotesi che serve di base ad entrambe le formule non vale che nel caso di soluzioni molto diluite e che in questo caso entrambe le formule si equivalgono, divenga superflua la modificazione da me seguìta.

« Però è da notare che nel caso di soluzioni non troppo diluite seguendo la formula di Raoult (considerata come una deduzione dalla ipotesi indicata) si va incontro ad un doppio errore, cioè che l'ipotesi fondamentale non si verifica più così esattamente come nel caso di soluzioni molto diluite e che le semplificazioni mediante le quali essa formula fu dedotta sono meno esatte. Ora, se il primo errore è inevitabile perchè inerente alla natura della soluzione considerata, il secondo può essere evitato e ciò si ottiene appunto colla formula modificata. In tal modo si ha altresì il vantaggio che qualora i valori con essa ottenuti per il peso molecolare siano diversi da quelli ottenuti per altra via, dato che questi valgano con certezza anche nel caso del corpo disciolto, avremo una misura di quanto l'ipotesi fondamentale si discosta dal vero. Riassumo brevemente come si deduce questa formula.

« Considerando un tubo, chiuso in fondo da un diaframma permeabile alle molecole del solvente e non a quelle del corpo disciolto, contenente una soluzione e pescante nel solvente puro; supponendo raggiunto lo stato d'equilibrio, si ha che la differenza di livello h del liquido all'interno ed all'esterno del tubo deve essere uguale (affinchè vi sia equilibrio) all'altezza d'una colonna di vapore del solvente che abbia alla base la tensione massima H del solvente puro, ed alla sommità quella H′ della soluzione. Quindi applicando la formula barometrica per l'altezza d'una colonna di gaz si avrà in millimetri:

$$h = \frac{760.\ 13{,}6\ (\log H - \log H')\ T}{0{,}001293.\ 0{,}4343\ \delta}$$

dove δ è la densità di vapore del solvente e T la temperatura assoluta.

« La pressione osmotica della soluzione sarebbe $\frac{h\,D}{13{,}6}$, essendo D la densità d'essa soluzione, se questa nell'interno del tubo fosse omogenea; invece siccome la densità per effetto della gravità va crescendo dall'alto al basso, la pressione osmotica va pure similmente crescendo, e per quella parte

della soluzione che trovasi in alto e che ha per tensione di vapore H′, essa ha per valore $hd \mid 13{,}6$ dove d è la densità del solvente puro.

« Se ora supponiamo che il corpo disciolto segua la legge dello stato aeriforme, purchè si prenda come pressione la pressione osmotica della soluzione, si potrà calcolare il peso d_1 di esso corpo contenuto in 1 cm.³ di soluzione colla solita formula che serve per calcolare il peso di 1 cm.³ di vapore e sarà

$$d_1 = 0{,}001293 \frac{\Pi}{760} \frac{273}{T} \delta_1$$

dove Π è la pressione osmotica, e δ_1 è il rapporto fra il peso del corpo contenuto in 1 cm.³ di soluzione ed il peso di 1 cm.³ d'aria alla stessa temperatura e ad una pressione uguale alla pressione osmotica; δ_1 quindi non differisce dalla solita densità di vapore se non perchè il corpo anzichè allo stato di vapore trovasi disciolto, e per sua pressione s'è presa la pressione osmotica. Se sostituiamo a Π il suo valore, calcolato precedentemente e si effettuano le numerose riduzioni rimane la relazione molto semplice:

$$(1) \qquad \frac{\delta_1}{\delta} = \frac{0{,}4343}{\log H - \log H'} \frac{d_1}{d}$$

dove come è già stato dichiarato δ_1 è la densità di vapore del corpo disciolto, nel modo ora definito, δ la densità di vapore solita del solvente, d_1 la densità del corpo disciolto, nella soluzione, (ossia il peso di esso contenuto in 1 cm.³ di soluzione), d la densità del solvente ed H e H′ le tensioni di vapore del solvente e della soluzione.

« Siccome, essendo D la densità della soluzione e p_1 e p i pesi del corpo disciolto e del solvente in $p_1 + p$ di soluzione, si ha $d_1 = p_1 D \mid (p + p_1)$ così si può anche scrivere:

$$(2) \qquad \frac{\delta_1}{\delta} = \frac{p_1}{p + p_1} \frac{0{,}4343}{\log H - \log H'} \frac{D}{d}$$

« Invece la legge di Raoult può essere espressa da:

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{p_1}{p} \cdot \frac{H'}{H - H'}$$

« Raoult nelle sue prime Memorie, e vari autori anche adesso, pongono nel numeratore del 2° membro H invece di H′.

« Se nel ragionamento precedente si calcola l'altezza della colonna di vapore supponendo che la tensione sia una funzione lineare di questa altezza si trova:

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{p_1}{p + p_1} \frac{H + H'}{2(H - H')} \cdot \frac{D}{d}$$

e se inoltre si prende $p_1 + p = p$ e $D = d$ si ottiene una relazione che è la media delle due formole trovate da Raoult.

« Importa notare che di cinque semplificazioni necessarie per dedurre col

ragionamento di Svante Arrhenius la legge di Raoult, due producono errori che si compensano esattamente e due altre, errori che si compensano in parte, ciò che giova molto a diminuire le differenze fra i risultati forniti da essa e dalla formula modificata.

« A proposito del precedente ragionamento si possono fare due osservazione importanti:

« L'una si è che il diaframma semipermeabile non è necessario; il tubo contenente la soluzione può esser chiuso in basso da un fondo impermeabile e l'equilibrio dopo un tempo non breve si stabilirà ugualmente, poichè essendo la tensione di vapore del solvente puro maggiore di quella della soluzione, il vapore distillerà dal solvente per condensarsi sulla soluzione fintantochè la diminuzione di tensione causata dal corpo disciolto non sia uguale a quella causata dall'altezza.

« In tal modo si potrebbe determinare la diminuzione di tensione per soluzioni estremamente diluite. Si potrebbe senza difficoltà usare un sifone a braccia disuguali terminanti in basso con un bulbo cilindrico orizzontale; in fondo ad uno dei rami lungo p. es. parecchi metri, dovrebbe essere contenuto il solvente puro, in fondo all'altro ramo lungo pochi centimetri (e quindi situato parecchi metri più in alto del solvente puro) dovrebbe esser contenuta la soluzione. Per affrettare il raggiungimento dello stato d'equilibrio è utile che la soluzione sia di tale concentrazione da essere prossima a tale stato, e che tanto il solvente che il liquido siano agitati per uguagliare la temperatura e per evitare che la soluzione si ricopra d'uno strato di solvente puro, che rallenterebbe la distillazione. Questa agitazione si ottiene facilmente mediante una calamita agente su tubetti galleggianti orizzontalmente nei liquidi e contenenti sbarrette magnetizzate. Occorrerà pure che detto sifone sia collegato con una pompa di Sprengel per togliere l'aria che renderebbe pressochè infinita la durata dell'esperienza, e che solvente e soluzione siano rigorosamente alla stessa temperatura p. es. a 0°. La differenza di tensione del solvente e della soluzione sarà uguale al peso della colonna di vapore compresa fra i due livelli.

« Ho eseguito con questo metodo parecchie esperienze per dimostrare che la tensione di vapore dipende dalla forma della superficie, usando un sifone di cui un ramo era capillare e l'altro no; però, sebbene abbia ottenuto il risultato che nel tubo capillare il livello saliva o s'abbassava a seconda che la differenza di livello nei due rami non comunicanti era minore o maggiore dell'altezza dovuta alla capillarità, tuttavia la mancanza di ghiaccio m'impedì di operare a temperatura rigorosamente costante, e quindi siccome i due rami si trovavano alla temperatura dell'ambiente, non è completamente escluso dubitare che tale risultato sebbene ottenuto ripetutamente possa essere casuale.

« L'altra osservazione è che tanto il ragionamento sovra esposto come quello di Van t' Hoff, con ciascuno dei quali si deduce la legge di Raoult, possono rendersi facilmente applicabili al caso in cui anche il corpo disciolto

sia volatile. Basta supporre che il tubo contenente la soluzione a poca distanza dalla superficie del liquido sia chiuso da un diaframma permeabile solo alle molecole del vapore del solvente e non a quelle del corpo disciolto. In tal modo questo diventa praticamente fisso, perchè le molecole del suo vapore non potendo attraversare il diaframma nè quindi diffondersi impediscono una ulteriore evaporazione del corpo disciolto. Per conseguenza sussistono anche in questo caso le conseguenze che si deducono dai suddetti ragionamenti ossia la formula di Raoult e quella modificata; solo che per H′ bisognerà prendere, non la tensione totale dei vapori della soluzione, ma solo quella parziale dovuta ai vapori del solvente (1).

« Nella seguente tabella trovansi riferite le densità di vapore di alcuni corpi in istato di soluzione ottenute colla formula di Raoult e colla formula modificata (2). Nella 1ª linea trovansi i pesi di corpo disciolto per 100 di soluzione; nella 2ª le densità di vapore calcolate colla formula di Raoult; nella 3ª quelle calcolate colla formula modificata. Ho creduto superfluo trascrivere i dati che hanno servito per calcolare questi valori, poichè essi trovansi nelle Note citate.

Soluzioni di etere nel solfuro di carbonio

p	5	15	25	40	50
δ_1	2,83	3,62	2,96	3,96	3,95
δ^1_1	2,65	2,94	2,77	2,17	1,91

Soluzioni di solfuro di carbonio nell'etere

p	10	20	35	50	60	75	85	95
δ_1	2,96	2,84	3,00	3,42	3,70	4,09	—	—
δ^1_1	2,60	2,61	2,72	2,88	2,88	2,66	2,38	1,76

Soluzioni di benzina nel solfuro di carbonio

p	5	10	20	30	40	50
δ_1	3,06	3,09	3,16	3,35	3,45	3,55
δ^1_1	2,87	2,79	2,55	2,38	2,14	1,92

Soluzioni di solfuro di carbonio nella benzina

p	10	20	30	40	50
δ_1	1,93	2,36	2,67	2,94	3,12
δ^1_1	1,93	2,28	2,47	2,55	2,53

Soluzioni di cloroformio nell'etere

n	5	10	20	30	40	50
δ_1	3,88	3,80	3,68	3,06	2,73	2,35
δ^1_1	3,81	3,73	3,58	3,07	2,71	2,38

Soluzioni di etere nel cloroformio

n	10	20	30	40	50
δ_1	2,59	2,26	1,95	1,72	1,40
δ^1_1	2,49	2,05	1,66	1,41	1,14

Soluzioni di solfo nel solfuro di carbonio

p	2,76	5	10	15	20
δ_1	9,20	9,53	9,83	10,3	11,2
δ^1_1	9,11	9,33	9,39	9,51	10,1

Soluzioni di fosforo nel solfuro di carbonio

p	3,43	8,91	12,15	46,5
δ_1	4,37	5,31	5,60	18,10
δ^1_1	4,35	5,47	5,48	11,8

« Appare da questi risultati che nella massima parte dei casi usando la formula modificata, si ottengono valori che s' accostano a quelli ottenuti per soluzioni più diluite, ed a quelli che richiede la teoria molto più che non avvenga usando la legge di Raoult. La differenza sarebbe ancor maggiore qualora si usasse la forma più antica d'essa legge.

« Siccome la formula modificata fornisce valori minori di quelli ottenuti colla legge di Raoult, questa si applica meglio (almeno apparentemente) solo in quei casi rari nei quali aumentando la concentrazione diminuisce il valore di δ_1.

« Riassumendo: La modificazione della legge di Raoult corrisponde ad un tentativo per estendere tale legge al caso di soluzioni non troppo diluite. Ritengo l'uso di tale modificazione raccomandabile dal lato teorico, perchè essa elimina l'influenza di inesattezze assolutamente non necessarie. Dal lato pratico risulta che nella massima parte dei casi considerati, tale modificazione fornisce valori meno discosti da quelli forniti dalle soluzioni più diluite e richiesti dalla teoria. Per poter applicare tale formula occorre conoscere le tensioni di vapore e le densità del solvente e della soluzione. ».

Fisica. — *Coefficiente negativo di temperatura per la conducibilità elettrica delle soluzioni eteree.* Nota del prof. Carlo Cattaneo, presentata dal Socio Blaserna.

« Riservandomi di esporre in seguito (in uno studio già da tempo intrapreso sulla conducibilità elettrica dei sali in diversi solventi) con maggior estensione e cogli opportuni particolari tutto quanto riguarda la parte bibliografica e la sperimentale dell'argomento in generale e della ricerca che forma oggetto della presente communicazione, credo opportuno però sin d'ora rendere noto un interessante risultato ottenuto collo studio dell'etere etilico per le cui soluzioni ho trovato (contrariamente alla legge generale) che la *conducibilità elettrica diminuisce al crescere della temperatura.*

« Il metodo seguito nelle misure di resistenza è quello di Kohlrausch, coll'impiego delle correnti alternate e del telefono; le resistenze di paragone sono preparate e controllate con grande cura, e durante le misure si tiene sempre conto delle loro variazioni al variare della temperatura dell'ambiente. Il tubo di resistenza per le soluzioni titolate è formato da un recipiente cilindrico di vetro nel quale, dopo aver versato sino ad altezza opportuna la soluzione da studiarsi, viene introdotto un sistema di due lamine parallele di platino platinato, della sezione di circa 8 cm. q. ognuna, distanti fra loro di circa 2^{mm} e sostenute da due grosse bacchette di platino ben isolate l'una dall'altra e fissate rigidamente nel tappo di ebanite che chiude il recipiente a perfetta tenuta. La capacità di resistenza del tubo (resistenza che vi avrebbe presentato il mercurio a 0°) è in media di 0,000001, deter-

minata ripetutamente prima e dopo le esperienze mediante una soluzione titolata di cloruro sodico di resistenza specifica nota.

« Durante le misure il tubo pesca in un bagno a temperatura costante. Le sostanze studiate, chimicamente pure, sono state espressamente commesse alle fabbriche Merck e Trommsdorff; l'etere etilico perfettamente anidro presenta una resistenza elettrica tanto grande da non poter assolutamente essere misurabile coi mezzi e colle resistenze campioni di cui dispongo.

« Tutte le determinazioni vengono eseguite facendo prima una misura alla temperatura t, poi una seconda a $t' > t$, quindi una terza discendendo prossimamente ancora a t. Le temperature t e t' oscillano in media fra 0° e 25°. In tutte le determinazioni ho riscontrato il fatto che da t a t' la resistenza elettrica della soluzione eterea aumenta per poi diminuire, ritornando al valore primitivo, quando si retrocede alla temperatura t. Il calcolo della conducibilità specifica è fatto in base alle formule seguenti: se si chiama con C la capacità di resistenza del tubo adoperato per le misure, con R la resistenza offerta da una soluzione a t in detto tubo, con ϱ la sua resistenza specifica, con c la sua conducibilità specifica, alla detta temperatura e riferite al mercurio a 0°, con a il coefficiente di temperatura, allora:

$$\varrho = \frac{R}{C} \qquad c = \frac{C}{R} \qquad a = \frac{c'_t - c_t}{c_t\,(t' - t)}\,.$$

« Le sostanze che per la loro solubilità e per la loro conduttività nell'etere ho potuto con esattezza studiare sono le seguenti: ioduro di cadmio (CdI_2), cloruro ferroso (FCl_2), cloruro mercurico ($HgCl_2$), nitrito di amile ($C_5H_{11}NO_2$), acido salicilico ($C_7H_6O_3$). Per altre, come ioduro di stagno, cloralio idrato, ioduro mercurico, cloruro di alluminio, non mi è stato possibile assegnare con esattezza il valore di a, chè le prime due mostrano un comportamento tale da far dubitare che avvengano reazioni intime fra esse ed il solvente, le altre due presentano resistenza così grande da rendere incerte le misure. Però anche per queste quattro sostanze ho potuto assicurarmi che il coefficiente di temperatura deve essere negativo; così pure è negativo il coefficiente del nitrito di amile. Ho tentato di estendere lo studio anche al bromuro di cadmio anidro e cristallizzato con $4H_2O$, all'acido citrico, all'acido benzoico, al valerianato di zinco, ma le determinazioni sono riuscite infruttuose non permettendomi gli apparecchi a mia disposizione di misurare resistenze di varî milioni di Ohm.

« Infine ho rivolto la mia attenzione anche allo studio di soluzioni (variamente concentrate) di acido cloridrico secco nell'etere anidro, e per tutte risulta sempre negativo il coefficiente di temperatura; dette soluzioni sono studiate fra 0° e 15°.

« Nelle Tavole 1ª, 2ª e 3ª sono riassunti i dati numerici trovati comprovanti il valore negativo del coefficiente di temperatura per la conducibilità

delle soluzioni studiate, risultati, la cui discussione riserbo alla prossima pubblicazione dello studio sperimentale già da tempo intrapreso e citato al principio della presente Nota ».

TAVOLA 1.ª

Sostanze studiate	Peso della sostanza su 100 di etere	Conducibilità specifica a 18° riferita al mercurio a 0°	Coefficiente di temperatura
Ioduro di cadmio	0,095	0,000000000000556	— 0,029
Cloruro ferroso	0,010	0,00000000000125	— 0,020
Acido salicilico	20,000	0,00000000000765	— 0,025
Nitrito di amile	puro senza etere	0,0000000000358	— 0,020
Idem	100,000	0,00000000000258	— 0,011
Cloruro mercurico	6,549	0,00000000000191	— 0,018
Idem	5,000	0,00000000000107	— 0,022

TAVOLA 2.ª

Peso del sale su 100 di etere	Temperatura t	Cloruro Ferrico		Coefficiente di temperatura
		Conducibilità a t	Conducibilità a 18°	
0,918	6°,9	0,000000000769		
	16,5	0,000000000572	0,000000000550	— 0,026
	7,6	0,000000000764		
0,640	9,2	0,000000000342		
	17,5	0,000000000267	0,000000000263	— 0,026
	7,5	0,000000000351		
0,178	8,8	0,0000000000835		
	16,7	0,0000000000699	0,0000000000680	— 0,021
	9,2	0,0000000000823		
0,095	7,8	0,0000000000481		
	16,0	0,0000000000394	0,0000000000377	— 0,022
	8,5	0,0000000000465		
0,014	8,6	0,00000000000314		
	16,8	0,00000000000250	0,00000000000242	— 0,025

TAVOLA 3.ª

Soluzioni	Peso dell'acido cloridrico su 100 di etere	Acido Cloridrico	Coefficiente di temperatura
		Conducibilità specifica a 0°	
1	7,26	0,000000000110	— 0,025
2	6,24	0,0000000000779	— 0,025
3	5,44	0,0000000000546	— 0,025
4	4,55	0,0000000000320	— 0,023
5	3,18	0,0000000000167	— 0,022

Matematica. — *Sull'equilibrio dei corpi elastici isotropi.* Nota del dott. GIUSEPPE LAURICELLA, presentata dal Corrispondente VOLTERRA.

« 1. Siano a, b le velocità con cui si propagano le vibrazioni trasversali e longitudinali; sia ϱ la densità del mezzo elastico, ed r la distanza di un dato punto x_1, y_1, z_1 del mezzo ad un altro punto qualunque x, y, z; posto allora:

$$L = -\varrho a^2,$$

$$u_1 = \frac{1}{r} + \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2}, \quad v_1 = \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial y}, \quad w_1 = \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial z},$$

$$u_2 = \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial y}, \quad v_2 = \frac{1}{r} + \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial y^2}, \quad w_2 = \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial y\,\partial z},$$

$$u_3 = \frac{u^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial x\,\partial z}, \quad v_3 = \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial y\,\partial z}, \quad w_3 = \frac{1}{r} + \frac{a^2-b^2}{2b^2}\frac{\partial^2 r}{\partial z^2},$$

le formule del Somigliana [1], che dànno le componenti u_0, v_0, w_0 degli spostamenti in una deformazione qualsiasi in funzione delle componenti delle forze esterne ϱX, ϱY, ϱZ, delle componenti delle tensioni al contorno X_σ, Y_σ, Z_σ e delle componenti degli spostamenti al contorno u, v, w, possono scriversi:

$$(1)\quad \begin{cases} -4\pi L u_0 = \int_S \Sigma \varrho X u_1\, dS + \int_\sigma \Sigma X_\sigma u_1\, d\sigma - \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u\, d\sigma, \ [2] \\ -4\pi L v_0 = \int_S \Sigma \varrho X u_2\, dS + \int_\sigma \Sigma X_\sigma u_2\, d\sigma - \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(2)} u\, d\sigma, \\ -4\pi L w_0 = \int_S \Sigma \varrho X u_3\, dS + \int_\sigma \Sigma X_\sigma u_3\, d\sigma - \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(3)} u\, d\sigma. \end{cases}$$

[1] Annali di Matematica pura ed applicata, § II, T. XVII.

[2] $X_\sigma^{(1)}$, $Y_\sigma^{(1)}$, $Z_\sigma^{(1)}$; $X_\sigma^{(2)}, \ldots$; $X_\sigma^{(3)}, \ldots$ sono le tensioni al contorno σ corrispondenti rispettivamente agli spostamenti: u_1, v_1, w_1; $u_2, \ldots$; $u_3, \ldots$.

« Ora il prof. Volterra nelle sue lezioni in corso di fisica matematica, proseguendo nell'analogia che presenta lo studio degli integrali delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi con la teoria della funzione potenziale dei corpi a tre dimensioni, ha stabilito un teorema analogo a quello del Poisson. Partendo egli infatti dalle formule (1) e posto:

$$(2) \qquad M = \int_S \Sigma \varrho X u_1 \, dS, \quad N = \int_S \Sigma \varrho X u_2 \, dS, \quad P = \int_S \Sigma \varrho X u_3 \, dS$$

dimostra che le tre funzioni:

$$-\frac{1}{4\pi L} M, \quad -\frac{1}{4\pi L} N, \quad -\frac{1}{4\pi L} P$$

soddisfano alle equazioni:

$$L\Delta^2 h_1 + (L + K) \frac{\partial \theta}{\partial x_1} = \varrho X \text{ (1)}$$

$$L\Delta^2 h_2 + (L + K) \frac{\partial \theta}{\partial y_1} = \varrho Y \quad \left\{ \theta = \frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{\partial h_2}{\partial y} + \frac{\partial h_3}{\partial z} \right\}$$

$$L\Delta^2 h_3 + (L + K) \frac{\partial \theta}{\partial z_1} = \varrho Z.$$

« Bisogna però notare che il metodo tenuto dal prof. Volterra, come pure i metodi analoghi a quelli che ordinariamente si tengono per dimostrare il teorema del Poisson, portano a delle condizioni molto restrittive per le funzioni ϱX, ϱY, ϱZ.

« Ma quello che interessa maggiormente riguardo al teorema del Poisson è, di stabilirlo ponendo il minor numero di condizioni per la funzione densità. A questo scopo il sig. Otto Hölder, il prof. Morera ed il sig. Kronecker hanno dato dei nuovi metodi di dimostrazione, i quali portano a risultati molto generali. Tra questi metodi ho trovato più semplice ed interessante quello del prof. Morera (2); metodo che mi propongo di estendere al caso dell'elasticità, consigliato dal sig. prof. Volterra.

« 2. Dalla prima delle (2) si ha, derivando rispetto ad x_1:

$$(3) \qquad \frac{\partial M}{\partial x_1} = -\int_S \Sigma \varrho X \frac{\partial u_1}{\partial x} \, dS.$$

L'integrale al secondo membro è proprio; infatti se poniamo: $x - x_1 = r \cos \theta$, $y - y_1 = r \operatorname{sen} \theta \cos \varphi$, $z - z_1 = r \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi$, si trova facilmente che $\lim_{r=0} r^2 \Sigma \varrho X \frac{\partial u_1}{\partial x}$ è uguale ad una quantità finita.

« Indichiamo con $\varrho_0 X_0$, $\varrho_0 Y_0$, $\varrho_0 Z_0$ i valori, supposti finiti, di ϱX, ϱY, ϱZ nel punto x_1, y_1, z_1 del corpo S, e poniamo:

$$\varrho X = \varrho_0 X_0 + (\varrho X - \varrho_0 X_0), \quad \varrho Y = \varrho_0 Y_0 + (\varrho Y - \varrho_0 Y_0),$$
$$\varrho Z = \varrho_0 Z_0 + (\varrho Z - \varrho_0 Z_0);$$

(1) Il valore di K è uguale a $\varrho (2a^2 - b^2)$.

(2) Rendiconti dell'Istituto Lombardo, § II, T. XX.

la (3) allora si potrà scrivere:

$$(4) \qquad \frac{\partial M}{\partial x_1} = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_S \frac{\partial u_1}{\partial x} dS - \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial u_1}{\partial x} dS.$$

Le funzioni $\frac{\partial u_1}{\partial x}$, $\frac{\partial v_1}{\partial y}$, $\frac{\partial w_1}{\partial z}$ sono infinite nel punto (x_1, y_1, z_1), per cui non sappiamo se la somma:

$$\Sigma \varrho_0 X_0 \int_S \frac{\partial u_1}{\partial x} dS$$

possa trasformarsi in una somma di integrali estesi in superficie [1]. Se però isoliamo il punto di singolarità con una superficie s qualunque che lo contenga nel suo interno, chiamato S′ lo spazio rimanente che ha per contorno $\sigma + s$, possiamo scrivere:

$$\Sigma \varrho_0 X_0 \int_{S'} \frac{\partial u_1}{\partial x} dS' = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_{\sigma+s} u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma' = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma -$$

$$- \Sigma \varrho_0 X_0 \int_s u_1 \frac{\partial x}{\partial n} ds,$$

ossia:

$$\Sigma \varrho_0 X_0 \int_{S'} \frac{\partial u_1}{\partial x} dS + \Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_s u_1 \frac{\partial x}{\partial n} ds;$$

ma poichè gli integrali $\int_S \frac{\partial u_1}{\partial x} dS$, $\int_S \frac{\partial v_1}{\partial x} dS$, $\int_S \frac{\partial w_1}{\partial x} dS$ sono proprî, si ha che il limite del primo membro di questa uguaglianza, per s uguale a zero, è determinato ed indipendente dalla legge di impiccolimento di s, lo stesso deve quindi accadere del secondo membro. Scelta allora per s una superficie sferica col centro nel punto (x_1, y_1, z_1) e di raggio R, avremo:

$$\Sigma \varrho_0 X_0 \int_s u_1 \frac{\partial x}{\delta n} ds = R \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \Big\{ \varrho_0 X_0 \Big(1 + \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \operatorname{sen}^2 \theta\Big) +$$

$$+ \varrho_0 Y_0 \Big(- \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \cos\varphi\Big) + \varrho_0 Z_0 \Big(- \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \operatorname{sen}\varphi\Big)\Big\} \cos(nx) \operatorname{sen}\theta \, d\theta,$$

per cui:

$$\lim_{s=0} \Sigma \varrho_0 X_0 \int_s u_1 \frac{\partial x}{\partial n} ds = \lim_{R=0} R \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \Big\{ \varrho_0 X_0 \Big(1 + \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \operatorname{sen}^2 \theta\Big) +$$

$$+ \varrho_0 Y_0 \Big(- \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \cos\varphi\Big) + \varrho_0 Z_0 \Big(- \frac{a^2 - b^2}{2b^2} \operatorname{sen}\theta \cos\theta \operatorname{sen}\varphi\Big)\Big\} \cos(nx) \operatorname{sen}\theta \, d\theta = 0;$$

[1] Il prof. Morera a questo riguardo, in principio della sua citata Memoria, enuncia una proposizione che è imperfetta, ma che non nuoce all'esattezza dei risultati a cui egli arriva.

quindi:

$$(5) \qquad \Sigma\varrho_0 X_0 \int_S \frac{\partial u_1}{\partial x} dS + \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma = 0.$$

La (4) si può dunque scrivere:

$$\frac{\partial M}{\partial x_1} = \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma - \int_S (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial u_1}{\partial x} dS = \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma +$$

$$+ \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dS.$$

« 3. Trasportiamo il punto (x_1, y_1, z_1) parallelamente all'asse x nell'altro $(x_1 + \Delta x_1, y_1, z_1)$, e introduciamo il simbolo Δ per indicare le variazioni che ne seguono nelle diverse funzioni, avremo:

$$(6) \qquad \frac{\Delta \frac{\partial M}{\partial x}}{\Delta x_1} = \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1} \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma + \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\Delta \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1} dS.$$

Poichè (x_1, y_1, z_1) non è mai su σ, sarà evidentemente:

$$\lim_{\Delta x_1 = 0} \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1} \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma = \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma = - \Sigma\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma.$$

« Prima di passare al limite per il secondo integrale del secondo membro della (6) facciamo l'ipotesi che le funzioni ϱX, ϱY, ϱZ oltre a soddisfare alla condizione di essere integrabili lungo qualunque segmento rettilineo di S, sufficiente per l'esistenza delle derivate prime di M, siano tali che gli integrali:

$$\int_0^r \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} dr, \quad \int_0^r \frac{\varrho Y - \varrho_0 Y_0}{r} dr, \quad \int_0^r \frac{\varrho Z - \varrho_0 Z_0}{r} dr$$

si mantengono determinati e finiti lungo ogni raggio vettore uscente da (x_1, y_1, z_1). Allora dimostreremo che si ha:

$$(7) \qquad \lim_{\Delta x_1 = 0} \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\Delta \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1} dS = \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} dS.$$

« Osserviamo intanto che l'integrale del secondo membro è proprio. E per verificarlo basterà prendere $dS = r^2 d\sigma\, dr$.

« Per dimostrare che la formola (7) è vera, calcoliamo $\frac{\Delta \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1}$. Chiamato r_1 il raggio vettore che parte dal punto $(x_1 + \Delta x_1, y_1, z_1)$, ed u'_1 la funzione di r_1 analoga alla u_1, abbiamo;

$$\Delta \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u'_1}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{x - x_1 - \Delta x_1}{r_1^3} - \frac{x - x_1}{r^3} +$$

$$+ \frac{3\alpha}{2} \left(\frac{x - x_1 - \Delta x_1}{r_1^3} - \frac{x - x_1}{r^3} \right) - \frac{3\alpha}{2} \left(\frac{(x - x_1 - \Delta x_1)^3}{r_1^5} - \frac{(x - x_1)}{r^5} \right).$$

Per ogni punto del corpo S si ha $r \geq r_1$, oppure $r < r_1$. Indichiamo con S_1 la porzione di S in cui si ha $r \geq r_1$, con S_2 la porzione in cui si ha $r < r_1$. Allora se immaginiamo condotto un piano normalmente a Δx_1 per il suo punto di mezzo, il campo S_1 sarà quello in cui cade il polo $(x_1 + \Delta x_1, y_1, z_1)$ i punti del piano compresi; il campo S_2 sarà quello in cui cade il polo (x_1, y_1, z_1) i punti del detto piano esclusi. Quando si passa al limite per $\Delta x_1 = 0$, il piano si muoverà parallelamente a sè stesso avvicinandosi al punto (x_1, y_1, z_1), conseguentemente i due campi S_1, S_2 varieranno, ma la loro somma sarà sempre uguale a tutto il campo S.

« È importante osservare che nel campo S_1 si ha sempre

$$\left|\frac{\Delta x_1}{r}\right| \leq 2, \text{ nel campo } S_2 \left|\frac{\Delta x_1}{r_1}\right| < 2.$$

« Si trova, con un metodo analogo a quello del prof. Morera (l. c.):

$$(8) \quad \int_{S_1} (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\Delta \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1} dS_1 =$$

$$= \left[-\int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{dS_1}{r^2} + 2 \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{(x_1 + \Delta x_1 - x)^2}{r_1(r + r_1)} \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_1 r} + \frac{1}{r^2} \right) dS_1 \right.$$

$$\left. - \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \frac{(x_1 + \Delta x_1 - x) \Delta x_1}{r_1(r + r_1)} \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r r_1} + \frac{1}{r^2} \right) dS_1 \right] \left(1 + \frac{3\alpha}{2} \right) - \left[-3 \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{(x - x_1)^2}{r^2} \cdot \frac{dS_1}{r^2} \right.$$

$$+ 3 \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{(x - x_1) \Delta x_1}{r^4} dS_1 - \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{\Delta x_1^2}{r^4} dS_1 + 2 \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{(x_1 + \Delta x_1 - x)^4}{r_1(r + r_1)} \left(\frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^3 r_1} + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{r^2 r_1^2} + \frac{1}{r r_1^3} + \frac{1}{r_1^4} \right) dS_1 - \int_{S_1} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \frac{(x_1 + \Delta x_1 - x)^3 \Delta x_1}{r_1 (r + r_1)} \left(\frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^3 r_1} + \frac{1}{r^2 r_1^2} + \frac{1}{r r_1^3} + \frac{1}{r_1^4} \right) dS_1 \right] \frac{3\alpha}{2}.$$

Ciascuno degli integrali che compariscono nel secondo membro è uniformemente proprio; ossia tolto dal campo S_1 un campo sufficientemente piccolo s_1 contenente nel suo interno il punto di infinito, l'integrale corrispondente esteso ad s_1 si mantiene in valore assoluto inferiore ad una quantità positiva ε piccola a piacere, anche coll'indefinito impiccolire di Δx_1. Infatti per i primi tre basta ripetere i ragionamenti del Morera; per gli altri basta osservare che si ha: $\frac{1}{r} \leq \frac{1}{r_1} \left| \frac{x - x_1}{r} \right| = \left| \cos\theta \right| \leq 1$, $\left| \frac{\Delta x_1}{r} \right| \leq 2$, $\frac{(x_1 + \Delta x_1 - x)^4}{r_1^3 (r + r_1)} \leq 1$, $\left| \frac{(x_1 + \Delta x_1 - x)^3 \Delta x_1}{r_1^3 (r_1 + r)} \right| \leq 1$, $\frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^3 r_1} + \frac{1}{r^2 r_1^2} + \frac{1}{r r_1^3} + \frac{1}{r_1^4} \leq \frac{5}{r_1^4}$.

« Similmente si trova per l'integrale esteso allo spazio S_2:

$$(9)\quad \int_{S_2}(\varrho X-\varrho_0 X_0)\frac{\Delta\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1}dS_2=$$

$$=\Bigg[-\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r}\cdot\frac{dS_2}{r^2}+2\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r}\cdot\frac{(x_1+\Delta x_1-x)^2}{r_1(r+r_1)}\left(\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_1 r}+\frac{1}{r^2}\right)dS_2$$

$$-\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r}\frac{(x_1+\Delta x_1-x)\Delta x_1}{r_1(r+r_1)}\left(\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_1 r}+\frac{1}{r^2}\right)dS_2\Bigg]\left(1+\frac{3\alpha}{2}\right)-\Bigg[-3\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r_1}\cdot\frac{(x-x_1)^2}{r_1^2}\cdot\frac{dS_7}{r_1^2}$$

$$+3\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r}\cdot\frac{(x-x_1)}{r_1}\cdot\frac{\Delta x_1}{r_1}\cdot\frac{dS_2}{r_1^2}-\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r_1}\cdot\frac{\Delta x_1^2}{r_1^4}dS_2+2\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r}\cdot\frac{(x_1-x)^3}{r+r_1}\cdot\frac{(x_1+\Delta x_1-x)}{r_1}\left(\frac{1}{r_1^4}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r_1^3 r}+\frac{1}{r_1^2 r^2}+\frac{1}{r_1 r^3}+\frac{1}{r^4}\right)dS_2-\int_{S_2}\frac{\varrho X-\varrho_0 X_0}{r}\cdot\frac{(x_1+\Delta x_1-x)\Delta x_1}{r_1(r+r_1)}\cdot\frac{(x_1-x)^3}{r}\left(\frac{1}{r_1^4}+\frac{1}{r_1^3 r}+\frac{1}{r_1^2 r^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r_1 r^3}+\frac{1}{r^4}\right)dS_2\Bigg]\frac{3\alpha}{2}.$$

Gli integrali del secondo membro della precedente uguaglianza sono tutti uniformemente proprî; infatti i primi tre sono simili ai primi tre della (8); gli altri risultano proprî dall'osservare che si ha:

$$\frac{1}{r}>\frac{1}{r_1},\ \left|\frac{x-x_1}{r_1}\right|<\left|\frac{x-x_1}{r}\right|=\cos\theta\leq 1,\ \left|\frac{\Delta x_1}{r_1}\right|<2,$$

$$\frac{1}{r_1^4}+\frac{1}{r_1^3 r}+\frac{1}{r_1^2 r^2}+\frac{1}{r_1 r^3}+\frac{1}{r^4}\leq\frac{5}{r^4},\ \left|\frac{x_1+\Delta x_1-x}{r+r_1}\right|\leq 1.$$

« Se indichiamo con S'_1, S'_2 ciò che divengono i due campi S_1, S_2, quando il piano normale a Δx_1 è arrivato in (x_1, y_1, z_1), avremo:

$$S=S_1+S_2=S'_1+S'_2,$$

$$\lim_{\Delta x_1=0}\int_S(\varrho X-\varrho_0 X_0)\frac{\Delta\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1}dS=\lim_{\Delta x_1=0}\int_{S_1}(\varrho X-\varrho_0 X_0)\frac{\Delta\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1}dS_1+$$

$$\lim_{\Delta x_1=0}\int_{S_2}(\varrho X-\varrho_0 X_0)\frac{\Delta\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1}dS_2.$$

« Gli integrali che compariscono nei secondi membri delle (8) e delle (9), come abbiamo veduto, sono uniformemente proprî; per cui, supposto Δx_1 minore di un certo limite, possiamo dal campo S togliere un campo $s=s_1+s_2$ contenente nel suo interno i punti (x_1, y_1, z_1), $(x_1+\Delta x_1, y_1, z_1)$, in modo che gli integrali estesi ai nuovi campi S_1-s_1, S_2-s_2 differiscano rispettivamente dagli integrali (8), (9) di tanto poco quanto si vuole. Posto ciò, gli integrali che contengono sotto il segno di integrazione il fattore Δx_1, estesi rispettivamente ai campi S_1-s_1, S_2-s_2 possono rendersi minori di qualunque grandezza assegnabile per Δx_1 sufficientemente piccolo, al limite

quindi per $\Delta x_1 = 0$ gli integrali analoghi estesi ai campi S_1, S_2 vanno a zero. Abbiamo dunque:

$$\lim_{\Delta x_1=0} \int_S (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\Delta \frac{\partial u_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1} dS = \int_S (\varrho X - \varrho_0 X_0) \left\{ -\frac{1}{r^3} + 3 \frac{(x-x_1)^2}{r^5} + \right.$$

$$\left. + \frac{3\alpha}{2} \left(-\frac{1}{r^3} + 6 \frac{(x-x_1)}{r^5} - 5 \frac{(x-x_1)^4}{r^7} \right) \right\} dS = \int_S (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} dS.$$

« Analogamente si potrebbe dimostrare che

$$\lim_{\Delta x_1=0} \int_S (\varrho Y - \varrho_0 Y_0) \frac{\Delta \frac{\partial v_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1} dS = \int_S (\varrho Y - \varrho_0 Y_0) \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} dS,$$

$$\lim_{\Delta x_1=0} \int_S (\varrho Z - \varrho_0 Z_0) \frac{\Delta \frac{\partial w_1}{\partial x_1}}{\Delta x_1} dS = \int_S (\varrho Z - \varrho_0 Z_0) \frac{\partial^2 w_1}{\partial x_1^2} dS;$$

sicchè possiamo scrivere:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x_1^2} = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma + \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} dS,$$

e così:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial y_1^2} = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} d\sigma + \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_1}{\partial y_1^2} dS,$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial z_1^2} = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} d\sigma + \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} dS,$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x_1 \partial y_1} = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_2}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial n} d\sigma + \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1 \partial y_1} dS,$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_1 \partial z_1} = -\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} d\sigma + \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial z_1} dS.$$

« Posto dunque:

$$\frac{\partial M}{\partial x_1} + \frac{\partial N}{\partial y_1} + \frac{\partial P}{\partial z_1} = \theta,$$

avremo:

$$L\Delta^2 M + (L+K) \frac{\partial \theta}{\partial x_1} = -L\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n} d\sigma - (L+K) \Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} \right) d\sigma$$

$$+ L \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \Delta^2 u_1 dS + (L+K) \int_S \Sigma (\varrho X - \varrho_0 X_0) \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial y_1} + \frac{\partial u_3}{\partial z_1} \right) dS.$$

$$= -L\Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n} d\sigma - (L+K) \Sigma \varrho_0 X_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial n} \right) d\sigma.$$

« Si ha intanto:

$$L\varrho_0 X_0 \frac{\partial u_1}{\partial n} = L\varrho_0 X_0 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} + L\varrho_0 X_0 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} \right) - L\varrho_0 X_0 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} ,$$

$$L\varrho_0 Y_0 \frac{\partial v_1}{\partial n} = L\varrho_0 Y_0 \left(\frac{\partial v_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial v_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial v_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} \right) - L\varrho_0 Y^0 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} ,$$

$$L\varrho_0 Z_0 \frac{\partial w_1}{\partial n} = L\varrho_0 Z_0 \left(\frac{\partial w_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial w_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial w_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} \right) - L\varrho_0 Z_0 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} ,$$

per cui:

$$L\Delta^2 M + (L+K)\frac{\partial \theta}{\partial x_1} = - L\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\sigma -$$

$$-(2L+K)\varrho_0 X_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} \right) d\sigma + L\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} d\sigma$$

$$-(2L+K)\varrho_0 Y_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial v_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial v_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial v_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} \right) d\sigma + L\varrho_0 Y_0 \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} d\sigma$$

$$-(2L+K)\varrho_0 Z_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial w_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial w_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial w_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} \right) d\sigma + L\varrho_0 Z_0 \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} d\sigma .$$

« Osserviamo che la formula (5) l'abbiamo stabilita indipendentemente dai valori di $\varrho_0 X_0$, $\varrho_0 Y_0$, $\varrho_0 Z_0$, sicchè possiamo scrivere:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_S u_1 dS = \int_S \frac{\partial u_1}{\partial x} dS = -\int_\sigma u_1 \frac{\partial x}{\partial n} d\sigma ,$$

e così:

$$\frac{\partial}{\partial y}\int_S u_1 dS = \int_S \frac{\partial u_1}{\partial y} dS = -\int_\sigma u_1 \frac{\partial y}{\partial n} d\sigma .$$

« Derivando la prima delle precedenti formule rispetto ad y, la seconda rispetto ad x, otteniamo:

$$\int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial y}\frac{\partial x}{\partial n} d\sigma = \int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} d\sigma .$$

« Si ha quindi, tenendo conto delle formule analoghe alla precedente:

$$L\Delta^2 M + (L+K)\frac{\partial\theta}{\partial x_1} = -L\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n} d\sigma -$$

$$-(2L+K)\varrho_0 X_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z}\right)\frac{\partial x}{\partial n} d\sigma + L\varrho_0 X_0 \int_\sigma \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} d\sigma$$

$$-(2L+K)\varrho_0 Y_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z}\right)\frac{\partial x}{\partial n} d\sigma + L\varrho_0 Y_0 \int_\sigma \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} d\sigma$$

$$-(2L+K)\varrho_0 Z_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial y} + \frac{\partial w_3}{\partial z}\right)\frac{\partial x}{\partial n} d\sigma + L\varrho_0 Z_0 \int_\sigma \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} d\sigma .$$

ma:

$$(2L+K)\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z}\right) = (2L+K)\left(1 + \frac{a^2-b^2}{b^2}\right)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x} = L\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x},$$

$$(2L+K)\left(\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z}\right) = L\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y},$$

$$(2L+K)\left(\frac{\partial w_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial y} + \frac{\partial w_3}{\partial z}\right) = L\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z},$$

dunque:

$$L\Delta^2 M + (L+K)\frac{\partial\theta}{\partial x_1} = -4\pi L\varrho_0 X_0 + L\varrho_0 X_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} - \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right) d\sigma$$

$$+ L\varrho_0 Y_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} - \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\frac{\partial x}{\partial n}\right) d\sigma$$

$$+ L\varrho_0 Z_0 \int_\sigma \left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n} - \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\frac{\partial x}{\partial n}\right) d\sigma =$$

$$= -4\pi L\varrho_0 X_0 .$$

« Similmente:

$$L\Delta^2 N + (L+K)\frac{\partial\theta}{\partial y_1} = -4\pi L\varrho_0 Y, \quad L\Delta^2 P + (L+K)\frac{\partial\theta}{\partial z_1} = -4\pi L\varrho_0 Z_0 \text{ ».}$$

Chimica. — *Intorno ad un isomero della Frassetina e derivati di esso* (1). Nota del dott. Pietro Biginelli, presentata a nome del Socio Koerner.

« Come è stato dimostrato nella Nota intorno alla costituzione della frassina e frassetina (2), quest'ultima è un primo rappresentante di una cumarina derivante da un fenol tetravalente. Nella reazione del Pechmann tra fenoli ed acido malico vi ha un mezzo di giungere alla sostanza madre della frassetina e ai suoi isomeri impiegando come fenoli le tre tetraossibenzine isomere; mentre la reazione scoperta da Pechmann e Duisburg, che si compie coll'etere acetil-acetico in sostituzione dell'acido malico doveva condurre a derivati analoghi, metilati nella catena laterale. I fenoli tetravalenti, in oggi, sono difficilmente accessibili; un derivato dimetilato di uno di essi, il dimetossilidrochinone, ottenuto la prima volta dal Hofmann nelle sue ricerche intorno al creosoto, si prepara con relativa facilità partendo dall'etere trimetilico del pirogallol come ha fatto vedere il Will (3).

« Dietro invito del prof. Koerner ho intrapreso lo studio del prodotto di condensazione di questo dimetossilidrochinone coll'etere acetil-acetico per giungere in tal modo, per sintesi, a sostanze prossimi parenti della frassetina. La previsione si è verificata e la descrizione dei composti ottenuti forma l'oggetto di questa Nota.

« Lo studio dell'azione dell'acido malico in presenza di acido solforico e di altri disidratanti sopra questo diossimetil-idrochinone non dette fin'ora buoni risultati, la reazione invece dell'etere acetil-acetico va secondo le previsioni, e condusse ai risultati che saranno descritti in appresso, dopo aver accennato al miglior modo della preparazione del dimetossilidrochinone.

« Si sa che il trimetil-pirogallol reagisce violentemente con acido nitrico d. 1,205 e dà due composti diversi, il nitrotrimetil-pirogallol e il diossimetilchinone, il primo dei quali è molto solubile nell'alcool mentre il secondo lo è poco anche nel bollente e quasi affatto nell'alcool freddo. Si ottengono questi due composti in quantità pressochè eguali e con rendimento quasi teorico, nitrando il trimetil-pirogallol in soluzione acetica e precisamente adoperando le proporzioni seguenti:

1 *p* Trimetil-pirogallol
3 *p* Acido acetico glaciale
3 *p* Acido nitrico d. 1,25.

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica organica della R. Scuola superiore di Agricoltura in Milano.

(2) Rendiconti dell'Accademia vol. VII, 2° sem., fasc. 4.

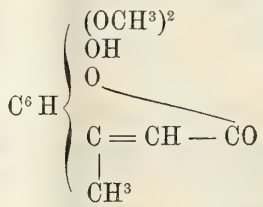
(3) Berichte der chem. Gesellsch. Berlin XXI, p. 608.

« Dopo viva reazione si separano cristalli aghiformi gialli la cui quantità aumenta per aggiunta di molt'acqua. Questi cristalli raccolti e lavati parecchie volte con acqua, dopo asciugati si mettono ripetutamente a bollire con alcool. La parte che rimane indisciolta è diossimetil-chinone quasi puro, mentre le soluzioni alcooliche, concentrate gradatamente lasciano depositare dapprima altre porzioni di diossimetil-chinone puro e successivamente miscele dei due composti, e per ultimo il nitro-composto quasi esclusivamente. Dalle miscele in cui prevale il diossimetil-chinone si esporta più prontamente il nitro-composto mediante trattamento con etere caldo. Le proprietà tutte, tanto fisiche che chimiche, coincidono con quelle descritte dal Will.

« Nella riduzione di questo diossimetil-chinone, l'impiego dell'acido solforoso diede i risultati migliori.

« Trattando tale chinone sospeso in 5-6 volte il suo peso d'acqua a bagno-maria con una rapida corrente di anidride solforosa fino a dissoluzione completa e a colorazione paglierina, ottenni per raffreddamento cristalli aghiformi o scaglie, incolori, fusibili a 159°-160°. All'aria e specialmente allo stato umido imbruniscono prontamente.

β-metil-diossimetil-ossicumarina.



« Si prepara facilmente questa cumarina scaldando fino a dissoluzione gr. 10 di diossimetil-idrochinone in gr. 50 di etere acetil-acetico e aggiungendo a questa soluzione calda gr. 80 di acido solforico concentrato, regolando quest'aggiunta in modo da evitare un'ebollizione spontanea troppo viva, e ciò si ottiene aggiungendo l'acido a piccole dosi in principio e poi andando via via aumentando a misura che la reazione si completa. Dopo due ore di riposo si versa il tutto in ghiaccio e si lascia la miscela a se fino a che l'olio dapprima separatosi si sia trasformato in una polvere cristallina giallognola. Questa si raccoglie su filtro, si lava con acqua fino a reazione neutra o quasi, e poi si fa cristallizzare dall'alcool bollente, il quale fornisce per raffreddamento cristalli tabulari coloriti leggermente in giallo. Il prodotto si ottiene incoloro facendolo cristallizzare dalla benzina bollente, nella quale è pochissimo solubile.

« La sostanza, al pari di altre cumarine, si può ottenere impiegando nelle stesse condizioni, in sostituzione dell'acido solforico concentrato, altri

disidratanti e in ispecie il cloruro stannico. Le proporzioni migliori in questo caso sono le seguenti:
a gr. 5 di diossimetil-idrochinone fatto sciogliere in gr. 35 di etere acetil-acetico, si aggiungono in una volta gr. 25 di cloruro stannico.

« In questo caso il rendimento è alquanto inferiore a quello che si ottiene col metodo primo indicato, il quale fornisce il prodotto in quantità quasi teorica se ci si attiene alle prescrizioni indicate, mentre non si forma affatto se si opera nelle condizioni stabilite per preparare altre cumarine.

« Per lenta evaporazione di soluzioni alcooliche di questa cumarina, la si ottenne cristallizzata in tavole rombe fusibili a 191-191,5, le quali per insufficienza di faccie non permisero la misurazione cristallografica.

« Questi cristalli diedero all'analisi i seguenti risultati:
gr. 0,2928 di sostanza produssero gr. 0,6563 di CO^2 e gr. 0,1341 di H^2O per cui

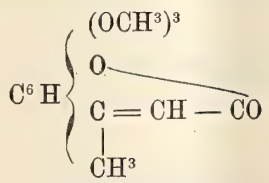
$$C\ \% = 61{,}13$$
$$H\ \% = 5{,}08$$

« Questi risultati conducono precisamente alla formola della β-metil-diossimetilossicumarina $C^{12}H^{12}O^5$ per la quale si calcola:

$$C\ \% = 61{,}01$$
$$H\ \% = 5{,}08$$

« Essa cumarina si scioglie in potassa, colorando la soluzione in giallo. In determinate condizioni di alcalinità e diluizione la soluzione possiede pure un po' di fluorescenza azzurro verde.

β-metil-triossimetilcumarina e suo composto con joduro potassico.



« Trattando la β-metil-diossimetilossicumarina con un equivalente di potassa sciolta in alcool metilico e uno di joduro di metile, speravo di ottenere esclusivamente della β-metil-triossimetilcumarina, invece ebbi bensì questo composto, ma in piccola quantità; per la maggior parte risultò un composto formato da due molecole di questa β-metil-triossimetilcumarina unite ad una molecola di joduro di potassio. Questo composto è quasi insolubile nei solventi ordinari ad eccezione dell'alcool assoluto bollente; coll'acqua e cogli acidi si scompone in joduro di potassio e β-metil-triossimetilcumarina. Si scompone pure scaldandolo a 222°, fondendo in parte. Cristallizza abbastanza bene dall'alcool assoluto in piccoli prismi misurabili di color giallo chiaro, quasi bianco.

« L'operazione si eseguisce con:

gr. 4 di β-metil-diossimetilossicumarina, gr. 1 di potassa caustica sciolta in alcool metilico e gr. 2,5 di joduro di metile, e il tutto si mette a bollire a refrigerante ascendente con pressione di 15-20 cm. di mercurio per 5-6 ore.

« Si polverizza prima finissimamente la β-metil-diossimetilossicumarina, poi vi si aggiunge la quantità voluta di soluzione di potassa nel mortaio stesso, e dopo aver ben rimescolato e reso in poltiglia, s'introduce in un palloncino colla quantità calcolata di joduro di metile, e si fa bollire dapprima per 3-4 ore. Dopo questo tempo vi si aggiunge ancora qualche goccia di ioduro di metile, si fa bollire per altra ora o due e finchè il liquido abbia acquistato reazione neutra o leggermente acida. Si distilla poi via l'alcool e l'joduro di metile in eccesso, si fa bollire il residuo con etere solforico per esportare la β-metil-triossimetilcumarina libera ed il residuo si fa cristallizzare dall'alcool assoluto, dal quale si deposita il composto formato da 2 mol. di β-metil-triossimetilcumarina + 1 mol. di KJ. I prismetti ottenuti analizzati diedero i seguenti risultati:

I gr. 0,3862 di sostanza combustionata con cromato di piombo fornirono gr. 0,6661 di CO^2 e gr. 0,1457 di H^2O;

II gr. 0,2425 di sostanza combustionata con calce diedero gr. 0,0821 di Ag J.

III gr. 0,4700 di sostanza scomposta con acqua calda fornirono gr. 0,1641 di Ag J.

« Per cui si ha:

	I	II	III
C % =	47,03		
H % =	4,19		
I % =		18,29	18,86

« Questi risultati conducono alla formola

$$C^{26}H^{28}O^{10}KJ$$

ossia a quest'altra

$$(C^{13}H^{14}O^5)^2\ KJ$$

formole, per le quali si calcola:

C % = 46,98
H % = 3,91
I % = 19,12

« Questo composto trattato con acqua anche fredda si scompone più o meno lentamente in joduro di potassio e β-metil-triossimetilcumarina. Il prof. Sansoni ha avuto la compiacenza di misurare questi cristalli e mi ha comunicati i seguenti dati:

« trimetossil-β-metilcumarina e joduro di potassio.

« Sistema monoclino

$$a:b:c = 0{,}5942:1:0{,}3658 \quad B = 85^\circ.48'$$

forme osservate:

{110} {010} {011} {$\bar{1}$01} »

« La β-metil-triossimetilcumarina che si ottiene per la scomposizione con acqua calda, è solubilissima in alcool, meno negli altri solventi. È pure un po' solubile in acqua calda e specialmente se allo stato nascente. In questo caso cristallizza una piccola parte, per raffreddamento dell'acqua, in lunghi aghi, che fondono fra 116°-117° gradi.

« Dall'alcool, invece, anche quella parte in aghi ottenuta dall'acqua, cristallizza in prismi bianchissimi fus. fra 113°-113°,5.

« L'analisi diede i seguenti risultati:

gr. 0,2635 di sostanza fornirono gr. 0,6036 di CO^2 e gr. 0,1393 di H^2O da cui

$$C\ \% = 62,47$$
$$H\ \% = 5,87$$

« Questi risultati portano alla formola della β-metil-triossimetilcumarina $C^{13}H^{14}O^5$ per la quale si calcola:

$$C\ \% = 62,40$$
$$H\ \% = 5,60$$

« La sostanza si volatilizza parzialmente col vapor d'alcool. Ho determinato inoltre per questa cumarina il numero degli (OCH^3) che contiene, col noto metodo di Zeisel, e si ottennero i seguenti risultati:

gr. 0,2598 di sostanza diedero gr. 0,7357 di Ag J da cui si calcola:

$$(OCH^3)\ \% = 37,35$$

« Questo risultato conduce ancor esso alla vera formola della β-metil-triossimetilcumarina, la quale richiede:

$$(OCH^3)\ \% = 37,20$$

« Lo studio cristallografico della sostanza, gentilmente eseguito dal sig. dott. Boeris nel laboratorio del prof. Sansoni, ha dato i seguenti risultati:

« trimetossil-β-metilcumarina.

« Sistema monoclino

$$a:b:c = 0,9187:1:1,2551 \quad \beta = 84°191$$

forme osservate:

{100} {001} {110} {011} ».

Chimica fisica. — *Influenza degli alogeni sul valore ottico dei doppi legami.* Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

Chimica fisica. — *Sul tiofosgene polimero.* Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

Queste due Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Chimica fisica. — *Sulla rifrazione atomica del boro* [1]. Nota del dott. A. Ghira, presentata dal Corrispondente Nasini.

« Sulla rifrazione atomica del boro non abbiamo molte determinazioni. Il Gladstone assegnò a questo elemento il potere rifrangente 4 rispetto alla riga A delle spettro solare e alla formula $\frac{n-1}{d}$: questo numero lo dedusse dallo studio dell'etere borico, del borace cristallizzato e del borace in soluzione [2].

« Per consiglio del prof. Nasini ho cercato di completare lo studio del potere rifrangente del boro esaminandone otticamente il maggior numero di composti opportunamente scelti. Come è noto il boro si mostra assai costante nelle sue forme di combinazione; si presta quindi bene alla verifica dell'ipotesi sostenuta da alcuni che le variazioni nel potere rifrangente degli elementi dipendano principalmente dalle variazioni nelle loro forme di combinazione.

« Le misure ottiche furono eseguite con un eccellente spettrometro costruito da Hildebrand in Freiberg di proprietà del prof Nasini: questo strumento permette l'approssimazione di 10″: il metodo seguito è quello delle minime deviazioni prismatiche: gli indici si riferiscono alle righe α β γ dello spettro dell'idrogeno e alla riga D: i pesi specifici si riferiscono all'acqua a 4° e le pesate relative sono ridotte al vuoto.

« Il potere rifrangente è dato tanto rispetto alla formula $\frac{n-1}{d}$ quanto all'altra $\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$; la dispersione tanto rispetto alla formula del Gladstone $\frac{\mu_{H_\gamma}-\mu_{H_\alpha}}{d}$ che a quella del Ketteler $\frac{\mu^2_{H_\gamma}-1}{\mu^2_{H\alpha}-1}$.

« Oltre ai risultati delle esperienze mie ho riportati anche quelli di altri esperimentatori, facendo i necessari calcoli ove occorreva.

Cloruro di boro BCl_3.

« Proveniva dalla fabbrica Schuchardt. Fu rettificato e si trovò purissimo: bolliva tutto alla temperatura di 18° ed era perfettamente incoloro. Il riempimento del prisma e del picnometro fu un'operazione assai penosa a cagione della grande volatilità del composto e della sua rapida decomposizione all'aria umida. Si distillò direttamente nel prisma e nel picnometro. Le esperienze non si poterono eseguire che rispetto alle righe H_α e H_β.

Bromuro di boro BBr_3.

« Proveniva pure dalla fabbrica Schuchardt. Fu rettificato e bolliva alla temperatura di 91° senza lasciar residuo. Anche questo composto non si lascia studiare facilmente giacchè fuma moltissimo all'aria.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

(2) I. H. Gladstone, *On the Refraction-Equivalents of the Elements*. Philosophical Transactions. Vol. CLX, part. I, pag. 9, anno 1870.

Etere trietilborico $B(OC_2H_5)_3$.

« Lo avemmo pure dalla fabbrica Schuchardt: era un prodotto assai puro e che purificammo ulteriormente per distillazione frazionata. Il suo punto di ebullizione fu trovato a 119,5° (corr.) alla pressione di mm. 758,3 (1). Una determinazione della densità del suo vapore col metodo di V. Meyer ci dette i seguenti risultati:

$p = 0{,}0783$; $V = 12{,}5$ c. c. ; $t = 0{,}4°$; $H = 766{,}3$

	trovata	calcolata per $B(OC_2H_5)_3$
« Densità di vapore	4,80	5,00.

La determinazione della densità di vapore degli eteri borici non dà spesso risultati molto soddisfacenti a causa della loro facile decomponibilità: ciò va detto principalmente degli eteri seguenti.

Etere triisobutilborico $B(OC_4H_9)_3$.

« Fu preparato secondo il processo di Councler (2) facendo agire in tubo chiuso l'alcool isobutilico con l'anidride borica polverizzata. Bolle tra i 212° e i 214° (corr.) alla pressione di mm. 758,3. Una determinazione della densità del suo vapore dette il seguente risultato:

$p = 0{,}0836$; $V = 9$ c. c.; $t = 5{,}6$; $H = 762{,}8$

	trovata	calcolata per $B(OC_4H_9)_3$
« Densità di vapore	7,39	7,95.

Etere triisoamilborico $B(OC_5H_{11})_3$.

« Fu preparato con processo analogo al precedente dall'ordinario alcool amilico bollente a 132°. Bolliva a 257°-259° (corr.) alla pressione di mm. 758,3. Una determinazione della densità di vapore dette i seguenti risultati:

$p = 0{,}1903$; $V = 16{,}5$; $t = 6{,}1$; $H = 766{,}4$

	trovata	calcolata per $B(OC_5H_{11})_3$
« Densità di vapore	9,20	9,41.

Etere triallilborico $B(OC_3H_5)_3$.

« Fu preparato secondo il processo di Councler (3), cioè facendo agire in tubo chiuso a 130° 1 p. di B_2O_3 con 3 p. di alcool allilico. Bolle alla temperatura di 177,3°-179,3° (corr.) alla pressione di 758,3 mm. Due determinazioni di densità di vapore dettero i seguenti risultati:

I. $p = 0{,}1394$; $V = 19$ c. c.; $t = 5{,}6$; $H = 758{,}3$;

II. $p = 0{,}0959$; $V = 13{,}5$ c. c.; $t = 6{,}5$; $H = 751$

		trovata	calcolata per $B(OC_3H_5)_3$
« Densità di vapore	I.	5,86	6,29
	II.	5,90	

(1) La correzione per la colonna sporgente fu fatta mediante la formula del Thorpe (Journ. Chem. Soc. XXXVII, pag. 160, anno 1880).

$$T = t + 0{,}000143\ n\,(t - t_1).$$

(2) C. Councler, *Beiträge zur Kenntniss der Borverbindungen.* Journ. f. prakt. Chemie. t. XVIII, p. 371, anno 1878.

(3) Loco citato.

" Nelle due tabelle seguenti sono raccolti tutti i resultati delle mie esperienze e dei miei calcoli:

TABELLA I.

NOME DELLE SOSTANZE	t	d^t_4	$\mu_{H\alpha}$	μ_D	$\mu_{H\beta}$	$\mu_{H\gamma}$	$\frac{\mu_{H\alpha}-1}{d}$	$\frac{\mu^2_{H\alpha}-1}{(\mu^2_{H\alpha}+2)\,d}$	$\frac{\mu_D-1}{d}$	$\frac{\mu^2_D-1}{(\mu^2_D+2)d}$
Cloruro di boro. . . .	5.7°	1.42357	1.41951	—	1.42811	—	0.29468	0.17758	—	—
Bromuro di boro (1). .	6.3°	2.63845	1.53648	—	1.55329	1.56291	0.20333	0.11827	—	—
Etere trietilborico. . .	6.2°	0.87815	1.37896	1.38076	1.38528	1.38883	0.43154	0.26313	0.43359	0.26423
Etere triisobutilborico	7.8°	0.85637	1.40634	1.40841	1 41337	1.41731	0.47449	0.28703	0.47690	0.28832
Etere triisoamilborico	9.7°	0.86321	1.41861	1.42083	1.42581	1.43000	0.48494	0.29231	0.48751	0.29367
Etere triallilborico . .	8.3°	0.93392	1.43049	1.43327	1.44041	1.44611	0.46062	0.27649	0.46253	0.27850

TABELLA II.

NOME DELLE SOSTANZE	FORMULA	PESO molecolare P	$P\frac{\mu_{H\alpha}-1}{d}$	$P\frac{\mu^2_{H\alpha}-1}{(\mu^2_{H\alpha}+2)\,d}$	$P\frac{\mu_D-1}{d}$	$P\frac{\mu^2_D-1}{(\mu^2_D+2)\,d}$	$\frac{\mu_{H\gamma}-\mu_{H\alpha}}{d}$	$\frac{\mu^2_{H\gamma}-1}{\mu^2_{H\alpha}-1}$	$\frac{\mu_{H\beta}-\mu_{H\alpha}}{d}$	$\frac{\mu^2_{H\beta}-1}{\mu^2_{H\alpha}-1}$
Cloruro di boro. . . .	BCl_3	117.5	34.62	20.86	—	—	—	—	0.0060	1.0241
Bromuro di boro . . .	BBr_3	251	51.03	29.69	—	—	0.0100	1.0602	0.0064	1.0381
Etere trietilborico. . .	$B(OC_2H_5)_3$	146	63.00	38.41	63.30	38.57	0.0113	1.0303	—	—
Etere triisobutilborico	$B(OC_4H_9)_3$	230	109.13	66.01	109.68	66.31	0.0128	1.0317	—	—
Etere triisoamilborico	$B(OC_5H_{11})_3$	272	131.90	79.50	132 60	79.88	0.0132	1.0320	—	—
Etere triallilborico . .	$B(OC_3H_5)_3$	182	83.83	50.32	84.18	50.69	0.0167	1.0429	—	—

(1) Il peso specifico a 6.3° fu dedotto per estrapolazione da misure fatte a temperature più basse.

« Altre determinazioni sopra i composti del boro si trovano riportate nella Memoria del Gladstone (1). E precisamente una determinazione del Brewster sul borace solido $Na_2 B_4 O_7 + 10H_2 O$ per cui si calcola per la luce bianca $\frac{n-1}{d} = 45,8 + 60$ e quindi 16,85 per $B_2 O_3$; un'altra determinazione del Gladstone sul borace in soluzione dalla quale si deduce per $P \frac{\mu_A - 1}{d}$ il valore 45,9 e quello di 16,7 per $B_2 O_3$, coincidente con quello del Brewster. Il Gladstone accenna anche a una determinazione fatta sul borato di etile, dalla quale egli dice ricavarsi per $B_2 O_3$ il valore 16,45: ma non sono riuscito a trovare i dati che si riferiscono a questa esperienza. P. P. Bedson e W. Carleton Williams (2) esaminarono il borace e l'anidride borica tanto in soluzione quanto allo stato solido (prismi della sostanza fusa e poi fatta solidificare), e trovarono dei numeri che, considerati in sè e tenuto conto dell'esattezza che comporta il metodo, sono da riguardarsi come pochissimo concordanti, sebbene l'influenza degli errori sul valore finale che si ricava per $B_2 O_3$ sia assai piccola. Per l'anidride borica solida si avrebbero in media i seguenti valori per la riga H_α (3):

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0,24983; \quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 0.14865;$$

$$P \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 17,49; \quad P \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 10.41.$$

Dalla media delle esperienze fatte coll'anidide borica in soluzione acquosa si ricaverebbero numeri poco diversi; ma non crediamo che si possa attribuire loro molta fiducia; giacchè il percentuale della soluzione era inferiore al 2 %. Per il borace come valori medi si avrebbero i seguenti:

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0,21679; \quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 0,12681;$$

$$P \frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 43,79; \quad P \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 25,61.$$

« Il potere rifrangente atomico del boro l'ho ricavato deducendo dalle rifrazioni molecolari dei composti da me studiati la parte che spetta agli altri elementi: ho adottato come rifrazioni atomiche degli elementi rispetto alla riga H_α, quelle che si trovano riportate nella Memoria dei prof. Nasini e Costa

(1) Philosophical Transactions. Loco citato.

(2) P. P. Bedson und W. Carleton Williams, *Ueber die Bestimmung des specifischen Brechungsvermögens fester Körper in ihren Lösungen.* Berl. Ber. XIV, pag. 2549, anno 1881.

(3) In questa Memoria il potere rifrangente si riferisce alla formula n e alla costante A del Cauchy. I numeri da me riportati si trovano nella Memoria del Dr. Wegner, *Ueber die Molecularrefraction der Haloidsalze des Lithiums, Natriums und Kalium.* Inaugural Dissertation (Berlin Geodecke und Gallinek, anno 1889); pag. 16.

sullo zolfo [1]: per la riga D quelle calcolate dal dott. Zecchini [2] per la formola n, e quelle calcolate dal Conrady per la formula n^2 [3]. In questa piccola tabella dò i risultati dei miei calcoli.

Potere rifrangente atomico del boro.

	Riga H_α		Riga D	
	FORMULA n	FORMULA n^2	FORMULA n	FORMULA n^2
Cloruro di boro. . . .	5.23	2.80	—	—
Bromuro di boro . . .	5.13	2.84	—	—
Etere trietilborico. . .	5.10	3.19	5.04	3.24
Etere triisobutilborico	5.63	3.43	5.52	3.37
Etere triisoamilborico	5.60	3.24	5.49	3.12
Etere triallilborico . .	3.73	2.32	3.87	2.73

« Il valore della rifrazione atomica del boro, anche quello dedotto dall'etere trietilborico, sarebbe maggiore di quello calcolato dal Gladstone, 4 per la riga A: nè la differenza può essere dovuta alla diversa lungezza d'onda a cui si riferiscono le misure giacchè si tratta di composti pochissimo dispersivi. È notevole anzi a questo proposito di osservare come la rifrazione atomica del boro sia quasi sempre minore per la riga D che per la riga H_α: ciò sarebbe assurdo se i valori introdotti nei calcoli rappresentassero veramente il potere rifrangente degli atomi invece che delle costanti empiriche quali in realtà rappresentano [4].

« Dall'anidride borica si ricaverebbero dei numeri assai più piccoli e precisamente adottando per l'ossigeno i suoi diversi valori:

	supponendo 30′	supponendo 30″	adottando per O il valore 3,182 [5]
Rifrazione atomica del boro [Riga H_α — formula n]	4,44	3,64	3,97
Rifrazione atomica del boro [Riga H_α — formula n^2]	2,88	1,69	—

(1) R. Nasini e I. Costa, *Sulle variazioni del potere rifrangente e dispersivo dello zolfo nei suoi composti.* Ricerche eseguite nell'Istituto chimico di Roma nell'anno 1890-91, pag. 241 (Tipografia dei Lincei, anno 1891).

(2) Zecchini, *Rifrazioni atomiche degli elementi rispetto alla luce gialla del sodio.* Rend. Acc. Lincei. Classe di scienze fisiche ecc., Vol. I, 2° sem., pag. 187, anno 1892.

(3) Zeitschrift für physikalische Chemie, III, pag. 226, anno 1889.

(4) Zecchini, *Rifrazioni atomiche degli elementi rispetto alla luce gialla del sodio.* Rend. Acc. Lincei. Classe di scienze fisiche, vol. I, 2° sem., p. 187, anno 1892.

(5) Questo valore dell'ossigeno si riferisce all'ossigeno liquido ed è stato determinato dai professori Liveing e Dewar (Phil. Mag. Agosto 1892).

« Per la formula n^2 il valore per il boro coinciderebbe con quello dedotto dagli altri composti purchè si ammetta che i tre ossigeni sieno equivalenti all'ossigeno alcoolico.

« Se dalle rifrazioni molecolari del borace noi deduciamo la parte che spetta a Na_2O, la quale può calcolarsi o dalle esperienze di Van der Willigen (1), oppure da quelle del dott. Zecchini (2), si ricava per B_2O_3 un valore un po' più piccolo di quello trovato direttamente, circa due unità di meno per la formula n, circa una per la formula n^2: questo fatto apparirebbe analogo a quello scoperto dal dott. Zecchini, cioè che l'anidride fosforosa nei fosfiti e nell'acido fosforoso ha un potere rifrangente minore che allo stato libero. Sembrerebbe, a seconda dei calcoli che ho fatti sin qui, che anche il boro avesse un potere rifrangente più basso quando è completamente ossidato, comportamento simile a quello di altri elementi come il solfo, il fosforo, l'arsenico, lo stagno e e che invece non presenta il carbonio che è così vicino al boro pel suo peso atomico. È certo però che il boro sembra avere una rifrazione atomica assai costante, giacchè presso a poco si ricavano gli stessi valori dagli eteri e dai composti alogenati la qual cosa non si verifica nè per lo zolfo nè per il fosforo. Solo dall'etere triallilborico si avrebbero dei numeri troppo bassi: ma il gruppo allile C_3H_5 ha negli eteri un potere rifrangente assai minore di quello che gli spetterebbe (3): infatti mentre il valore calcolato per la riga H_α sarebbe 23.9 (formula n) e 14.42 (formula n^2), quelli dedotto dall'acetato di allile sarebbero rispettivamente 23,23 e 14,26: introducendo nel calcolo questi numeri, il che sarebbe più logico, si avrebbe per rifrazione atomica del boro per la riga H_α 5,74 (formula n) e 3,17 (for-

(1) Dalle esperienze di Van der Willigen si dedurrebbero (per H_α) le seguenti rifrazioni molecolari per Na_2O: 12,94 (formula n); 6.93 (formula n^2). (Questi valori si trovano calcolati nella Memoria di R. Wegner, *Ueber die Molecularrefraction der Haloidsalze* etc. Inaugural Dissertation, anno 1889).

(2) Dalle esperienze del D^r. Zecchini per Na_2O rispetto alla riga D si dedurrebbe 12,24 (formula n) e 5,74 (formula n^2) (Zecchini, *Potere rifrangente degli acidi del fosforo* ecc. Rend. Acc. Lincei. Classe di scienze fisiche ecc., vol. II, 1° sem. pag. 37).

(3) È facile vedere osservando i lavori del Brühl che i valori più bassi pel doppio legame sono dati appunto dai composti allilici: il Gladstone per l'etere allilmalonico trovò la differenza di circa 1 in meno del valore calcolato (Journ. Chem. Soc., vol. XLV, p. 241, anno 1885) e valori sempre assai bassi per altri composti allilici. Io ho voluto esaminare il nitrato di allile, da me preparato col processo di Henry (Berl. Ber., V, pag. 472, anno 1872) ed ho trovato i seguenti risultati alla temperatura di 15,8°:

$$\mu_{H_\alpha} = 1{,}41560\,;\quad d^{15\cdot8}{}_4 = 1{,}10682\,;\quad P\frac{\mu_{H_\alpha}=1}{d} = 38{,}67\,;\quad P\frac{\mu^2{}_{H_\alpha}-1}{(\mu^2{}_{H_\alpha}+2)d} = 22{,}33$$

da cui per NO_3 si ricavano i seguenti valori: 14,42 (formula n) e 7,91 (formula n^2). I valori più piccoli trovati da R. Loewenherz (*Ueber die Molekularrefraction stickstoffenthaltender Substanzen.* Journ. für physik. Chemie, T. V, pag. 552, anno 1890) sono 14,99 e 9,02: i valori medi sarebbero 15,05 e 9,04.

mula n^2): numeri che concordano assai bene cogli altri. Ammettendo dunque che per i composti alogenati del boro e per gli eteri borici valgano le costanti atomiche adottate per i composti organici si avrebbe in media, lasciando da parte per la formula n l'anidride borica:

	formula n	formula n^2
« Rifrazione atomica del boro (riga H_α)	5.40	3.08.

« Ma un altro metodo di calcolo, raccomandato già dal prof. Nasini nel suo lavoro col prof. Costa come quello che meno dipende dai valori delle rifrazioni atomiche, valori che non con piena sicurezza si applicano passando da una serie ad un altra, ci conduce a risultati assai differenti: ad ammettere cioè che nell'anidride borica e negli eteri borici il boro abbia lo stesso valore. Noi possiamo infatti considerare gli eteri borici come risultanti dall'unione di una molecola di anidride borica con sei molecole dell'alcool per eliminazione di tre molecole di acqua: facendo in tal modo il calcolo e prendendo come rifrazione molecolare dell'acqua quella che si deduce col calcolo, giacchè tale valore corrisponde alla formazione degli eteri, e come potere rifrangente degli alcool e dell'anidride borica quelli determinati esperimentalmente noi troviamo un accordo più che soddisfacente tra i valori calcolati e i trovati (riga H_α):

	formula n		formula n^2	
	valori calcolati	valori trovati	valori calcolati	valori trovati
etere trietilborico	62,99	63,00	37,84	38,41
etere triisobutilborico	109,29	109,13	65,59	66,01
etere triisoamilborico	132,66	131,90	79,54	79,50
etere triallilborico	84,45	83	50,26	50,32.

Naturalmente il valore della rifrazione atomica del boro sarebbe quello che si deduce dall'anidride borica e che già sopra ho calcolato: ma è a dubitarsi se si è autorizzati a fare questo calcolo: l'accordo con il valore dedotto dai composti alogenati non ci sarebbe più per la formula n specialmente poi se, per analogia, lo calcolassimo introducendo per rifrazioni atomiche degli alogeni quelle determinate direttamente: ma ripeto oltre che non si è autorizzati a simili calcoli, è anche da osservarsi che in simile modo si giungerebbe a risultati molto differenti anche per il carbonio: il carbonio avrebbe una rifrazione assai differente negli ossidi e nei composti alogenati. Al solito per la formula n^2 si nota una maggiore uniformità nei risultati.

« Non credo che, data la grande variabilità nelle rifrazioni atomiche degli elementi, si possa parlare delle variazioni di esse in relazione colla legge periodica [1]; ad ogni modo appare chiaro che, deducendo la rifrazione atomica del carbonio e del boro da combinazioni analoghe (ossidi o composti alogenati) e in modo analogo, la rifrazione atomica del boro è maggiore di quella del carbonio.

[1] Ostwald, Lehrbuch der allg. Chemie. Stöchiometrie (2ª ed.), pag. 1116.

« In conclusione mi sembra che si possa affermare che la rifrazione atomica del boro non varia che assai poco col variare della natura degli elementi a cui esso si combina: per la formola n^2 la sua rifrazione atomica media, dedotta dall'anidride borica, dagli eteri e dai composti alogenati, è 3,08 (riga H_α): per la formula n la rifrazione atomica media dedotta dagli eteri a dai composti alogenati è 5,40, mentre quella dedotta dall'anidride borica è 4,44 supponendo in essa tre atomi di ossigeno così detto alcoolico. Prescindendo da qualsiasi valore per le costanti atomiche, si nota che gli eteri borici risultano otticamente come la somma dell'anidride borica e degli alcool meno l'acqua ».

Chimica fisica. — *Sul volume molecolare di alcune combinazioni del boro.* Nota del dott. A. Ghira, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Chimica fisica. — *Sopra un notevole caso di accrescimento anomalo nel potere rifrangente delle basi feniliche.* Nota di F. Zecchini, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sopra l'azione delle ortodiammine aromatiche su alcune anidridi di acidi bibasici.* Nota di F. Anderlini, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sopra qualche reazione dei composti a lacune.* Nota di Angelo Angeli, presentata dal Corrispondente G. Ciamiciain.

« Nel corso delle mie ricerche sull'azione dell'acido nitroso sopra i composti non saturi, ho avuto spesso occasione di trasformare i derivati allilici della serie aromatica nei corrispondenti isomeri a catena propenilica. A questo riguardo ho già fatto notare come questo passaggio segua assai bene la regola

stabilita da Faworsky [1], secondo la quale i doppi legami, nei composti non saturi, si spostano in modo da formare gruppi metilici o metilenici.

« Questa trasformazione viene per lo più eseguita mediante soluzioni alcooliche di potassa; in generale è necessario adoperare una grande massa di alcali e di prolungare il riscaldamento per molte ore.

« È probabile che anche in questo caso si formi dapprima un composto di addizione di alcool o dell'alcoolato, il quale perdendo poi l'alcool lasci il composto nella forma propenilica. Questa reazione si può quindi, fino ad un certo punto, paragonare al processo di eterificazione.

« Affinchè la trasformazione avvenga in tempo più breve, e per diminuire la quantità dell'alcali necessaria, ho voluto provare l'impiego dell'etilato sodico secco, giacchè era prevedibile che esso si comportasse in modo analogo al composto potassico.

« Io mi sono limitato ad eseguire alcune esperienze sopra il safrolo, giacchè non v'ha dubbio che anche le altre sostanze analogamente costituite si comportino in modo simile. Basta aggiungere circa il 5 % di etilato sodico secco al safrolo e riscaldare per qualche ora verso 200°, affinchè questa sostanza venga trasformata quasi completamente in isosafrolo, che può essere usato in varie reazioni senza ulteriore purificazione. Operando con potassa alcoolica invece è necessario prolungare il riscaldamento a b. m. per circa 24 ore. Con l'etilato sodico si ha inoltre il vantaggio di poter riscaldare a temperatura elevata senza aver bisogno di operare sotto pressione.

« È probabile che questo metodo possa venire applicato anche nell'industria, come p. e., nella fabbricazione dell'eliotropina e della vanillina; in quest'ultimo caso, naturalmente, sarà necessario partire dagli eteri alcoolici dell'eugenolo.

« Riferirò ora brevemente sopra alcune esperienze che ho eseguite in proseguimento ai miei studi sul comportamento di composti non saturi, tanto della serie aromatica che alifatica, rispetto all'acido nitroso. Ho già avuta occasione di far osservare come per azione del nitrito sodico sopra la soluzione acetica di questi corpi, i composti propenilici della serie aromatica:

$$R.\,CH{=}CH.\,CH_3\ ,$$

si trasformano prontamente e con notevole sviluppo di calore in prodotti delle formole generali

$$R.\,C_3H_5N_2O_3 \quad \text{e} \quad R.\,C_3H_3N_2O_2\ ,$$

mentre i corrispondenti derivati allilici

$$R.\,CH_2{-}CH{=}CH_2\ ,$$

a parità di condizioni, restano in gran parte inalterati [2]. Così p. e., impie-

[1] Journ. pr. Chem. 44, 288.

[2] La reazione che serve a distinguere i composti allilici dai propenilici si può eseguire nel seguente modo:

Alla soluzione della sostanza in circa il doppio del suo peso di acido acetico gla-

gando l'apiolo, ad esperienza compiuta, ho potuto riaverlo facilmente puro. Era però prevedibile che, variando le condizioni dell'esperienza, anche dai composti allilici, si potessero ottenere sostanze analoghe.

« A questo scopo ho scelto, come sempre, il safrolo, perchè fra tutti è il più facilmente accessibile. Facendo agire lentamente l'acido nitroso sopra una soluzione di safrolo nell'etere, si osserva dopo qualche tempo la formazione di una massa semisolida, brunastra, che viene purificata lavandola con etere. La polvere bianco-giallognola in tal modo ottenuta fonde con decomposizione verso 130°.

« All'analisi si ebbero i seguenti risultati che conducono alla formula:

$$C_{10} H_{10} N_2 O_5$$

I. gr. 0,2111 di sostanza diedero gr. 0,3882 di CO_2 e gr. 0,0814 di H_2O.
II. gr. 0,2036 di sostanza diedero c. c. 20,4 di azoto a 13° e 764 mm.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato
	I.	II.	
C	50,18	—	50,42
H	4,28	—	4,20
N	—	12,07	11,76

« È insolubile nella potassa a freddo. Nella piperidina si discioglie con sviluppo di calore; diluendo con acqua si ottiene una sostanza solida, bianca che non ho ancora ulteriormente studiata.

« Il composto anidridico, che impiegando l'isosafrolo si forma di preferenza, in questo caso non si può ottenere.

« La nuova sostanza è poco stabile, e bollita con alcool si trasforma in un prodotto che fonde a 92°, senza decomposizione e che dal benzolo si separa in piccoli aghi, quasi incolori. I risultati dell'analisi dimostrano che molto probabilmente si tratta di un isomero.

I. gr. 0,2230 di sostanza diedero gr. 0,4124 di CO_2 e gr. 0,0880 di H_2O
II. gr. 0,2276 di sostanza diedero c. c. 22,9 di azoto a 13° e 765 mm.

---

ciale si aggiunge, piuttosto rapidamente ed agitando, una soluzione satura di nitrito sodico; nel caso di un composto propenilico le prime goccie di nitrito determinano una colorazione verde del liquido, ed il miscuglio si riscalda notevolmente. Raffreddando, si ottiene quasi subito una massa cristallina semisolida. I composti allilici, per analogo trattamento non si riscaldano; il liquido si colora in giallo rossastro, e ad esperienza compiuta la sostanza si separa in gran parte inalterata. Se lo sviluppo di calore che si osserva nel caso dei derivati propenilici sia dovuto alla formazione del nitrosito o della sua anidride è difficile a potersi stabilire. Sta però il fatto che l'isobutenilfurfurano, per azione dell'acido nitroso, si trasforma nel solo nitrosito con forte riscaldamento.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_{10}H_{10}N_2O_5$
C	50,42	—	50,42
H	4,38	—	4,20
N	—	12,14	11,76

« Il composto così ottenuto, a differenza del primitivo, è solubilissimo nella potassa a freddo.

È noto come il nitrosito, che si ottiene dall'isosafrolo, bollendolo con alcool perda una molecola di acqua e dia una sostanza cui, senza dubbio, spetta la costituzione

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).C_6H_3.\ C \text{———} C.\ CH_3 \\ \qquad\qquad\qquad\quad \| \qquad\quad \| \\ \qquad\qquad\qquad\quad NO \text{———} ON \end{array}$$

e per questo motivo ho ammesso che il nitrosito possieda la struttura

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).\ C_6H_3.\ CH \text{———} CH.\ CH_3 \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\quad N - O - N \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\quad O \text{———} O \end{array}$$

« Io ancora non ho determinato la costituzione dei prodotti ottenuti dal safrolo ma, per analogia, si potrebbe suppore che il nitrosito insolubile nella potassa possieda la struttura

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).\ C_6H_3.\ CH_2 \text{———} CH_2 \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\quad N - O - N \\ \qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\quad O \text{———} O \end{array}$$

essendo poco probabili le formule

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).\ C_6H_3.\ CH_2.\ C \text{———} CH_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad NO \qquad NO_2 \end{array} \quad \text{ovvero} \quad \begin{array}{l} (CH_2O_2).\ C_6H_3.\ CH_2.\ CH \text{———} CH_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad NO_2 \qquad NO \end{array}$$

« Il nitrosito solubile nella potassa conterrà probabilmente residui isonitrosilici come p. e.

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).\ C_6H_3.\ CH_2.\ C \text{———} CH_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \| \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad NOH \qquad NO_2 \end{array} \quad \text{oppure} \quad \begin{array}{l} (CH_2O_2).\ C_6H_3.\ CH_2.\ CH \text{———} CH \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad \| \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad NO_2 \qquad NOH \end{array}$$

« Naturalmente io espongo per ora col massimo riserbo queste supposizioni, e con uno studio approfondito spero di potere determinare in modo rigoroso la costituzione di questi interessanti composti.

« È rimarchevole a questo riguardo l'influenza che la prossimità del doppio legame al residuo aromatico esercita sulla natura di queste sostanze.

« Anche l'acido sorbinico, cui secondo Fittig spetta la costituzione

$$CH_3 . CH{=}CH . CH{=}CH . COOH,$$

può facilmente addizionare una molecola di acido nitroso.

« Non è conveniente, in questo caso, di operare in soluzione acetica, giacchè il liquido si colora intensamente in rosso bruno. Si raggiunge facilmente lo scopo facendo passare una corrente di acido nitroso in una soluzione eterea di acido sorbinico. Il liquido si colora in verde e non tarda a depositare una massa cristallina, che viene purificata lavandola ripetutamente con etere.

« Il prodotto così ottenuto si presenta in forma di aghettini bianchissimi, che fondono con decomposizione verso 110°.

« All'analisi si ebbero numeri, che concordano con quelli richiesti dalla formula:

$$C_6 H_8 O_2 . N_2 O_3.$$

I. gr. 0,2006 di sostanza diedero gr. 0,2840 di CO_2 e gr. 0,0808 di H_2O
II. gr. 0,1834 di sostanza diedero c. c. 24,1 di azoto a 11° e 738 mm.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato
	I	II	
C	38,61	—	38,30
H	4,47	—	4,25
N	—	15,40	14,90

« Non sono riuscito ad ottenere composti cristallini, per quanto abbia variate le condizioni dell'esperienza, ne dall'acido crotonico ordinario [1]:

$$CH_3{-}CH{=}CH{-}COOH$$

nè dal diallile

$$CH_2{=}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH{=}CH_2 .$$

« Lo stilbene invece

$$C_6H_5{-}CH{=}CH{-}C_6H_5$$

con acido nitroso dà facilmente un prodotto cristallino. Siccome lo stilbene è poco solubile nell'acido acetico glaciale a freddo, così ho dovuto far reagire l'acido nitroso sopra la soluzione benzolica della sostanza.

« Si ottiene in tal modo una polvere cristallina, che verso 132° fonde con sviluppo gassoso. All'analisi non ho potuto avere buoni numeri, giacchè

[1] Secondo Kekulé (Liebig's Annalen 162, pag. 315), per azione dell'acido nitrico sopra l'acido crotonico solido si forma acido acetico ed acido ossalico; io però ho trovato che contemporaneamente si formano anche piccole quantità di *eulite*. Questo fatto porta un nuovo appoggio all'ipotesi che io ho fatta (Gazz. chim. 21, II, 32) sul modo di formazione di questa interessante sostanza.

è probabile che contemporaneamente si formino piccole quantità di altri prodotti che difficilmente si potranno eliminare. Con tutta probabilità però anche in questo caso si tratta di un prodotto di addizione di una molecola di anidride nitrosa.

« Da questi fatti risulta dunque come le sostanze, le quali contengono due doppi legami prossimi

$$—CH=CH—CH=CH—\ ,$$

di cui l'uno può anche far parte di un nucleo chiuso, sieno quelle che più facilmente possono addizionare l'acido nitroso.

« Mi riservo lo studio ulteriore di queste reazioni, nonchè dei prodotti che in tal modo si possono formare ».

Chimica. — *Sulla trasformazione dell'acetilacetone in derivati del pirrolo.* Nota di CARLO UMBERTO ZANETTI, presentata dal Corrispondente G. CIAMICIAN.

« Alcuni anni or sono Knorr [1], riducendo con polvere di zinco in soluzione acetica quantità equimolecolari di etere nitrosoacetoacetico ed etere acetoacetico, ottenne l'etere dell'acido $\alpha\beta'$-dimetil-$\alpha'\beta$-pirroldicarbonico. L'analogia di comportamento che in molti casi si manifesta fra l'etere acetacetico e l'acetilacetone ed inoltre la poca estensione finora data all'elegante metodo di sintesi sopra accennato, mi indussero a studiare sotto questo punto di vista il contegno dell'*acetilacetone*.

« Era da prevedersi, che riducendo un miscuglio equimolecolare di acetilacetone e del suo derivato nitrosilico si formasse un derivato del pirrolo. Di fatto la mia supposizione venne confermata dalle esperienze che brevemente descrivo in questa Nota.

$\alpha\beta'$-dimetil-$\alpha'\beta$-diacetilpirrolo (*m-dimetil-m-diacetilpirrolo*).

« Ad una soluzione di gr. 10 di acetilacetone (2 mol.) in 60 cc. di acido acetico al 90 % ben raffreddata con ghiaccio e sale, si versano lentamente gr. 4,30 (1 mol.) di nitrito potassico sciolto in 10 cc. di acqua, quindi, mantenendo il liquido ben freddo, si introducono, a piccole porzioni per volta, gr. 25 di polvere di zinco e si lascia il tutto a se per un ora circa. Dopo questo tempo si aggiunge al liquido acetico un egual volume di acqua bollente per sciogliere l'acetato di zinco depostosi, e si separa la soluzione dalla polvere di zinco inalterata filtrando alla pompa.

[1] Liebig's Annalen, 236-318.

« Nel filtrato si neutralizza la maggior parte dell'acido acetico libero con soluzione concentrata di carbonato sodico ed allora si separa sotto forma di piccoli fiocchi cristallini, leggermente colorati in roseo, il prodotto della reazione. Il rendimento corrisponde al 50 p. cento del dichetone adoperato.

« Per purificarlo si scioglie in etere acetico, scolorando se è necessario la soluzione con nero animale, e si precipita con etere petrolico. Il composto cristallizzato ancora parecchie volte da un miscuglio bollente di volumi eguali di etere acetico ed etere petrolico, si presenta in aghetti appiattiti, che fondono a 136°.

« La sua composizione corrisponde alla formola:

$$C_{10}\ H_{13}\ NO_2\,.$$

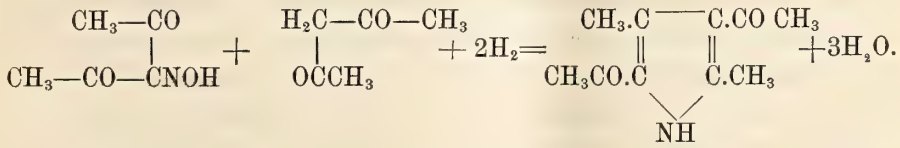
I. gr. 0,1568 di sostanza dettero gr. 0,3836 di CO^2 e gr. 0,1072 di H_2O.
II. gr. 0,2028 svolsero cc. 13,4 di azoto misurati a 9° e 762, 2 mm.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_{10}\,H_{13}\,NO_2$
C	66,72	—	67,03
H	7,59	—	7,30
N	—	8,04	7,82

Questa sostanza è molto solubile anche a freddo nell'etere acetico, nell'alcool, nell'acetone, nel benzolo e nell'acido acetico concentrato; nell'acqua e nell'acido acetico diluito è solubile soltanto a caldo, nell'etere petrolico è quasi insolubile.

« La formazione e la struttura di questo derivato del pirrolo è da esprimersi molto probabilmente con le seguenti formule:



« Esso presenta un interesse speciale anche per le sue proprietà basiche: sebbene sia un alcaloide molto debole è capace in determinate condizioni di dare dei sali, i quali vengono decomposti dall'acqua. Fra questi per la sua poca solubilità si distingue:

il *cloroaurato*, che si ottiene sciogliendo il metadimetilmetadiacetilpirrolo nella minor quantità di acido cloridrico (d=1,19), raffreddato con ghiaccio, ed aggiungendo una soluzione cloridrica concentrata e raffreddata di cloruro d'oro; quasi subito si separano piccoli aghetti gialli e rapidamente tutto il liquido viene trasformato in una poltiglia cristallina, che si raccoglie sopra un cono di platino filtrando alla pompa e si lava con piccole quantità di acido cloridrico. Il sale così ottenuto seccato nel vuoto sopra calce, fonde in

un liquido verde scuro fra 120°-130°, previa decomposizione, che incomincia già verso i 70°.

« All'analisi dette numeri conformi a quelli richiesti dalla formula:

$$C_{10} H_{13} O_2 N. HCl. Au Cl_3$$

gr. 0,2988 di sostanza diedero gr. 0,1136 di oro.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{10}H_{14}O_2NAu Cl_4$
Au (1)	38,02	37,86

« Questo composto è abbastanza solubile nell'acido cloridrico a freddo e molto solubile nell'alcool. Esso, quando è secco, è relativamente stabile, ma se, umido di acido cloridrico, si lascia esposto all'aria si altera prontamente.

αβ'-dimetil-α'β-dicinnamilpirrolo.

« Per meglio stabilire la presenza dei due gruppi acetilici, sul dimetildiacetilpirrolo, adottando il metodo indicato da Dennstedt (2), feci agire l'aldeide benzoica in leggiero eccesso in presenza di potassa caustica in soluzione al 30 p. cento. Dopo un ebollizione di circa mezz'ora, lo strato, da prima oleoso, sovrastante al liquido alcalino, divenne solido; allora acidificai con acido acetico, e distillai in corrente di vapore per eliminare l'aldeide benzoica, che non avea preso parte alla reazione.

« Il residuo solido si può purificare cristallizzandolo parecchie volte dall'alcool bollente o dall'acido acetico, dai quali solventi si depone per raffreddamento in piccoli aghetti riuniti a mamelloni, che fondono a 215°-216°.

« Sottoposto all'analisi dette numeri conformi a quelli richiesti per la formola:

$$C_6 H_5. CH = CH. CO. [C_4 (CH_3)_2 NH]. CO. CH = CH. C_6 H_5 .$$

I. gr. 0,1716 di sostanza dettero gr. 0,5078 di CO_2 e gr. 0,0956 di H_2O.
II. gr. 0,2044 svolsero 6,8 cc. di azoto misurati a 10°,8 ed a 765 mm.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_{24}H_{21}O_2N$
	I	II	
C	80,87	—	81,10
H	6,18	—	5,91
N	—	4,04	3,94

Nitroso-acetilacetone.

« Questo composto, che deve formarsi come prodotto intermedio nella sintesi del dimetildiacetilpirrolo, può essere ottenuto nel seguente modo: Si scioglie l'acetilacetone nella minor quantità possibile di soluzione di potassa caustica al 12 p. cento circa, si aggiunge la quantità calcolata di ni-

(1) Au = 196,2.
(2) Berl. Ber. XXII, 1924.

trito potassico e nel liquido, mantenuto freddo con ghiaccio, si versa a poco a poco acido solforico diluito (1:5) in leggiero eccesso. Estraendo molte volte con etere si ottiene per distillazione della soluzione eterea, disseccata con carbonato potassico anidro, un residuo sciropposo, il quale nel vuoto dopo qualche tempo si rapprende in una massa cristallina. Si purifica sciogliendolo in pochissimo etere acetico ed aggiungendo a caldo etere petrolico; col raffreddamento si depongono lunghi aghi appiattiti o squame allungate di splendore madreperlaceo, che dopo alcune cristallizzazioni fondono a 75°.

« La formola:

$$CH_3—CO—C(NOH)—CO—CH_3$$

è confermata dalle seguenti analisi:

I. gr. 0,1372 di sostanza diedero gr. 0,2328 di CO^2 e gr. 0,0716 di H_2O.

II. gr. 0,1852 di sostanza svolsero 16,6 cc. di azoto misurati a 5°,8 ed a 760, 2 mm.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_5H_7NO_3$
C	46,28	—	46,54
H	5,78	—	5,42
N	—	11,44	10,84

« Il nitrosoacetilacetone è molto solubile nell'acqua, nell'alcool e nell'etere acetico; si discioglie meno nel benzolo, ed è quasi insolubile nell'etere petrolico.

« Tanto lo studio sul $\alpha\beta'$-dimetil-$\alpha'\beta$-diacetilpirrolo, quanto quello sul nitrosoacetilacetone verrà continuato.

« Allo scopo di prendere data aggiungerò ancora, che trattando con jodio in soluzione eterea, il sodioacetilacetone sospeso nell'etere, potei ottenere un composto, che fonde a 186°-187 ed al quale spetta probabilmente la formola:

$$C_{10}H_{14}O_4$$

gr. 0,1640 di materia dettero gr. 0,3616 di CO_2 e gr. 0,1048 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
C	60,13	60,60
H	7,10	7,07

« Questa sostanza, che potrebbe essere il *tetraacetiletane simmetrico* (diacetil-acetonilacetone), forma presentemente oggetto delle mie ricerche sulle quali spero di poter riferire quanto prima ».

Chimica. — *Azione dell'acido jodico sopra l'acido acetondicarbonico.* Nota di A. Angeli ed E. Levi, presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica fisica. — *Intorno alla ipotesi della colorazione degli joni.* Nota di Gaetano Magnanini, presentata dal Socio Cannizzaro.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. *Sopra un isomero della Santonina* (1). Nota preliminare di Americo Andreocci, presentata dal Socio Cannizzaro.

« La Santonina si scioglie nell'acido cloridrico concentratissimo colorandolo in giallo; coll'aggiunta di acqua si precipita la Santonina inalterata. Lasciando però la soluzione idroclorica di Santonina alla temperatura ordinaria per più giorni in recipienti chiusi si viene deponendo una sostanza cristallina che è un isomero della Santonina.

« Per ottenerla pura si raccoglie sopra amianto, si lava prima con acido cloridrico concentratissimo per eliminare la Santonina inalterata, e poi con acqua; si secca e si cristallizza sciogliendola nell'alcool (a 97°) bollente e lasciandola raffreddare. Dopo due cristallizzazioni si ottiene pura.

« È una sostanza bianca in aghetti lucenti, insolubile nell'acqua; solubile più a caldo che a freddo nell'alcool e nell'acido acetico, pochissimo solubile nell'etere e nel benzolo; insolubile nell'acido cloridrico anche bollente e nella soluzione acquosa di carbonato sodico.

« Si scioglie nella soluzione di idrato potassico, dalla quale non è precipitata dall'anidride carbonica; è precipitata però inalterata dall'acido cloridrico. Non si altera menomamente alla luce. Fonde a 260°.

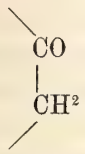
« Se si scalda lentamente, incomincia ad alterarsi sensibilmente prima di fondersi. Ha la composizione elementare della Santonina.

« L'idrossilamina e la fenilidrazina non ci hanno alcuna azione. Invece l'anidride acetica con acetato sodico fuso dà un bel derivato acetilico cristallizzato in lunghi aghi lucenti, solubile nell'alcool, nell'etere e nell'acido acetico, che ha la composizione di una monacetil-santonina $C^{17}H^{20}O^{4}$.

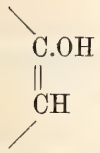
(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

« Questo acetil-derivato saponificato colla potassa e precipitato con acido cloridrico ridà la sostanza inalterata.

« Pare dunque che il lato della molecola della Santonina contenente



siasi trasformato in



« Mi riserbo di proseguire lo studio di questa importante sostanza ».

Chimica. — *Sulla riduzione della Santonina.* Nota preliminare di Americo Andreocci, presentata dal Socio Cannizzaro.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

L. Berzolari. *Sulla curva gobba razionale del quint'ordine.* Presentata dal Socio Beltrami.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Capellini, a nome anche del Socio Taramelli, legge una Relazione sulla Memoria del dott. G. A. De Amicis, intitolata: *I foraminiferi del pliocene inferiore di Trinité-Victor* (*Nizzardo*) concludendo colla proposta che all'autore sia espresso un ringraziamento per la sua comunicazione.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Schiaparelli, Taramelli, Caruel, Bodio, Padova, Righi, Daubrée; dai signori Folgheraiter e Cancani, Fritsche. Presenta inoltre il vol. III, parte 1ª, delle *Opere di Galileo Galilei*, pubblicazione fatta sotto gli auspici di S. M. il Re.

Il Socio Capellini offre un suo lavoro a stampa intitolato: *Zifioidi fossili e il rostro di Dioplodonte della Farnesina presso Roma.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna presenta vari documenti relativi a Federico Cesi, donati all'Accademia dal dott. R. Volpicelli.

Lo stesso Segretario dà poscia conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Società di scienze naturali di Emden; la Società archeologica di Anversa; la Società geografica di Helsingfors; l'Università di Berkeley; il Comitato geologico di Pietroburgo.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

Il Ministero della Guerra; la R. Accademia irlandese di Dublino; l'Accademia delle scienze di Cracovia; la Società geologica di Ottawa; l'Ufficio Idrografico di Genova; la Biblioteca nazionale di Rio de Janeiro.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 9 aprile 1893.

Brooks W. K. and *Herrick F. H.* — The embriology and metamorphosis of the Macroura. Washington, s. a. 4°.

Bruhns W. und *Busz K.* — Sach- und Orts-Verzeichniss zu den mineralogischen und geologischen Arbeiten von G. vom Rath. Leipzig, 1893. 8°.

Capellini G. — Zifoidi fossili e il rostro di Diplodonte della Farnesina presso Roma. Bologna, 1891. 4°.

Carazzi D. — Il fenomeno dell'acqua rossa nel Golfo di Spezia. Genova, 1893. 8°.

Ciscato G. — Sulle formole fondamentali della trigonometria sferoidica date da G. H. Halphen. Venezia, 1892. 8°.

Congresso (1° e 2°) brazileiro de medicina e chirurgia do Rio de Janeiro. Rio, 1889-1891. 8°.

Danielli I. — Studio sui cranî bengalesi con appunti di etnologia indiana. Firenze, 1893. 8°.

Daubrée G. A. — Notice sur Nicolas Kokscharow. Paris, 1893. 4°.

De Gouvéa H. e *De Lima e Castro J. C.* — O contracto de saneamento do solo do Rio de Janeiro. Rio, 1891. 8°.

De Toni G. B. — Intorno alla Nota di D. Levi-Morenos « Le diverse ipotesi sul fenomeno del 'Mar-Sporco' nell'Adriatico». Venezia, 1893. 8°.

Ferrucci A. — Della vita e delle opere di Sebastiano Grandis. Roma, 1893. 4°.

Folghereiter G. e *Cancani A.* — Norme per l'impianto dei parafulmini secondo le teorie moderne sulla propagazione dell'elettricità con una prefazione di P. Blaserna. Torino, 1893. 16°.

Fritsche H. — Ueber die Bestimmung der geographischen Länge und Breite und der drei Elemente des Erdmagnetismus durch Beobachtung zu Lande, sowie erdmagnetische und geographische Messungen an mehr als tausend verschiedenen Orten in Asien und Europa, ausgeführt in den Jahren 1867-1891. St Petersbourg, 1893. 8°.

Galilei G. — Le opere. Edizione nazionale. Vol. III. Firenze, 1892. 4°.

Guccia G. B. — Due proposizioni relative alle involuzioni di specie qualunque, dotate di singolarità ordinarie. Palermo, 1893. 8°.

Index-Catalogue of the library of the Surgeon-General's Office, U. S. A. Vol. XIII. Washington, 1892. 4°.

Joffily I. — Notas sobre a parahyba. Rio de Janeiro, 1892. 8°.

Langley S. P. — Energy and vision. Washington, s. a. 4°.

Montanari T. — Saggio di una nuova teoria della resistenza dei ponti e delle tombe al moto dell'acqua. Milano, 1892. 8°.

Nobile A. — Saggio di osservazioni meridiane correlative per correggere le refrazioni. Napoli, 1893. 4°.

Padova E.— Commemorazione di Enrico Betti. Venezia, 1893. 8°.

Parlatore F. — Flora italiana continuata da T. Caruel. Vol. VII, 2. Firenze, 1893. 8°.

Passerini N. — Sopra una materia colorante rossa atta alla tintura dei tessuti che può estrarsi dalle foglie della comune saggina. Firenze, 1893. 8°.

Platania G. — Contribuzione allo studio dei termometri di precisione a mercurio. Catania, s. a. 4°.

Rainaldi R. — Le localizzazioni cerebrali studiate in un caso d'ipnotismo. Foligno, 1891. 4°.

Regimento interno do Senado federal. Rio de Janeiro, 1891. 8°.

Righi A. — Sulla distribuzione del potenziale nell'aria rarefatta percorsa dalla corrente elettrica. Bologna, 1893. 4°.

Rudski M. P. — Note sur la situation des racines des équations transcendantes $Jn + \frac{1}{2}(x) = 0$ où J désigne une fonction de Bessel $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ Bruxelles, 1882. 8°.

Schiaparelli G. V. — Il pianeta Marte. Milano, 1893. 4°.

Seeliger H. — Ueber allgemeine Probleme der Mechanik des Himmels. München, 1892. 4°.

Taramelli T. — Di un ammonite raccolto nel terreno cretaceo dei colli di Bergamo. Milano, 1893. 8°.

Whiteaves J. F. — Contributions to Canadian palaeontology. Vol. I, p. 4. Ottawa, 1892. 8°.

Zinno S. — Nuovi studî sperimentali sul tricloruro di boro. Napoli, 1893. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 30 aprile 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Su alcune disposizioni sperimentali per la dimostrazione e lo studio delle ondulazioni elettriche di Hertz.* Nota del Corrispondente Augusto Righi.

I. Esperienze da lezione.

« Volendo mostrare in lezione le principali esperienze di Hertz, mi proposi di rendere facilmente visibili a distanza le scintille del risonatore circolare, senza ricorrere ai molti artifici ideati per rendere indirettamente manifesta l'esistenza delle sue oscillazioni, quali l'uso del bolometro (Rubens e Ritter), l'uso di pile termoelettriche (Klemencic), quello della rana galvanica (Ritter), quello dell'elettroscopio e della pila (Boltzmann, Wiechert), il metodo basato sulla dilatazione termica del risonatore (Gregory), il metodo dell'elettrometro a due quadranti (Bjerknes), il metodo del tubo di Geissler con pila ausiliaria (Zehnder) ecc.

« Raggiunsi lo scopo, adoperando una macchina ad influenza, anzichè il rocchetto, per eccitare l'oscillatore, facendo scoccare la scintilla di questo entro un liquido isolante, e unendo al risonatore un tubo di Geissler.

a) Uso della macchina elettrica nelle esperienze di Hertz.

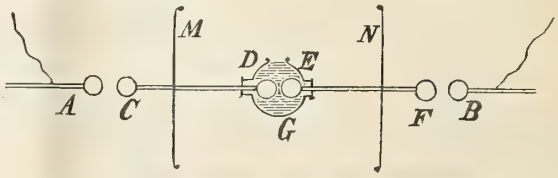
« Già il Toepler [1] adoperò le sue macchine ad influenza per le esperienze sulle ondulazioni elettriche di Hertz. A tal uopo dispose gli apparecchi in uno dei seguenti modi. O i due conduttori costituenti l'oscillatore comunicano

[1] Wied., Ann. t. 46, p. 306, 464, 642, (1892).

coi conduttori della macchina per mezzo di forti resistenze (tubi con liquido), oppure essi sono uniti metallicamente alle armature esterne di due condensatori, di cui le armature interne, sono in comunicazione coi conduttori della macchina. Nel primo caso fra le due sfere affacciate dell'oscillatore si forma una rapidissima serie di scintille oscillanti; nel secondo le scintille stesse sono determinate dalle scariche che si formano fra gli elettrodi della macchina opportunamente accostati, e le oscillazioni proprie dell'oscillatore si sovrappongono a quelle dei condensatori (1).

« A queste due disposizioni trovai nel caso mio preferibile di molto la seguente.

« Due aste di ottone A e B terminate da palline di 4 cm. di diametro comunicano conduttori della macchina d'Holtz (capace di dare scintille di 30 cm.) per mezzo di grossi fili metallici. Fra A e B è posto l'oscillatore CF, che sarà descritto più avanti, e del quale D ed E sono le palline fra le quali deve formarsi la scintilla. L'oscillatore termina esternamente con palline C e F di 4 cm. che distano di 3 o 4 centimetri dalle palline colle quali terminano le aste A e B. Quando la macchina è in azione si hanno scintille simultaneamente in AC, FB e DE, ed un risonatore di conveniente periodo vibratorio è facilmente eccitato a distanza per opera delle scariche oscillanti che si formano attraverso la scintilla DE. L'effetto cresce allungando le due scintille esterne, purchè non si oltrepassi una certa lunghezza oltre la quale esse, da bianche e vive che erano, tendono a diventare deboli e violette.



b) Descrizione dell'oscillatore.

« Dopo varie modificazioni adottai per l'oscillatore la forma seguente.

« Due tubi d'ottone (grossi circa 1 cm.) posti orizzontalmente l'uno in prolungamento dell'altro terminano con palline d'ottone C, D, E, F di 4 cm. di diametro. La lunghezza totale CF dell'apparecchio è circa 62 cm. Sui due tubi possono scorrere due dischi di rame M, N, perpendicolari all'asse dei tubi e di 34,5 cm. di diametro. D'ordinario furono tenuti a circa 43 cm. di distanza l'uno dall'altro. La forma dell'oscillatore è dunque di rivoluzione intorno ad un asse, come quella dell'oscillatore adoperato da Bjerknes (2). Le estremità centrali dei due tubi d'ottone trovansi rinchiuse in un recipiente di grosso vetro (sfera di circa 11 cm. di diametro) avente, oltre che le aperture per le quali penetrano i tubi, anche un'apertura superiore. In questo recipiente si pone un liquido isolante, come hanno insegnato Sarasin e De la Rive (3).

(1) Oetingen, Wied. Ann. t. 34, p. 570 (1888).
(2) Wied. Ann. t. 44, p. 74 (1891).
(3) Comp. Rend. t. CXV, p. 439 (1892).

« Però, invece di adoperare l'olio comune, ho trovato vantaggioso far uso dell'olio di vasellina, specialmente poi se viene reso spesso sciogliendovi della vasellina, sinchè sia appena possibile travasarlo. L'effetto che si ottiene è di gran lunga più potente, che se la scintilla fra D ed E scocca nell'aria. Questo effetto è massimo per una certa distanza (3 a 5 mm.) fra le palline D ed E, che si determina a tentativi.

« L'oscillatore così costruito, oltre che dare degli effetti poderosi, seguita a funzionar bene anche per un tempo lunghissimo, senza che occorra pulire le palline. Direi anzi quasi che funziona meglio quando dopo un certo tempo, per la decomposizione termica che il liquido subisce, questo è divenuto nero come inchiostro, ed uno strato nero abbondante si è depositato sulla parete interna del recipiente e sulle palline.

c) Il risonatore.

« È simile a quello circolare di Hertz, ma ha in più un tubo di Geissler lungo circa 15 cm. scelto fra varî della stessa lunghezza. Esso è formato con un filo di rame di circa 2 mm. di diametro piegato a cerchio di 57 cm. di diametro. Questo filo non occupa tutta la circonferenza di tal cerchio, giacchè ad una porzione di questa corrisponde il tubo di Geissler, i cui poli sono uniti alle estremità del filo.

« Tubi di Geissler in modo simile furono adoperati già da Dragoumis (1), il quale giunse a ottenere indizio di oscillazioni nel risonatore posto a 3 o 4 metri dall'oscillatore. Era dunque sperabile che potessi ottenere effetti assai superiori adoperando l'oscillatore a liquido e la macchina elettrica.

« La lunghezza d'onda pel mio risonatore è di circa $4^{m},10$.

« Ho adoperato anche un risonatore costituito da un tubo chiuso piegato a circolo e contenente aria rarefatta (pressione $0^{mm},0086$). Esso si illumina vivamente, sia quando è orientato in guisa da essere eccitato dalla forza elettrica, sia quando subisce l'azione della forza magnetica, sino a circa un metro di distanza dall'oscillatore. Il risonatore a tubo di Geissler si rende invece visibile in tutta la scuola anche ad oltre 6 metri di distanza (2). Ho dunque adoperato questo per le esperienze d'interferenza, e quello a gas rarefatto solo per mostrare l'effetto nelle varie orientazioni che si possono dare al risonatore.

d) Esperienze.

« Cogli apparecchi descritti si mostrano facilmente all'uditorio i nodi e ventri fissi ottenuti per riflessione su una lastra verticale di zinco di 4 metri quadrati, posta a 5 metri dall'oscillatore, tanto se si sposta il risonatore fra l'oscillatore e la lastra tenendolo col suo piano parallelo al piano verticale

(1) Nature, t. XXXIX, p. 548 (1889).

(2) Sostituendo alla macchina elettrica un rocchetto di Ruhmkorff che dava scintille di 25 cm. di lunghezza, il risonatore anzichè mostrarsi luminoso sino a 6 metri, si spegneva già a meno di un metro dall'oscillatore.

che passa per l'asse dell'osciltatore e col tubo di Geissler in basso od in alto, nel qual caso è la forza elettrica che produce l'effetto, quanto se lo si sposta tenendolo orizzontale e col diametro passante pel tubo di Heissler parallelo all'asse dell'oscillatore, nel qual caso si ottiene l'effetto della forza magnetica.

« L'illuminazione del risonatore è ancora più brillante, se lo si adopera per mostrare le onde propagate in un filo.

« Un filo di rame lungo 6 metri è perciò teso orizzontalmente fra colonne isolanti, e da una sua estremità parte un filo di rame di due metri che termina in una lastrina di zinco di 100 c. q. posta in vicinanza di uno dei dischi dell'oscillatore. I nodi e ventri fissi che si formano per la riflessione delle onde all'estremità isolata, si rendono visibili spostando il risonatore lungo il filo. Lo si può esporre all'azione della sola forza magnetica, tenendolo nel piano del filo e col tubo di Geissler o nel punto più vicino o in quello più lontano al filo stesso; oppure si può far agire la sola forza elettrica, tenendolo in un piano perpendicolare al filo, in modo che il diametro passante pel tubo di Geissler sia perpendicolare al diametro che prolungato incontra il filo. Un artificio facile ad immaginare mantiene costante, durante lo spostamento del risonatore, la distanza fra il suo centro ed il filo.

II. Oscillazioni elettriche di piccola lunghezza d'onda.

« Sono giunto ad ottenere delle oscillazioni, la cui lunghezza d'onda è molto più piccola di quella delle oscillazioni finora ottenute dai fisici. L'oscillatore si riduce in questo caso a due sfere d'ottone fra le quali scoccano le scintille, ed il risonatore è a scintilla, come quello originario di Hertz. Non si tratta dunque più di esperienze da lezione, ma di apparecchi di studio.

« Le più brevi onde che ho ottenuto sono di 7 centimetri e mezzo di lunghezza. Con esse ho potuto dunque ripetere le esperienze di Hertz sui raggi di forza elettrica e quelle fatte dopo da altri, con riflettori, lenti, prismi ed altri apparecchi aventi dimensioni poco superiori agli apparecchi dell'ottica ordinaria.

« Oltre alla riflessione su metalli, alla rifrazione in un prisma ed in una lente cilindrica, ho potuto ottenere i principali fenomeni di diffrazione, l'interferenza fra raggi diretti, e riflessi da una lastra (simile all'esperienza dell'interferenza ottica con un solo specchio), la riflessione totale data da un prisma rettangolo, ecc. Siccome poi quando l'oscillatore ed il risonatore sono muniti di riflettori parabolici, si può fra essi interporre un diaframma metallico avente una apertura di pochi centimetri, senza che cessino le scintille al risonatore, così ho potuto studiare anche l'assorbimento che lastre solide diverse o strati liquidi producono solle radiazioni elettriche.

« Con questi apparecchi a breve lunghezza d'onda, la distanza alla quale possono trovarsi l'uno dall'altro il risonatore e l'oscillatore, senza che cessino nel primo le scintille, è relativamente considerevole.

« Infatti, con risonatore e oscillatore senza riflettori, le scintille nel risonatore sono visibili sino a quasi un metro di distanza. Munendo di riflettore parabolico l'oscillatore, si può portare il risonatore notevolmente più lontano, e se anch'esso è nel fuoco di uno specchio parabolico, si veggono le scintille sino a oltre 6 metri.

« Con apparecchi un poco più grandi, che forniscono oscillazioni di lunghezza d'onda 20 centimetri, si vede la scintilla sino a oltre 3 metri distanza. Munendo l'oscillatore di riflettore, le scintille si veggono anche a 7 metri di distanza, e se anche il risonatore ha lo specchio parabolico, esso mostra scintille nettamente visibili anche stando a 25 metri dall'oscillatore.

« Riservo ad una pubblicazione più estesa la descrizione dei nuovi apparecchi e delle numerose esperienze che con essi ho potuto eseguire ».

Matematica. — *Sopra i sistemi di rette cremoniani.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Fisica. — *Influenza della cassa di risuonanza e del congegno elettromagnetico sulle vibrazioni dei coristi.* Nota del dott. N. Pierpaoli, presentata dal socio Blaserna.

« Il corista normale prototipo, quale fu stabilito nella Conferenza internazionale di Vienna del 1886, e quale si conserva presso l'ufficio centrale del corista uniforme in Roma, è in acciaio dorato, privo di cassa di risuonanza e fissato ad un solido trepiedi; ma i coristi normali di uso comune sono generalmente montati su apposita cassa di risuonanza che ne rinforza il suono, oppure sono coristi elettromagnetici.

« Io mi sono proposto di esaminare, se e quale influenza può esercitare sull'altezza del corista questa cassa di risuonanza, e quale il contatto elettrico nei coristi elettromagnetici.

« I. Riguardo alla cassa di risuonanza è chiaro che a priori nulla può stabilirsi di positivo, dipendendo tutto dall'abilità del costruttore. Uno studio in proposito non può avere quindi se non un'importanza relativa a quei coristi che si esaminano.

« Da una serie di misure eseguite sopra tre coristi normali costruiti da König, risulta che l'influenza della cassa di risuonanza, almeno per tali coristi, è molto piccola non raggiungendo i 2 centesimi di vibrazione semplice.

« Ripeto che questo risultato non ha valore se non inquanto si riferisce a questi coristi di König, ed io son certo, che se avessi esaminato coristi di altra provenienza, avrei senza dubbio trovati valori diversi. Sapendo poi con

quanta cura König costruisce e verifica i suoi coristi, non esito a credere che se avessi studiato altri coristi di sua costruzione, avrei trovato un'influenza dello stesso ordine, e che essa rappresenti il minimo dell'influenza che può esercitare la cassa di risuonanza sull'altezza del corista.

« Il metodo seguito in questo studio è il metodo ottico, quello stesso a cui mi sono attenuto nel confronto dei due coristi prototipi [1]. Un corista, montato sopra un solido sostegno e munito di uno specchietto ad una branca con contrapeso dall'altra, mi serviva come termine di confronto, e con esso paragonava i coristi da esaminare, determinando il numero dei battimenti semplici al secondo tanto nel caso in cui erano messi in vibrazione senza cassa di risuonanza, quanto nel caso in cui erano montati su di essa. Naturalmente presi tutte quelle precauzioni che l'esperienza mi aveva suggerite necessarie per essere sicuro che i due coristi si trovassero alla medesima temperatura.

« La seguente tabella A, riassume i risultati di queste mie ricerche. Per ognuno dei 3 coristi ho fatto una serie di misure in giorni consecutivi per non avere forti variazioni di temperatura. Tenendo la camera sempre al buio con le finestre e le porte chiuse, tali variazioni furono piccolissime, di modo che ho potuto riunire insieme le diverse determinazioni riferentesi allo stesso corista e riferirle ad una temperatura media che è quella indicata nella tabella.

« Solo per il 3° corista ho dovuto separare le misure in due serie come è indicato in tabella. Ognuno dei valori quivi riportati è medio di cinque determinazioni fatte in identiche condizioni. Il 1° ed il 2° corista li ho trovati più bassi ed il 3° più alto.

Tabella A

		Temperatura media	Numero dei battimenti semplici contati in ogni serie	Battimenti semplici 1″	Differenza
1° Corista	Senza Cassa	6°,00	640	(più basso) 0,4913	0,0112
	Con Cassa		560	0,4801	
2° Corista	Senza Cassa	12°,42	480	(più basso) 0,2880	0,0185
	Con Cassa		480	0,2695	
3° Corista	Senza Cassa	12°,50	500	(più alto) 0,6815	0,0125
	Con Cassa		500	0,6690	
3° Corista	Senza Cassa	15°,70	500	(più alto) 0,6816	0,0032
	Con Cassa		500	0,6784	

(1) V. *Studio dei coristi prototipi* ecc. Atti della R. Accademia dei Lincei, vol. VII, serie 4ª, 1892.

« II. Riguardo poi all'influenza del contatto elettrico nei coristi elettromagnetici si può prevedere in che senso debba esercitarsi.

« All'azione dell'elasticità si unisce qui l'azione elettro-magnetica e la forza motrice dev'essere aumentata, quindi si deve avere un innalzamento del corista. E così ho infatti trovato, esaminando col solito metodo ottico due coristi elettromagnetici pure di König, e determinando il numero dei battimenti semplici al secondo facendoli andare da soli oppure a mezzo della corrente di un elemento Grenet.

« Nelle due tabelle seguenti B e C riporto i risultati ottenuti. Qui ho creduto bene di separare le diverse misure quantunque eseguite a temperature poco diverse, per far vedere bene le differenze fra l'una e l'altra, giacchè quando il corista va elettricamente, il movimento vibratorio non è più così regolare come quando va da solo. Ciò che si osserva benissimo guardando la figura di Lissajous, e tra una determinazione e l'altra corrono spesso delle differenze forti, e certo maggiori di quelle che si notano in questo secondo caso le quali sono sempre piccolissime. Ciò del resto è facile a comprendersi ove si rifletta alle variazioni cui può andar soggetta l'intensità della corrente, e all'impossibilità di regolare il contatto elettrico sempre nello stesso modo. Io ho trovato che stringendo più o meno la vite che spinge il filo di platino contro la branca del corista si aveva un valore diverso, ed ho cercato quindi di regolarla nel miglior modo possibile.

« I due coristi studiati li ho trovati più bassi.

Tabella B

	Temperatura	Battimenti semplici in ogni serie	Battimenti semplici 1″		Differenze
			Da solo	Con contatto elettrico	
1	6,60°		0,3831	0,2477	0,1354
2	6,84		0,3778	0,2461	0,1317
3	6,65		0,3722	0,2459	0,1263
4	6,42		0,3704	0,2387	0,1317
5	6,45	60	0,3681	0,2506	0,1175
6	6,90		0,3601	0,2451	0,1150
7	7,00		0,3521	0,2368	0,1153
8	6,98		0,3813	0,2435	0,1378
9	6,83		0,3881	0,2457	0,1424
					Medio = 0,1282

TABELLA C

	Temperatura	Battimenti semplici in ogni serie	Battimenti semplici 1″		DIFFERENZE
			Da solo	Con contatto elettrico	
1	9°,40		0,2825	0,1824	0,1001
2	10,05		0,3226	0,2042	0,1184
3	9,85		0,3286	0,2547	0,0739
4	10,00		0,3304	0,2059	0,1245
5	10,33		0,3333	0,1992	0,1341
6	11,00	60	0,3243	0,2027	0,1216
7	12,45		0,3165	0,2023	0,1142
8	10,20		0,3151	0,2065	0,1086
9	10,15		0,3219	0,2086	0,1133
10	10,63		0,3205	0,2009	0,1196
11	10,45		0,3128	0,2140	0,0988
12	10,80		0,3236	0,2101	0,1135
					Medio = 0,1117

« Come si vede da queste tabelle, ove ogni valore riportato è ancora medio di 5 misure, l'influenza del contatto elettrico sull'altezza del corista è molto maggiore di quella che può esercitare la cassa di risuonanza. In media per questi coristi di König si può fissare a 12 centesimi di vibrazione semplice. Si tratta ancora di una piccola variazione, trascurabile nella maggior parte dei casi della pratica, ma che teoricamente ha la sua importanza e specialmente nella definizione del corista normale prototipo.

« Da questo studio ho potuto constatare un altro fatto, che cioè determinando il numero dei battimenti prima e subito dopo che avesse agito la corrente sul corista non si aveva il medesimo valore, e l'effetto della corrente era sempre quello di abbassare il corista; in media ho trovato per il secondo corista elettromagnetico una differenza di circa 3 centesimi di vibrazione. Però tale abbassamento non era stabile, tantochè il giorno dopo trovava quasi sempre il corista ritornato alle medesime condizioni iniziali.

« Di più ho potuto rilevare che questo abbassamento non era progressivo, ma dopo la prima mezz'ora d'azione della corrente si aveva presso a poco lo stesso effetto che si aveva dopo parecchie mezze ore di azione.

« Probabilmente questa variazione è dovuta ad una debole magnetizzazione del corista sotto l'azione della corrente. E che realmente il corista si magnetizzi l'ho verificato direttamente con una piccola bussola.

« Preso un corista nuovo non ancora adoperato ed esaminando le due

branche, ho veduto che esse attiravano ugualmente lo stesso polo dell'ago magnetico; poi ho fatto agire la corrente per circa 10 minuti, ed esaminando di nuovo le due branche le ho trovate polarizzate, l'una attirava l'altra respingeva lo stesso polo; senza dubbio il corista si era magnetizzato. Per accertarmene meglio ho fatto agire la corrente in senso opposto pure per 10 minuti, ed ho trovato scomparsa ogni traccia di magnetismo, e dopo altri 10 minuti di azione ho trovato i poli scambiati.

« Questo fatto merita un esame speciale ed io mi propongo di farlo quant prima. Per intanto si può consigliare a coloro che hanno bisogno di adoperare coristi elettromagnetici per un tempo piuttosto lungo di invertire di quando in quando la corrente per impedire così la magnetizzazione del corista ».

Elettricità. — *Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica* (1). Nota dell'ing. Riccardo Arnò, presentata dal Socio G. Ferraris.

« In una precedente Nota (2) ho esposto un metodo per la produzione di un campo elettrico rotante per mezzo di una semplice differenza di potenziali alternativa fra due punti fissi, ed ho dimostrato che un cilindro dielettrico, collocato in quel campo, segue la rotazione del campo stesso. Questo fatto, io ho soggiunto, si può attribuire ad un fenomeno di *isteresi elettrostatica* nei corpi dielettrici, analogo a quello di isteresi magnetica nei corpi magnetici, e può anzi essere utilizzato per ricerche quantitative sopra tale fenomeno.

« Prima della pubblicazione di un recente lavoro (3) del signor Hess sopra gli isolanti, in cui l'autore espone una teoria secondo la quale il riscaldamento di un corpo dielettrico, sotto l'influenza di un campo elettrostatico alternativo, sarebbe dovuto, almeno in parte, alla presenza di corpuscoli conduttori disseminati nel dielettrico stesso, era sembrato che quel riscaldamento si dovesse semplicemente attribuire ad un' isteresi elettrostatica. Ed anzi, il signor Proteus Steinmetz, misurando l'energia trasformata in calore nel coibente di un condensatore a carta paraffinata, in funzione della differenza di potenziali alternativa efficace fra le armature del condensatore medesimo, e trovando la prima proporzionale al quadrato della seconda, credette poter ritenere tale relazione siccome quella che rappresenta la dissipazione di energia

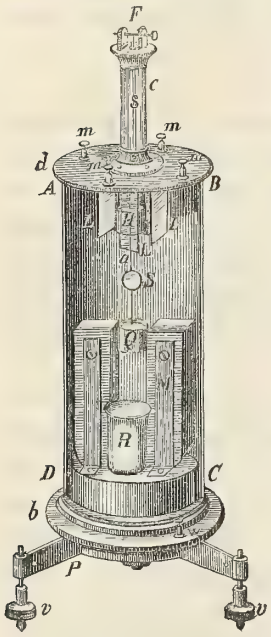
(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano in Torino.

(2) Rendiconti, fascicolo del 16 ottobre 1892, p. 284. *Campo elettrico rotante e rotazioni dovute all'isteresi elettrostatica.*

(3) La Lumière électrique, 26 novembre e 10 dicembre 1892, p. 401 e 507. - *Sur les isolants.*

per isteresi nei corpi dielettrici [1]. Ma dopo i lavori di Hess, se sono vere le sue asserzioni, nè il fatto del riscaldamento di un condensatore è sufficiente a dimostrare l'esistenza dell'isteresi elettrostatica nei corpi isolanti, nè le esperienze di Steinmetz, i risultati delle quali non sembrano in contraddizione colle teorie di Hess, possono servire a stabilire la legge di tale fenomeno.

« Gli è perciò che ho creduto incominciare a pubblicare qualche risultato di ricerche, che da qualche tempo ho intraprese e che sto tuttora continuando, sopra diversi dielettrici, ricerche a cui, nel mio lavoro sovracitato, già ebbi occasione di accennare. Oggetto di questa Nota è la descrizione di un apparecchio, in cui si utilizza il principio della rotazione di un cilindro dielettrico in un campo elettrico rotante per lo studio del fenomeno di isteresi elettrostatica nei corpi isolanti, e l'esposizione di alcuni risultati ottenuti sperimentando, coll'apparecchio medesimo, sopra un cilindro di ebanite.



« L'apparecchio, di cui intendo parlare, comprende una base circolare *b* di ottone, che può girare intorno al proprio asse sopra un piede P munito di viti di livello *v*. Su questa base sono fissati un potente magnete M a ferro di cavallo ed una cassa cilindrica A B C D di metallo, la quale inviluppa tutte le parti principali dello strumento e serve come schermo elettrico. Un morsetto *w*, in comunicazione coll'inviluppo conduttore A B C D, permette di mettere il medesimo in comunicazione colla terra. Il coperchio *d*, che è di ebanite, sostiene anzitutto una colonna di vetro *c*, che porta alla sua estremità superiore il sostegno F di una sospensione bifilare *s*, per mezzo della quale è sospeso un piccolo cilindro cavo H di materia isolante. Quest' ultimo si muove nello spazio compreso fra quattro lastre L di rame verticali, dell'altezza di 42 mm. e della larghezza di 21 mm., rispettivamente affacciate, alla distanza di 42 mm., le une alle altre e sostenute dal coperchio *d* per mezzo di viti, che attraversano il coperchio stesso e terminano in quattro morsetti *m*. Così disposte, le lastre L costituiscono un complesso di due coppie di lastre metalliche incrociate, tra cui si possono produrre, mediante due differenze di potenziali alternative spostate nella loro fase di un quarto di periodo, i due campi elettrici destinati alla generazione del campo

[1] Elektrotechnische Zeitschrift, 29 aprile 1892, p. 227. - *Dielektrische Hysteresis, der Energieverlust in dielektrischen Medien unter dem Einfluss eines wechselnden elektrostatischen Feldes.*

elettrico rotante necessario per l'esperimento. Nel centro della base inferiore del cilindro dielettrico H è poi appesa un'asticciuola a di alluminio, la quale sostiene uno specchietto piano S, per la misura con cannocchiale e scala dell'angolo di rotazione, ed un cilindretto Q, vuoto e chiuso, di rame elettrolitico, che oscilla fra i poli della calamita M e rende quindi l'apparecchio affatto aperiodico. Questo cilindro pesa 14,210 grammi, ha l'altezza di 24 mm. ed il diametro esterno di 30 mm. Finalmente, un recipiente di vetro R, contenente del cloruro di calcio, è collocato nella cassa ABCD e serve come essiccatore.

« La sensibilità dello strumento può farsi variare fra limiti assai estesi, sia col variare la distanza dei due fili costituenti la sospensione bifilare, mediante un congegno analogo a quello adoperato per lo stesso scopo nell'elettrometro a quadranti di Mascart, sia col variare il peso sostenuto dalla sospensione stessa, per mezzo di piccoli dischi di rame, di spessore e diametro diverso, i quali possono venire collocati a piacimento sul cilindro di rame Q.

« Vediamo ora in qual modo l'apparecchio possa servire a determinare l'energia che, in causa della rotazione del campo, si dissipa nel cilindro dielettrico. Scriviamo, a tal fine, l'equazione di equilibrio del cilindro mobile H. Dicendo M il momento della coppia deviatrice a cui, per la simmetria dell'apparecchio, si riducono tutte le forze elettriche deviatrici che agiscono su H, ed M′ il momento della coppia direttrice dovuta alla sospensione, si ha

$$M = M'.$$

« Ora, indicando con W il lavoro fatto dalle forze elettriche deviatrici nell'unità di tempo e con ω la velocità angolare del campo elettrico, si può scrivere

$$M = \frac{W}{\omega}.$$

Ed essendo

$$\omega = 2\pi n,$$

ove π rappresenta il rapporto della circonferenza al diametro ed n la frequenza della corrente alternativa adoperata nell'esperimento:

$$M = \frac{W}{2\pi n}.$$

D'altra parte

$$M' = k \text{ sen } \delta,$$

ove δ è la deviazione dell'equipaggio mobile e k la costante della sospensione bifilare. E per piccole deviazioni:

$$M' = k\delta.$$

Onde si ottiene

$$\frac{W}{2\pi n} = k\delta,$$

ossia, ponendo $2\pi n k = K$:

$$W = K\delta.$$

Il lavoro di cui si tratta è adunque proporzionale alla deviazione dell'equipaggio mobile.

« Ora, dicendo P il peso in grammi sostenuto dalla sospensione bifilare, l la lunghezza in centimetri della medesima, a e b rispettivamente la distanza in centimetri superiore ed inferiore fra i due fili costituenti la sospensione stessa, si ha

$$k = \frac{100.\, g.\, \mathrm{P}.\, a.\, b}{l},$$

ove con g si rappresenta l'accelerazione dovuta alla gravità, espressa in metri, per 1″. Onde

$$\mathrm{K} = \frac{200.\, \pi.\, n.\, g.\, \mathrm{P}.\, a.\, b}{l}.$$

Nota la deviazione δ si può quindi ricavare immediatamente il lavoro W espresso in erg:

$$\mathrm{W} = \frac{200.\, \pi.\, n.\, g.\, \mathrm{P}.\, a.\, b}{l}\, \delta.$$

« Nelle esperienze, di cui esporrò fra poco i risultati, che ho eseguite facendo uso dell'apparecchio ora descritto, il cilindro H era di ebanite, vuoto e chiuso, del peso di 6,990 grammi, dell'altezza di 24 mm. e del diametro esterno di 30 mm. Per ottenere le due differenze di potenziali alternative spostate nella loro fase di 90°, fra le due coppie di lastre L, racchiudenti lo spazio in cui si deve produrre il campo elettrico rotante, mi sono servito della disposizione descritta nella mia Nota sovracitata, disposizione colla quale quelle due differenze di potenziali si ricavano da un'unica differenza di potenziali alternativa esistente alle estremità della spirale secondaria di un grande rocchetto di Ruhmkorff, adoperato come semplice trasformatore, la cui spirale primaria è inserita nel circuito di una macchina a corrente alternativa. Un grande reostato serviva a modificare l'intensità della corrente nel circuito stesso, con che si faceva variare la differenza di potenziali alle estremità della spirale secondaria del trasformatore, e per conseguenza l'intensità del campo elettrico rotante.

« Ciò posto, poichè, com'è stato dimostrato, il lavoro W nel cilindro sospeso è proporzionale alla deviazione dell'equipaggio mobile, o, ciò che fa lo stesso, alla lettura d fatta col cannocchiale, e poichè il campo elettrico rotante, per il modo speciale con cui esso si produce, ha un'intensità costante F proporzionale alla differenza di potenziali alle estremità della spirale secondaria del rocchetto, e quindi alla differenza di potenziali efficace v alle estremità della spirale primaria del rocchetto stesso, basterà fare, per diversi valori di v, le corrispondenti letture d col cannocchiale. Per la misura della differenza di potenziali v serviva un voltometro di Cardew, preventivamente tarato, inserito sulla spirale secondaria di un trasformatore Zipernowsky, calcolato per un rapporto di trasformazione di 1 a 4, la spi-

rale primaria del quale era messa in parallelo tra i due morsetti primari del rocchetto di Ruhmkorff. Così operando, la lettura sul voltometro era, in ogni esperienza, uguale a quattro volte la differenza di potenziali v, onde si poteva avere, nelle indicazioni del voltometro, una precisione maggiore di quella che si sarebbe ottenuta adoperando lo strumento senza l'intermediario del trasformatore.

« Nelle prime colonne della seguente tabella sono indicati i risultati delle mie esperienze, eseguite con una corrente alternativa, avente una frequenza uguale a 40, fornita da una macchina Siemens a bassa tensione. Nella seconda colonna sono registrate le differenze di potenziali altenative efficaci v in volt, misurate per mezzo del voltometro di Cardew, e nella terza colonna le letture d in mm. fatte col cannocchiale.

N	v	d osservato	d calcolato	Δ	= %
1	5	18	18,81	— 0,81	— 4,5
2	6	26	25,20	+ 0,80	+ 3,1
3	7	33	32,29	+ 0,71	+ 2,2
4	8	41	40,01	+ 0,99	+ 2,4
5	9	49	48,33	+ 0,67	+ 1,4
6	10	57	57,29	— 0,29	— 0,5
7	11	65	66,68	— 1,68	— 2,6
8	12	74	76,75	— 2,75	— 3,7
9	13	86	87,36	— 1,36	— 1,6
10	14	96	98,34	— 2.34	— 2,4
11	15	107	109,88	— 2,88	— 2,7
12	16	120	121,88	— 1,88	— 1,6
13	17	138	134,19	+ 3,81	+ 2,8
14	18	158	147,19	+10,81	+ 6,8

« Per avere anche un'idea dei valori limiti dell'intensità F del campo elettrico rotante, fra cui ho sperimentato, basta osservare che essa è uguale all'intensità massima di ciascuno dei due campi elettrici alternativi componenti, e che questa si ottiene dividendo la differenza di potenziali massima fra due lastre opposte per la distanza fra le lastre stesse. E siccome il valore massimo di tale differenza di potenziali è uguale al valore efficace della differenza di potenziali medesima moltiplicato per $\sqrt{2}$, e quindi al valore efficace della differenza di potenziali esistente alle estremità della spirale secondaria del rocchetto di Ruhmkorff, così l'intensità del campo rotante si ottiene senz'altro dividendo quest'ultima differenza di potenziali efficace per la distanza fra le lastre. Per avere un valore approssimativo della differenza

di potenziali efficace fra le estremità della spirale secondaria del rocchetto, mi sono servito di un voltometro elettrostatico di Thomson. Questo strumento segnava nella prima esperienza 1200 e nell'ultima 4200 volt, che corrispondono rispettivamente a 4 e 14 unità elettrostatiche C. G. S.; la distanza fra le lastre era, come fu detto, 4,2 cm.: dunque l'intensità del campo elettrico rotante variò fra i limiti $\frac{4}{4,2}$ e $\frac{14}{4,2}$, ossia tra 0,95 e 3,33 unità elettrostatiche C. G. S.

« Se in un sistema di due assi coordinati ortogonali si portano come ascisse i valori di *log v* e come ordinate i valori di *log d*, ricavati dalla precedente tabella, si trovano punti, il luogo geometrico dei quali è, con sufficiente approssimazione, una linea retta. Ciò dimostra che i valori medesimi soddisfano ad una relazione della forma

$$d = hv^x,$$

ove h ed x sono costanti, e che per conseguenza, detta H un'altra costante, si può pure scrivere

$$W = H F^x.$$

Ponendo

$$\log d = \log h + x \log v,$$

e determinando i valori dei parametri *log h* ed x col metodo dei minimi quadrati, si trova

$$\log h = 0,1511, \text{ ossia } h = 1,416,$$
$$x = 1,607.$$

Quindi

$$d = 1,416\ v^{1,607}.$$

Con questa formola sono stati calcolati i valori di d, indicati nella quarta colonna della tabella. Le differenze Δ percentuali, registrate nell'ultima colonna della tabella stessa, non sono maggiori di quelle che presentano i valori calcolati per l'isteresi magnetica nel ferro dolce colla formola di Steinmetz (1).

« Risulta adunque che la relazione tra l'energia dissipata nell'ebanite e l'intensità del campo elettrico è della forma

$$W = HF^{1,6}.$$

In questa formola, analoga a quella con cui Steinmetz rappresenta il lavoro consumato per l'isteresi magnetica, l'esponente di F non è quello che si avrebbe se la coppia, che trascina il cilindro nella rotazione del campo, fosse dovuta a corpuscoli conduttori disseminati nel dielettrico. Quindi le esposte esperienze confermano l'idea che il fenomeno sia dovuto ad un'isteresi elettrostatica » (2).

(1) Elektrotechnische Zeitschrift, 6 febbraio 1891, p. 63. — *Einige Bemerkungen über Hysteresis.*

(2) A provare l'esistenza dell'isteresi elettrostatica concorre un recentissimo lavoro del sig. Janet (Comptes rendus, t. CXVI, 20 febbraio 1893, p. 373. — *Hystérésis et viscosité diélectrique du mica pour des oscillations rapides*).

Geologia. — *Notizie intorno alla natura del suolo di Roma.* Nota dell' ing. Enrico Clerici, presentata dal Corrispondente Fr. Bassani.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Paleontologia. — *Fossili nelle argille sabbiose postplioceniche della Basilicata* (1). Nota di Giuseppe de Lorenzo, presentata dal Corrispondente F. Bassani.

« Eduard Suess, pubblicando nel 1872 le prime impressioni del suo rapido viaggio geologico per la Calabria, scriveva: « Als ich in Begleitung des « prof. G. v. Rath im Crati-Thale oberhalb der Stätte der alten Sybaris an- « langte, da war es uns klar, dass die grosse weisse Kalkkette der Basilicata, « welche schneebedeckt vor uns sich aufthürmte, den Schichtenkopf der östlichen « Nebenzone darstelle (2) ». Le conoscenze, acquistatesi poco a poco su quella regione in quest'ultimo ventennio, hanno portato una valida conferma alle idee dell'illustre professore, mettendo in luce l'unilateralità perfetta di quel tratto della catena apenninica rappresentato dal gruppo del Dolcedorme e da quello del Sirino. Specialmente per quest'ultimo gruppo è chiara la asimmetria fra il breve versante occidentale e l'orientale estesissimo.

« A Maratea infatti le onde del Tirreno si frangono contro le alte e precipiti rupi di dolomia triasica, che, elevandosi rapidamente, passa ai calcari retici con megalodonti, a cui si sovrappongono poi le formazioni calcaree a brachiopodi del lias inferiore e medio. Le cime dei monti sono coronate da terreni cretacei: a Trecchina fra questi ultimi e il lias si inseriscono i lembi di calcare titoniano, che hanno fornito i begli avanzi di Ellipsactinidi, ultimamente studiati dal professor Canavari (3). Procedendo dal mare verso est, rimane press'a poco inalterata la successione dei terreni posteriori alla dolomia con *Turbo solitarius*, e nell'alto gruppo del Sirino, che segna lo spartiacque apenninico, compare sotto l'Hauptdolomit una pila potente di scisti silicei e di calcari ad Halobie, i quali rimontano fino alla zona del *Tra-*

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto geologico dell'Università di Napoli.

(2) E. Suess, *Ueber den Bau der italienischen Halbinsel* (Sitzb. d. Wien. Akad. d. Wissensch., Bd. LXV, I Abth., 1872).

(3) M. Canavari, *Idrozoi titoniani della regione mediterranea appartenenti alla famiglia delle Ellipsactinidi* (Mem. Com. geol. ital., vol. IV, 1893).

chyceras Aon, raggiungendo così il più basso limite di età, che si riscontri nei terreni di quella regione (1).

« Appena sul versante jonico si nota subito la mancanza di simmetria nella catena. La base del m. Alpi, a oriente del Sirino, è costituita dalla dolomia triasica superiore, coeva di quella del versante tirreno, ma su di essa incombe in fitti strati il calcare a nerinee, di età ancora non esattamente definita, che forma la gran massa del monte. Ai fianchi di questo si addossano gli scisti argillosi e le argille scagliose con intercalazione di calcari nummulitici, in mezzo a cui sorge il nodo intricato di rocce gabbriche, serpentinose e cristalline, al cui studio sta attendendo l'ingegnere Viola (2). Con il monte Alpi ai rudi monti calcarei succedono i colli del terziario antico, che si chiudono con le marne e le arenarie grigie del miocene medio, le quali poi si sviluppano largamente verso Stigliano e finiscono al nord con le molasse gialle di Pietrapertosa (3).

« Avanzandosi al mare, e allontanandosi quindi dall'asse apenninico, al miocene tengon dietro i dolci ondeggiamenti alla cui formazione pigliano parte i tufi calcarei, le argille azzurre, le argille sabbiose e le sabbie gialle, che dai confini della Calabria si estendono fino ai dintorni di Gravina in Puglia. Le argille azzurre rappresentano un membro elevatissimo del pliocene, ma le argille sabbiose e le sabbie gialle sovrastanti debbono, come or si vedrà, riferirsi al postpliocene tipico.

« Cito qui infatti varî fossili, raccolti dall'ing. G. B. Bruno e da lui donati al Museo geologico dell'Università di Napoli, provenienti dalle argille sabbiose di alcuni punti della Basilicata situati a sud del fiume Basento.

Senise

Anomia ephippium L.
Ostrea lamellosa Br.
Pecten Jacobaeus L. sp.
Pecten (Chlamys) opercularis L. sp.
Pecten (Chlamys) varius L. sp.
Arca mytiloides Br.
Arca diluvii Lmk.
Pinna Brocchii D'Orb.
Pectunculus pilosus L. sp.
Chama gryphoides L.
Cardium Deshayesi Payr.
Cardium hians Br.
Cardium tuberculatum L.
Cardium (Laevicardium) norvegicum Spengl.
Cytherea multilamella Lmk. sp.
Venus ovata Penn.
Dosinia exoleta L. sp.
Tellina (Eutellina) incarnata L.
Mactra subtruncata Montag.

(1) G. de Lorenzo, *Sul Trias dei dintorni di Lagonegro in Basilicata* (Atti Acc. scienze di Napoli, vol. V, serie 2ª, 1893).

(2) C. Viola, *Sulla regione dei gabbri e delle serpentine nell'alta valle del fiume Sinni in Basilicata* (Boll. Com. geol. ital. 1892).

(3) C. Viola, *Appunti geologici sulla regione miocenica di Stigliano* (Boll. Com. geol. ital. 1891).

Corbula gibba Ol.
Dentalium dentale L.
Natica (Nacca) millepunctata Lmk.
Natica (Neverita) Josephinia Risso
Chenopus pespelecani L. sp.
Nassa mutabilis L. sp.
Murex (Bolinus) brandaris L.
Ringicula buccinea Br. sp.
Ringicula conformis Monts.

Pisticci

Pecten Jacobaeus L. sp.
Pecten proteus Solander
Pecten (Chlamys) opercularis L. sp.
Cardium aculeatum L. sp.
Cardium mucronatum Poli
Cardium Deshayesi Payr.
Cardium tuberculatum L.
Cardium papillosum Poli sp.
Cardium (Laevicardium) norvegicum Spengl.
Venus gallina L.
Meretrix rudis Poli sp.
Meretrix Chione L. sp.
Dosinia exoleta L. sp.
Cyprina islandica L. sp.
Tapes sp.
Mactra subtruncata Montag.
Turritella communis Risso
Turritella triplicata Br. sp.
Turritella cfr. *bicarinata* Eichw.
Calyptraea chinensis L. sp.
Natica (Nacca) millepunctata Lmk.
Natica sordida Sw.
Nassa mutabilis L. sp.
Nassa limata Chemn. sp.
Pseudofusus rostratus Ol. sp.
Ringicula conformis Monts.

Montalbano jonico

Ostrea lamellosa Br.
Pecten (Chlamys) opercularis L. sp.
Arca diluvii Lmk.
Cardium Deshayesi Payr.
Dentalium Delesserti Chenu
Turritella communis Risso
Turritella triplicata Br. sp.
Natica (Nacca) millepunctata Lmk.
Chenopus pespelecani L. sp.
Nassa mutabilis L. sp.
Nassa limata Chemn. sp.
Nassa semistriata Br. sp.
Pseudofusus rostratus Ol. sp.

Nova Siri

Pectunculus violacescens Lmk.
Cytherea multilamella Lmk. sp.
Dentalium Delesserti Chenu
Turritella communis Risso
Turritella triplicata Br. sp.
Natica (Nacca) millepunctata Lmk.
Cerithium vulgatum Brug.
Chenopus pespelecani L. sp.
Nassa limata Chemn. sp.
Nassa semistriata Br. sp.

Rotondella

Anomia ephippium L.
Ostrea lamellosa Br.
Pecten Jacobaeus L. sp.
Arca diluvii Lmk.
Turritella communis Risso
Natica (Naticina) helicina Br. sp. ?
Chenopus pespelecani L. sp.
Euthria cornea L. sp.
Murex (Murichantha) trunculus L.

Anglona

Pecten septemradiatus Müll.
Pecten (Chlamys) opercularis L. sp.
Pecten (Chlamys) varius L. sp.

Arca diluvii Lmk.
Dentalium Delesserti Chenu
Turritella communis Risso
Turritella triplicata Br. sp.
Niso eburnea Risso.
Cytherea multilamella L. sp.
Nucula placentina Lmk.
Mactra subtruncata Montag.
Chenopus pespelecani L. sp.
Nassa mutabilis L. sp.

TURSI

Ditrupa incurva Ren. sp.
Pectunculus pilosus L. sp.
Pectunculus violacescens Lmk.

S. GIORGIO LUCANO

Serpula sp.
Anomia ephippium L.
Ostrea lamellosa Br.

« Come si vede, questa fauna delle argille sabbiose della Basilicata meridionale coincide perfettamente con quella delle argille sabbiose dei dintorni di Gravina e di Matera. E che tutta questa formazione litoranea sia assolutamente postpliocenica, risulta chiaramente dai lavori del dott. G. Di Stefano (1) e dagli studi ultimi del prof. C. De Stefani (2).

« Alle sabbie gialle succedono verso oriente dei conglomerati a grossi elementi, e infine il terreno alluvionale, trasportato dalle attuali fiumare, forma le vaste pianure malariche, che si perdono insensibilmente sotto le acque azzurre del mare Jonio ».

Geologia. — *Giacimenti elevati di Pliocene nella valle dell'Aniene* (3). Nota preliminare del dott. GIOACCHINO DE ANGELIS, presentata dal Socio STRUEVER.

« Nella decorsa estate rilevando geologicamente la carta topografica di Subiaco (del F. 151 della Carta d'Italia) rinvenni parecchie zone, di piccola estensione, di argilla azzurra del Pliocene della zona profonda. Tali lembi, per l'altissima elevazione cui si spingono, ci inducono a molte ed interessanti considerazioni intorno alle intense forze orogenetiche, che hanno subìto i primi contrafforti appenninici, e sopra la grandezza degli spostamenti positivi e negativi avvenuti nell'Italia centrale durante il periodo pliocenico.

(1) G. Di Stefano, *Osservazioni sul pliocene e sul postpliocene di Sciacca* (Boll. Com. geol. 1889) — G. Di Stefano e C. Viola, *L'età dei tufi calcarei di Matera e di Gravina e il sottopiano « Materino » M. E.* (Boll. Com. geol. 1892). Ringrazio qui caldamente il dottor G. Di Stefano per gli aiuti e i consigli di cui mi è stato largo in questa circostanza.

(2) C. De Stefani, *Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée* (Annales de la Soc. géol. Belg., t. XVIII, Mémoires, 1891).

(3) Lavoro eseguito nel Museo Geologico della R. Università di Roma.

« Mentre mi studio di raccogliere il maggior materiale fossile possibile a giustificazione della determinazione cronologica, stimo che non saranno prive d'interesse quelle notizie geologiche, intorno a tali depositi, che ho rilevato a primo esame.

« L'argilla è azzurra, molto ricca di calcare, ci offre alcune volte una frattura schiettamente concoide, altra schistosa: quella di alcune località non si spappola interamente nell'acqua.

« Racchiude una enorme quantità di foraminiferi, il più delle volte ben conservati, fra i quali predomina l'*Orbulina universa* d'Orb. Gli altri fossili marini sono sempre profondamente calcificati e numericamente limitati. Solamente i Pteropodi paiono più abbondanti e meglio conservati.

« La natura litologica del materiale, la posizione stratigrafica, i fossili che finora ho potuto riscontrare mi permettono di sincronizzare l'argilla dei giacimenti rinvenuti con quella (argilla a Pteropodi) del Monte Vaticano (Roma), lontano circa Km. 50.

« Ecco le principali località delle placche di argilla pliocenica, non facendo motto di quelle limitatissime, per le quali si potrebbe giustamente nutrire il dubbio intorno alla loro posizione.

« Nella valle del Fosso Carpine, scavata fra il Monte Scalambra e Monte Altuino, a monte d'Affile, nella località Fontanile, si osserva un piccolo lembo di argilla pliocenica, che raggiunge l'elevazione di m. 740 sul livello del mare.

« Sopra S. Erasmo, località Le Chiuse (Affile), lungo la via che mena d'Affile a Roiate si distende una piccola e sottile zona di argilla bleuastra (560 m.), che si protende anco dall'altra parte della carrozzabile che da Subiaco conduce ad Olevano.

« Un bacino della stessa argilla riempie la vallecola che s'apre fra il calcare del Monte Affilano e l'arenaria delle Fratte d'Affile. Il Fosso del Bagno si scava entro tale materiale il suo letto, permettendoci di osservare la stratificazione *di molto* inclinata verso SW. La potenza visibile raggiunge i 12 m. La massima elevazione locale dell'argilla è di m. 508 circa. Abbondanti sono i fossili, ma pessimamente conservati: Pteropodi, *Vaginella*, *Cuvieria*: Radioli di Echinidi: Foraminiferi moltissimi, predominanti i generi *Globigerina* ed *Orbulina*.

« Il dott. Seghetti (ottobre 1877) donò al R. Museo Geologico dell'Università di Roma tre piccoli frammenti di argilla raccolti nel Sobborgo S. Martino, presso Subiaco, fornace Gori. I campioni portano ciascuno un pessimo modello interno di conchiglia: *Mytilus* o *Modiola*, *Tellina*, *Cleodora* (cfr. *pyramidata* Lin.). Non si è mai fatto parola, per quanto sappia, di tale giacimento che, del resto, raggiunge appena i 450 m. di elevazione.

« L'argilla riposa sopra l'arenaria, non manca un velo sottile sopra il calcare molto più antico, che costituisce la sponda sinistra del fosso che

scende dal convento dei Cappuccini all'Aniene. Fino ad ora ho potuto osservare i seguenti fossili; son certo che l'elenco in seguito sarà di molto accresciuto, specialmente per i foraminiferi.

Cleodora pyramidata Lin.
Balantium Riccioli Calandrelli.
Vaginella sp.
Cuvieria sp.
Mytilus o *Modiola* sp.
Tellina (cfr. *elliptica* Brocchi)
Echinoidea (radioli)
Haplophragmium globigeriniforme Parker et Jones.
Globigerina bulloides d'Orb.
" " v. *tribolata* Reuss.
" *bilobata* d'Orb.
" *helicina* d'Orb.
" *conglobata* Brady.
" *digitata* Brady.
Orbulina universa d'Orb.
" *porosa* Terquem.
Discorbina globularis d'Orb.
" *turbo* d'Orb.
" *arcuata* Reuss.
Truncatulina humilis Brady.
Pulvinulina Soldanii d'Orb.
" *Canariensis* d'Orb.
Rotalia Beccarii Limnaeus.
Amphistegina rugosa d'Orb.
Fucoidi.

« In quel di Canterano si osservano piccolissime placche della stessa argilla, ricca di foraminiferi e con ostracodi marini. Le due più estese, sempre però piccolissime, sono nelle località: La Mola (m. 390), Capo la Valle (m. 420).

« Alquanto più vaste sono due zone nel territorio di Rocca Canterano, sotto il picco di S. Michele, località Fonte Vasta (m. 650).

« Una lunga benda della stessa formazione si diparte dalla profonda vallecola che divide il Monte Roffo dal Monte Mandrini (m. 840), s'allarga poi presso il Fonte del Merro (m. 800) (Marano Equo) e ricompare alla Forca Travella (m. 980), per raggiungere la sommità della valle (**m. 1050**); donde discende interrottamente lungo tutta la valle Frigida, tra Costasole e Monte Cerasolo, nel bacino del fosso Empiglione. L'argilla, non mostrando chiaramente la stratificazione, nasconde la sua potenza che, per la differenza di altitudine in punti così vicini, la si deve congetturare considerevole. Tra i

fossili ho notato: Pteropodi, *Vaginella, Cuvieria*: Foraminiferi abbondanti, specialmente le forme dei generi *Globigerina, Orbulina*, vi sono rappresentanti dei generi *Nonionina, Miliolina, Truncatulina*.

« Anche nella valle del fosso Empiglione si osservano piccole zolle della stessa argilla; ma sempre poco elevate, come in quel di Cerneto Laziale e Sambuci.

« Nell'attiguo bacino del Sacco i giacimenti di argilla pliocenica toccano considerevoli altitudini.

« Le argille in parola riposano alcune volte sopra il calcare riferito al Cretaceo, altra sopra l'arenaria miocenica od oligocenica; frequentemente sopra il limite dell'una e dell'altra formazione.

« La relazione degli strati è sempre discordante.

« Sopra le argille generalmente si adagia lo strato di *humus*, solamente presso Subiaco, non parlando ora che dell'alta valle dell'Aniene, pare che sopra ad esse si distenda una formazione ancora pliocenica, ma di mare meno profondo, ciò che accennerebbe ad uno spostamento negativo della regione durante il periodo pliocenico ».

« Dopo quanto ho esposto, credo che non riusciranno infruttuose le ricerche intorno al Pliocene, a simili elevazioni, negli altri contrafforti dell'Appennino centrale ».

Chimica-fisica. — *Influenza degli alogeni sul valore ottico dei doppi legami* [1]. Nota di G. Carrara presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« L'indirizzo attuale negli studi sul potere rifrangente delle sostanze organiche e inorganiche è assai diverso da quello di prima. Invece di cercare di stabilire delle leggi generalissime, che avevano per base l'ipotesi che la rifrazione dovesse essere una proprietà principalmente additiva, e di affannarsi a calcolare i valori delle rifrazioni atomiche, si preferisce oggi di ricercare e di seguire colla massima cura le eccezioni alle regole sommatorie del Gladstone, del Landolt e del Brühl che pur si verificano per serie intere di sostanze: in tal modo la scienza si è arricchita di preziosi metodi diagnostici per decidere sulla costituzione delle combinazioni organiche in casi in cui i soli criteri chimici erano insufficienti: mi basterà citare la distinzione ottica tra i composti propenil e allilbenzolici che si deve alle ricerche del Gladstone, del Nasini e dell'Eykman. Aggiungasi poi che, sviluppandosi da un lato la teoria della luce e dall'altro facendosi sempre maggiore il materiale esperimentale raccolto e studiato in questo indirizzo, sarà possibile di acquistare un'idea più

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

chiara di quella che si abbia attualmente sulla natura dei legami che uniscono gli atomi fra di loro.

« Le eccezioni principali alle regole sommatorie sono, come è noto, quelle che riguardano i composti non saturi: il Brühl potè fare sparire molte di queste eccezioni ammettendo che ogni doppio legame introducesse un aumento costante nella rifrazione molecolare: ma anche l'ipotesi del Brühl, nella sua forma più semplice, si mostrò insufficiente, e numerosissimi sono i composti in cui il potere rifrangante molecolare trovato è maggiore di quello calcolato anche tenendo conto dei doppi legami. Non mancano però esempi, sebbene assai meno numerosi, in cui le eccezioni, se così possono chiamarsi, si manifestano in senso inverso; cioè il potere rifrangente di corpi contenenti legami oleffinici è minore notevolmente di quello che si calcola colle costanti del Gladstone, del Landolt e del Brühl. Le più notevoli che io abbia trovate nella letteratura (1) sono quelle che si riferiscono a composti alogenati della serie dell'etilene e principalmente quelle presentate dal bibromuro d'acetilene CHBr=CHBr, dal tribromoetilene CHBr=CBr_2, dal percloroetilene CCl_2=CCl_2. Il primo di questi composti fu studiato dal Gladstone (2) rispetto alla riga A dello spettro solare e dal Weegmann (3) rispetto alla riga α dell'idrogeno; il secondo dal Weegmann ed il terzo dal Gladstone e dal Brühl: ecco i resultati delle loro esperienze: R″ significa il potere rifrangente molecolare calcolato nell'ipotesi che ci sia nella molecola un legame oleffinico, R nell'ipotesi che non ci sia:

		$P\frac{\mu_A - 1}{d}$	R″n	Differenza	Rn	Differenza
Bibromoacetilene CHBr=CHBr	(Gladstone)	43,95	45,20	—1,25	43,00	+0,95
		$P\frac{\mu_{H\alpha} - 1}{d}$				
" "	(Weegmann)	44,98	45,66	—0,68	43,36	+1,62
		$P\frac{\mu_A^2 - 1}{(\mu_{H+2}^2)\, d}$	R″n^2	Differenza	Rn^2	Differenza
" "	(Gladstone)	25,59	26,48	—0,89	24,70	+0,89
		$P\frac{\mu_{A\alpha}^2 - 1}{(\mu_{H\alpha}^2 + 2)d}$				
" "	(Weegmann)	26,14	26,48	—0,34	24,70	+1,44

(1) Vedere anche il lavoro di Bischoff e Walden *Ueber die physikalischen Constanten der substituirten Aethenyltricarbonsäure.* Berl. Ber. T. XXIII, pag. 660. Anno 1890.

(2) I. H. Gladstone, *Molecular Refraction and Dispersion of various Substances.* Journ. Chem. Soc. vol. LIX, pag. 290. Anno 1891.

(3) R. Weegmann, *Molekularrefraktion gebromter Aethane und Aethylene und über den gegenwärtigen Stand der Landolt Brühlschen Theorie.* Zeitsch. für physikalische Chemie, t. II, pag. 218 e 257. Anno 1888.

	$P\frac{\mu_{H\alpha}-1}{d}$	$R''n$	Differenza	Rn	Differenza
Tribromoetilene $CHBr{=}CBr_2$ (Weegmann)	58,60	59,74	—1,14	57,44	+1,16

	$P\frac{\mu^2_{H\alpha}-1}{(\mu^2_{H\alpha}+2)d}$	$R''n^2$	Differenza	Rn^2	Differenza
„ „ „	33,47	34,27	—0,80	32,49	+0,98

« Per il percloroetilene il potere rifrangente molecolare trovato per la riga A dello spettro solare e per la formula n è, secondo il Gladstone, 51,20, mentre quello da lui calcolato è 52,20: ci sarebbe la differenza di una unità; secondo il Brühl per la riga H_α e per la formula n 51,40 è la rifrazione molecolare trovata e 51,60 quella calcolata; per la formula n^2 mentre il valore trovato è 30,00 quello calcolato è 30,82 (differenza —0,82).

« Si potrebbe supporre che queste anomalie fossero causate dallo accumulamento dell'alogeno nella molecola, ma ciò non sembra probabile: infatti l'accumularsi dell'alogeno nella molecola o non ha nessuna influenza, come lo vediamo nella maggior parte dei composti saturi, oppure in alcuni casi sembra portare con sè un aumento nel potere rifrangente: così nel joduro di metilene $CH_2 I_2$ esaminato dal Perkin (1) pel quale si ha il potere rifrangente di 59,11 (riga H_α formula n) e di 32,23 (formula n^n) mentre i valori calcolati sono 57,4 e 32,54.

« Io supposi che le anomalie dipendessero dal fatto che in questi composti l'alogeno è attaccato ad atomi di carbonio doppiamento legati: per decidere la questione, pensai di esaminare prima di tutto uno dei composti più semplici di questa specie, cioè un composto in cui non vi fosse nè accumulamento di alogeno, nè di carbonio, giacchè come è noto, l'accumularsi del carbonio nella molecola, anche nella serie grassa satura, porta con sè un aumento, per quanto piccolo, nel potere rifrangente molecolare. Scelsi il bromuro di vinile che preparai secondo le prescrizioni del Glöckner (2), cioè facendo agire la potassa alcoolica sul bromuro di etilene. È un liquido incoloro, di odore grato che bolle a 16°. Feci una determinazione della densità di vapore ed ebbi i seguenti resultati:

$p = 0{,}1174$; $V = 24{,}5$ c. c., $t = 3$; $B = 753$ mm.

	trovato	calcolato per C_2H_3Br
D	3,59	3,70

Le osservazioni ottiche rispetto alle righe H_α D H_β e H_γ le feci per mezzo di un eccellente spettrometro di Hildebrand, di proprietà del Prof. Nasini, che

(1) Perkin, *On the refractive Power of certain organic Compounds at different temperatures.* Journ. Chem. Soc. Anno 1892, pag. 287.

(2) Liebig's Annalen. Suppl. VII, pag. 109.

permette l'approssimazione di 5″: il peso specifico si riferisce all'acqua a 4° e le pesate furono ridotte al vuoto.

« Ecco i resultati ottenuti alla temperatura di 4°:

$d_4^4 = 1{,}56558$; $\mu_{H\alpha} = 1{,}44276$; $\mu_D = 1{,}44622$; $\mu_{H\beta} = 1{,}45496$; $\mu_{H\gamma} = 1{,}46251$.

$$\frac{\mu_{H\alpha} - 1}{d} = 0{,}28281\,;\quad \frac{\mu^2_{H\alpha} - 1}{(\mu^2_{H\alpha}+2)\,d} = 0{,}16926\,;\quad \frac{\mu_{H\gamma} - \mu_{H\alpha}}{d} = 0{,}01269$$

$$P\frac{\mu_{H\alpha} - 1}{d} = 30{,}26;\ R''n = 31{,}60\ (\text{Differ.} -1{,}34);\ Rn = 29{,}20\ (\text{Differ.} +1{,}06)$$

$$P\frac{\mu^2_{H\alpha} - 1}{(\mu^2_{H\alpha}+2)\,d} = 18{,}10;\ R''n^2 = 18{,}81\ (\text{Differ.} -0{,}76);\ Rn^2 = 17{,}03\ (\text{Differ.}\ 1{,}07).$$

Come si vede l'anomalia, fortissima per la formula n, esiste anche in modo non dubbio per la formula n^2.

« Esaminai poi il β-bromopropilene o iso-α-bromopropilene

$$CH_3 - CH = CHBr$$

in cui pure l'alogeno è unito al carbonio oleffinico, per vedere se presentava la stessa anomalia e per confrontarlo col bromuro d'allile $CH_2Br . CH = CH_2$ già studiato dal Brühl (1).

« Questo composto che il Reboul chiamò β-bromopropilene, ma che si deve chiamare col Beilstein iso-α-bromopropilene

$$\begin{array}{ll} CH_3 & CH \\ & \| \\ H & CBr \end{array}$$

lo preparai secondo le prescrizioni del Reboul stesso cioè facendo agire sul bromuro di propilene ordinario la potassa alcoolica (2). In questo modo si forma principalmente una mescolanza del β-bromopropilene e del composto in questione, che non si possono separare per distillazione frazionata: trattando con acido bromidrico concentrato questo miscuglio, il β-bromopropilene (che bolle a 47°-48°) si trasforma in composti bibromurati che bollono a elevata temperatura, mentre l'iso-α-bromopropilene resta inalterato per la massima parte e si può facilmente separare. Bolliva a 60°. Una determinazione della densità del vapore dette i seguenti resultati:

$p = 0{,}1052$; $V = 18{,}8$ c. c.; $t = 10°$; $B = 761{,}3$ mm.

	trovata	calcolata per C_5H_5Br
D =	4,21	4,19

(1) Brühl., *Untersuchungen über die Molekularrefratcion organischer flüssiger Körper von grossen Farbenzerstreuungsvermögen.* Liebig's Annalen. t. CCXXXV, pag. 1. Anno 1886.

(2) Reboul, *Récherches sur l'isomérie dans la série du propylène.* Annales de Chimie et de Physique 5ᵉ, XIV, pag. 474. Anno 1878.

Ecco i resultati delle esperienze sul potere rifrangente:

$d_4^{14.6}$=1,43227; μ_{H_α}=1,45189; μ_D=1,45536; μ_{H_β}=1,46374; μ_{H_γ}=1,47082.

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0{,}31551\,;\ \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}=0{,}18863\,;\ \frac{\mu_{H_\gamma}-\mu_{H_\alpha}}{d}=0{,}01321$$

$$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=38{,}18\,;\ R''n=39{,}20\ (\text{Differ.}\ -1{,}03)\,;\ Rn=36{,}8\ (\text{Differ.}\ +1{,}37)$$

$$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}=22{,}82;\ R''n^2=23{,}37\ (\text{Differ.}\ -0{,}55);\ Rn^2=21{,}59\ (\text{Differ.}\ +1{,}2).$$

Le stesse anomalie che pel bromuro di vinile: al solito per la formula n^2 le differenze sono meno forti; ma ciò è più apparente che reale visto la differenza che c'è nei valori relativi alle due formule.

« Perchè appaia più evidente l'influenza che il bromo attaccato al carbonio non saturo esercita sul potere rifrangente, confronteremo i dati che si riferiscono all'iso-α-bromopropilene con quelli relativi al bromuro d'allile, studiato, come ho già detto, dal Brühl:

	t	d^t_4	μ_{H_α}	μ_D	μ_{H_β}	μ_{H_γ}	$\frac{\mu_{H_\gamma}-\mu_{H_\alpha}}{d}$
Bromuro d'allile $CH_2=CH.CH_2Br$	20°	1,3980	1,46166	1,46545	1,47486	1,48297	0,01524
Iso-α-bromopropilene $CH_3.CH=CHBr$	14,6°	1,43227	1,45189	1,45536	1,46374	1,47082	0,01321

	$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}$	$P\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}$	$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}$	$P\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)\,d}$
Bromuro d'allile $CH_2=CH.CH_2Br$	0,3302	39,96	0,1965	23,78
Iso-α-bromopropilene $CH_3.CH=CHBr$	0,3155	38,18	0,1886	22,82

« Mi astengo per ora dal fare delle ipotesi a proposito di questa non dubbia influenza che il bromo e probabilmente gli alogeni tutti esercitano sul valore ottico del doppio legame: potrebbe darsi che, nel modo stesso che l'unirsi direttamente fra loro di atomi di carbonio o in generale di gruppi aventi già un'elevata rifrazione produce un esaltamento nel potere rifrangente, così l'unione al carbonio non saturo degli alogeni che hanno piccola rifrazione specifica fosse causa di diminuzione: se poi l'alogeno si accumula nella molecola allora anche il fatto contrario ha luogo e ci può essere compenso, come sembra sia avvenuto (almeno per la formula n) per il percloroetilene. Forse in relazione col fatto da me scoperto c'è quello da molto tempo conosciuto che i derivati alogenati del benzolo hanno un potere rifrangente assai piccolo: ma l'analogia si forma qui perchè il benzolo ha pure un potere rifrangente poco elevato (in esso il valore del doppio legame è appena 2,07 (n) e 1,43 (n^2)), mentre l'etilene liquido, secondo le recenti esperienze dei prof. Liveing e Dewar [1] e in opposizione a quelle del Bleeckrode, va perfettamente d'accordo

[1] Philosophical Magazine. Agosto 1892.

colle regole del Brühl: anche la bromo naftalina ha un potere rifrangente minore di quello degli altri derivati naftalici. Un fatto analogo dove però il gruppo sostituente ha un elevato potere rifrangente sarebbe quello dello stirolo $CH_2 = CH. C_6 H_5$, il quale ha un potere rifrangente assai minore di quello degli altri composti propenilbenzolici piu complicati: onde parrebbe piuttosto che, oltre l'influenza non dubbia della posizione dell'alogeno o del gruppo sostituente rispetto all'atomo di carbonio non saturo, vi fosse anche quella della semplicità del composto: l'accumularsi del carbonio nella molecola che di per se è sempre causa di aumento nella rifrazione, compenserebbe la diminuzione che porta con se l'alogeno. È anche probabile, sebbene non sia prudenza di trasportare ad una serie le considerazioni che valgono per un'altra, che nella serie aromatica i derivati alogenati contenenti l'alogeno nel nucleo abbiano un potere rifrangente e dispersivo minore dei composti isomeri che lo contengono nella catena laterale: queste esperienze mi propongo di fare al più presto. Alcune osservazioni del Gladstone (1) mostrerebbero che realmente il cloruro di benzile $C_6 H_5 . CH_2 Cl$ ha un potere rifrangente un poco più elevato (61.02) del clorotoluolo (60.81): ma la questione mi sembra che debba essere ancora studiata. Sono di opinione che il fatto da me scoperto potrà in alcuni casi utilmente applicarsi alla determinazione del posto degli alogeni nella molecola delle combinazioni non sature ».

Chimica fisica. — *Sul volume molecolare di alcune combinazioni del boro.* Nota del dott. A. Ghira, presentata dal Corrispondente R. Nasini (2).

« È noto che il volume molecolare dei liquidi si suole determinare alla temperatura di ebullizione, temperatura proposta dal Kopp, oltre che per ragioni teoriche, principalmente perchè a questa temperatura si manifestano od appaiono più evidenti certe regolarità nelle differenze dei volumi molecolari, corrispondenti a regolari differenze nella composizione: questa ripeto è la principale ragione che fece adottare per i confronti la temperatura di ebullizione sotto la pressione ordinaria giacchè le altre che si adducono che cioè i liquidi in quelle condizioni sono paragonabili perchè uguale è la tensione del loro vapore e perchè sono vicinissimi a prendere lo stato gassoso non hanno grande valore: talvolta accade ad esempio che esaminando i volumi molecolari sempre al punto di ebullizione per una uguale pressione, ma differente da 760 mm. non si manifestano più o si manifestano diversamente alcune regolarità. Si ammette che i confronti non possano farsi con

(1) Gladstone, *Refraction Equivalents of organic Compounds.* Journ. Chem. Soc. Vol. XLV, pag. 241, anno 1884.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

piena sicurezza che alla temperatura critica o a gradi critici uguali, la qual cosa, data l'incertezza attuale sui valori veri delle temperature critiche, presenta esperimentalmente assai difficoltà. Il prof. Horstmann [1] propose di fare le comparazioni, invece che alla temperatura di ebullizione, ad una uguale temperatura e precisamente alla temperatura di 0°, dal momento che nessuna ragione teorica vi è per scegliere la temperatura di ebullizione e che, d'altra parte, certe regolarità si manifestano assai meglio a 0° che non al punto di ebullizione. Così il prof. Horstmann dimostrò che alcuni isomeri, che al punto di ebullizione avevano volume molecolare differente, lo avevano uguale a 0°: che mentre il volume molecolare degli eteri risultanti dagli acidi $C_nH_{2n}O_2$ e degli alcool $C_nH_{2n+2}O$ differisce dalla somma dei volumi dell'acido e dell'alcool per quantità che oscillano tra $+20.9$ e -16.6 al punto di ebullizione; invece a 0° la differenza è costante; oscilla appena tra 16.5 e 18.8, ed è sensibilmente uguale al volume molecolare dell'acqua a $0° = 18$.

« Ho avuto occasione di determinare il peso specifico a 0° di alcuni composti del boro e precisamente del cloruro e del bromuro di boro e degli eteri trietil, triisobutil, triisoamil e triallilborico ed ho scoperto una regolarità che mi sembra interessante nei volumi molecolari a 0° degli eteri borici. La descrizione dei composti da me studiati si trova in altra mia Nota [2] alla quale rimando. Il peso specifico l'ho determinato, tutte le volte che mi è stato possibile, sopra quantità notevoli di sostanza adoperando picnometri a collo strettissimo: esso si riferisce all'acqua a 4° e le pesate sono state ridotte al vuoto: la formula che mi ha servito pel calcolo è quella solita.

$$d^t_4 = \frac{P}{W}(Q - \lambda) + \lambda$$

dove P è il peso del liquido, W quello dell'acqua alla stessa temperatura, Q il peso specifico dell'acqua a t e λ la densità media dell'aria $= 0.00119$.

« Ecco i risultati delle mie esperienze:

Nome delle sostanze e formola	Peso molecolare	d^0_4	Volume molec. a 0°
Cloruro di boro BCl_3	117.5	1.43386	81.94
Bromuro di boro BBr_3.	251	2.64985	94.72
Etere trietilborico $B(OC_2H_5)_3$. . .	146	0.88633	164.72
Etere triisobutilborico $B(OC_4H_9)_3$	230	0.86437	266.09
Etere triisoamilborico $B(OC_5H_{11})_3$	272	0.87112	312.24
Etere triallilborico $B(OC_3H_5)_3$ . .	182	0.94209	193.19

[1] Horstmann, *Ueber die Vergleichbarkeit flüssiger Verbindungen in Bezug auf ihr Volum bei den Siedepunkten und bei anderen Temperaturen.* Berl. Ber., t. XIX, pag. 1579. anno 1886.

[2] A. Ghira, *Sulla rifrazione atomica del boro.* Rend. R. Acc. dei Lincei. Classe di scienze fisiche ecc. Vol. II, 1° semestre, pag. 312, anno 1893.

« Confrontando i volumi molecolari del bromuro e del cloruro di boro si trova che la differenza è di 12.78: in casi analoghi si hanno differenze assai differenti fra tre atomi di bromo e tre di cloro: così confrontando i volumi molecolari a 0° del tribromuro e del tricloruro di fosforo si ha invece la differenza di 7,45 (1): è evidente l'influenza della costituzione su questa proprietà fisica. Confrontando l'etere triisoamil con l'etere triisobutilborico si troverebbe per CH_2 il valore 15.38; confrontando l'etere triisobutil coll'etere trietilborico il valore 16.89 e finalmente confrontando l'etere triisoamil col trietilborico il numero 16.39: il prof. Horstmann aveva già trovato che la differenza nei volumi molecolari alla temperatura di 0° per ogni CH_2 oscilla in vicinanza del numero 16: nel caso dei tre eteri i valori sono un pò diversi fra loro come del resto sono differenti quelli che si riferiscono ai rispettivi alcool.

« Ma un altro processo di calcolo, che corrisponde esattamente al modo di formazione degli eteri, ci fa scoprire una relazione della più grande semplicità, analoga a quella trovata dal prof. Horstmann per gli eteri ed altrettanto esatta, ma più interessante forse perchè si riferisce all'anidride borica solida. Gli eteri borici si formano (due molecole) per l'unione di una molecola di anidride borica con sei molecole di un alcool per eliminazione di tre molecole d'acqua. Io volli esaminare se, sommando il volume molecolare dell'anidride borica con quello di sei molecole dell'alcool e sottraendo poi il volume di tre molecole di acqua, si aveva il doppio del volume molecolare dell'etere borico corrispondente. Il volume molecolare dell'anidride borica si può dedurre dalle esperienze di P. P. Bedson e W. Carleton Williams (1), i quali trovarono pel suo peso specifico il numero 1.850, in media, alla temperatura di circa 15° e che, senza errore notevole, possiamo supporre sensibilmente uguale alla temperatura di 0°: il volume molecolare dell'anidride borica sarebbe quindi 37.84; il volume molecolare dell'acqua a 0° è 18 secondo il prof. Horstmann: i volumi molecolari dei diversi alcool a 0° sarebbero i seguenti che ho calcolato in base ai pesi specifici più sicuri riportati all'acqua a 4°.

Alcool etilico	57.1	(Lossen-Zander, *Untersuchungen über die spec. Volumina flüssiger Verbindungen*, Liebig's Annalen, t. CCXXIV, pag. 85, anno 1884).
Alcool isobutilico	90.69	(Lossen, Ibidem).

(1) Thorpe, *On the Relation between the Molecular Weights of Substances and their specific Gravities when in the liquid state.* Journ, Chem. Soc. Vol. XXXVII, pag. 333, anno 1880.

(2) P. P. Bedson und W. Carleton Williams, *Ueber die Bestimmung des specifischen Brechungsvermögens fester Körper in ihren Lösungen.* Berl. Ber. XIV, pag. 2549, anno 1881.

Alcool isoamilico 106.69 (Kopp, Liebig's Annalen. XCIV, pag. 289; Lossen, loco citato).

Alcool allilico 66.68 (Thorpe. Journ. Chem. Soc., t. XXXVII, pag. 211, anno 1880).

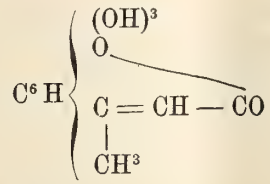
« Di qui si dedurrebbe:

Nome delle sostanze e formula	Volume molec. a 0° trovato	Volume molecol. a 0° calcolato (Vol. B_2O_3 + 6 vol. alcool — vol. acqua) / 2	Differenza tra la somma del volume di B_2O_3 e di 6 volumi di alcool ed il volume molecolare trovato
Etere trietilborico $B(C_2H_5O)_3$ . . .	164.72	$\frac{1}{2}(37.84+342.60-54)=163.22$	380.44—329.44=51 (17×3)
Etere triisobutilborico $B(C_4H_9O)_3$	266.09	$\frac{1}{2}(37.84+544.14-54)=264.00$	581.98—532.18=49.8 (16.6×3)
Etere triisoamilborico $B(C_5H_{11}O)_3$	312.24	$\frac{1}{2}(37.84+640.14-54)=311.94$	677.98—624.48=53.5 (17.83×3)
Etere triallilborico $B(C_3H_5O)_3$ . .	193.19	$\frac{1}{2}(37.84+400.08-54)=191.96$	437.92—386.38=51.54 (17.18×3)

« L'accordo tra i valori calcolati e i trovati si può considerare come pienamente soddisfacente: il valore che si dedurrebbe per l'acqua oscilla tra 16.6 e 17.83: il prof. Horstmann trovò, per gli eteri, che oscillava tra 16.5, 18.8 Un simile calcolo dà valori abbastanza approssimati pel cloruro di boro (84 in luogo di 81.94); valori che non concordano affatto pel bromuro (circa 80 invece di 94,72) ».

Chimica. — *Intorno ad un isomero della Frassetina e derivati di esso* (1). Nota II. del dott. Pietro Biginelli, presentata a nome del Socio Koerner (2).

β-metiltriossicumarina.



« Scaldando la β-metil-trimetossilcumarina con un leggiero eccesso di acido iodidrico di 127° p. e., si produce ben presto joduro metilico che distilla, mentre dalla miscela si separa una sostanza solida cristallina giallognola. Dopo cessato lo sviluppo di joduro metilico si diluisce la miscela

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica organica della R. Scuola superiore di Agricoltura in Milano.

(2) V. p. 307.

residuante nel pallone con acqua bollita, si raccoglie la sostanza solida su filtro, si lava con acqua bollita evitando per quanto è possibile il contatto coll'aria la quale rapidamente fa imbrunire la sostanza allo stato umido. Ripetute cristallizzazioni dall'alcool bollente forniscono la sostanza pura sotto forma di minutissime pagliette quasi bianche e lucenti che fondono fra 244° e 246°.

« All'aria si colorano lentamente in grigio.

« Onde dimostrare che questo composto sia effettivamente la cumarina cercata e non un prodotto di scomposizione di essa, l'ho sottoposto di nuovo alla metilazione. Trattandolo, dopo sciolto nella quantità voluta di potassa metilalcoolica, con joduro di metile, ottenni di fatto il composto della β-metil-trimetossiculmarina con joduro potassico, con tutte le proprietà per questo già indicate.

« Se nella preparazione della β-metil-trimetossilcumarina si impiega grande eccesso di un acido jodidrico più concentrato, oltre il joduro di metile si produce anche anidride carbonica, e risulta un altro composto, che dopo purificato per ripetute cristallizzazioni dall'alcool, si ottiene sotto forma di cristalli tabulari splendenti colorati leggermente in bruno. Praticamente operai con gr. 6 di β-metiltriossicumarina e gr. 25-30 di acido jodidrico di 1,96 p. sp., fatti bollire e ricadere per otto ore circa a bagno d'olio.

« Dalla benzina il composto si deposita in pagliette bianche.

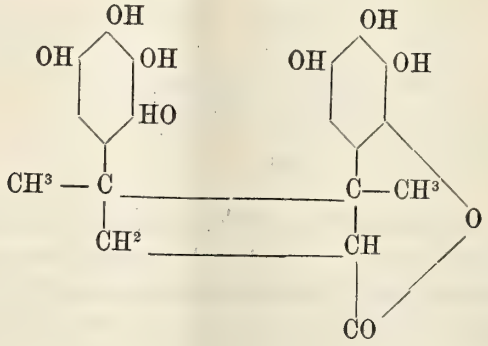
« I cristalli fusero a 253°-254° e diedero all'analisi i seguenti risultati:

gr. 0,2514 diedero CO^2 gr. 0,5388 H^2O gr. 0,1082

da cui si calcola:

	trovato	Calcolato per $C^{19}H^{18}O^9$
C %	58,41	58,46
H %	4,78	4,62

« A tale composto spetta probabilmente la seguente formola di costituzione:



« Il prof. Sansoni ha fatto eseguire lo studio cristallografico di questo prodotto e mi comunicò i seguenti dati:

« Sistema triclino

$$\alpha = 95^\circ\ 13' \qquad \beta = 107{,}14 \qquad \gamma = 101{,}41$$
$$a:b:c = 0{,}483:1:0{,}622$$

forme osservate:

$$\{100\} \quad \{001\} \quad \{010\} \quad \{111\} \quad \{1\bar{1}0\}$$

Trasformazione della β-metil-triossimetil-cumarina nei corrispondenti acidi cumarici.

Eteri metilici degli acidi β-metil-tetraossimetil-cinnamici.

$$C^6H \left| \begin{array}{l} (OCH^3)^4 \\ C = CH - CO^2\,CH^3 \\ | \\ CH^3 \end{array} \right.$$

« Operando colle proporzioni volute dal processo di formazione di questi eteri, cioè impiegando per una molecola di β-metil-triossimetilcumarina, due molecole di potassa e due molecole di joduro di metile, anche in tubo chiuso sia a freddo che riscaldando fra 90°-100°, si ottenne sempre il composto contenente joduro di potassio, di cui si è già parlato avanti, misto a sostanza inalterata.

« Si è voluto aver riguardo alla doppia legatura della catena laterale e quindi operare nello stesso modo, ma alterando le proporzioni e precisamente per una molecola di β-metil-triossimetil cumarina usare tre molecole di potassa sciolta in alcool metilico e tre molecole di joduro di metile. In questo modo si ottennero veramente i due eteri previsti misti a traccie dei due acidi da cui derivano.

« Ecco praticamente come si operò:
gr. 5 di β-metil-triossimetil cumarina in polvere; gr. 15 di soluzione di potassa al 24 °/₀ in alcool metilico assoluto; gr. 9 di joduro di metile.

« Trattai dapprima la β-metil-triossimetilcumarina in una cassula colla quantità calcolata di soluzione di potassa, e, sempre agitando, feci evaporare a bagno maria tutto l'alcool metilico fino ad ottenere il residuo come poltiglia, dopo di che portai in stufa fra 115°-120° e lo lasciai per 4-5 ore. Il residuo della cassula, divenuto quasi secco, lo sciolsi nella più piccola quantità di alcool metilico assoluto possibile e fattolo assorbire da un tubetto effilato, introdussi il tutto in tubo chiuso colla quantità voluta di joduro di metile. Fuso il tubo alla fiamma, feci rompere, coll'agitazione, la punta del tubetto conte nente il joduro di metile, e poi scaldai per due giorni fra 90°-100°. Dopo questo tempo scacciai l'alcool metilico e l'eccesso di joduro di metile, ed il residuo asciugato lo esaurii con etere solforico per esportare gli eteri formatisi e la parte della sostanza rimasta inalterata. Il residuo ri-

presi con acqua e trattai ancora una volta con etere, indi acidificai con acido solforoso e con successive estrazioni eteree esportai le traccie di acidi non eterificati.

« Mediante una lunga serie di cristallizzazioni frazionate dall'etere di petrolio, boll. 34°-38°, riuscii a separare i due eteri isomeri previsti, da un po' di sostanza inalterata e poi fra di loro per differenza di solubilità.

« Un primo etere, che ottenni cristallizzato in prismi splendenti e misurabili, fonde fra 77° $^1/_2$-78°.

« Un secondo etere che ricavai dapprima come olio giallo dall'etere di petrolio madre, ma che poi ottenni in aghi disposti a mamelloni fonde a 68°.

« Quest'ultimo etere è anche più solubile del primo.

« Etere fus. 77° $^1/_2$-78°. — Questo etere diede all'analisi i seguenti risultati:

gr. 0,2538 di sostanza fornirono gr. 0,5642 di CO^2 e gr. 0,1567 di H^2O per cui si ha:

$$C\ \% = 60,63$$
$$H\ \% = 6,86$$

« Questi risultati portano veramente alla formola dell'etere metilico dell'acido β-metil-tetraossimetilcinnamico $C^{15}H^{20}O^6$ pel quale si calcola:

$$C\ \% = 60,81$$
$$H\ \% = 6,75$$

« La misurazione cristallografica del composto venne fatta dallo stesso sig. dott. Boeris, che mi comunicò i seguenti risultati:

« tetra-metossil-β-metil-cinnamato metilico

« trimetossil-β-metil-cumarato metilico.

« Sistema monoclino:

$$a:b:c = 0.6045:1:0.4590 \quad \beta = 56.29.$$

« Forme osservate:

$$\{010\} \quad \{120\} \quad \{110\} \quad \{011\} \quad \{121\} \quad \{001\}.$$

« Etere fus. 67°-68° e dopo fusione 68°-69°. — L'analisi di questo secondo etere diede i seguenti risultati:

gr. 0,2193 di sostanza fornirono gr. 0,4826 di CO^2 e gr. 0,137 d'H^2O da cui si ricavò:

$$C\ \% = 60,02$$
$$H\ \% = 6,94$$

« I risultati conducono pure alla formola $C^{15}H^{20}O^6$ per la quale si calcola:

$$C\ \% = 60,81$$
$$H\ \% = 6,75$$

« Questo secondo etere cristallizza in aghi discretamente lunghi, ma non misurabili.

Acidi β-metil-tetraossimetilcinnamici.

$$C^6H \left| \begin{array}{l} (OCH^3)^4 \\ C = CH - CO^2H \\ | \\ CH^3 \end{array} \right.$$

« Gli acidi corrispondenti agli eteri sopra descritti cristallizzano bene dall'alcool diluito in prismi fusibili a 148°-149° l'uno e a 132°-133° l'altro. Si ottengono saponificando gli eteri da cui derivano con potassa al 10 °/₀ e contenente il 20 °/₀.

« Acido fus. 148°-149°. — Questo acido si ottiene saponificando nel modo anzidetto l'etere fus. 77 ½-78.

« Dall'alcool diluito cristallizzi in prismi misurabili. Questi all'analisi fornirono i seguenti risultati:

gr. 0,2588 di sostanza diedero gr. 0,5646 di CO^2 e gr. 0,1515 di H^2O da cui si ha:

$$C\ \% = 59,49$$
$$H\ \% = 6,46$$

« Questi risultati portano precisamente alla formola dell'acido sopra menzionato $C^{14}H^{18}O^6$ per la quale si calcola:

$$C\ \% = 59,57$$
$$H\ \% = 6,38$$

« L'acido è solubilissimo nei carbonati alcalini; riprecipitando per aggiunta di acido cloridrico diluito, si trasforma in parte nell'altro acido fus. 132°-133°, che sarà descritto in appresso, e precisamente la prima parte del precipitato è esclusivamente formato dall'acido fus. 148°-149°, l'ultima parte è formata da una miscela dei due acidi e fonde verso 117°.

« Lo stesso sig. dott. Boeris fece lo studio cristallografico di questo acido e si compiacque di comunicarmi i seguenti risultati:

« Sistema monoclino:

$$a:b:c = 1.7223:1:2.3075$$
$$\beta = 57°.23'$$

« Forme osservate:

$$\{100\} \quad \{001\} \quad \{110\} \quad \{120\} \quad \{\bar{1}01\} \quad \{\bar{4}03\}$$

« Acido fus. 132°-133° e dopo fusione 133° ½-134° ½. — Questo secondo acido si ottiene per saponificazione dell'etere fus. 67°-68° sopra descritto. Nella saponificazione risulta, oltre all'acido fus. 132°-133°, una parte anche della miscela dei due acidi, che fonde verso i 120°. Questo fatto unito a quello menzionato per l'altro acido fus. 148°-149°, dimostra come si possa passare dall'uno all'altro acido mediante gli acidi minerali oppure per mezzo del calore.

« Questo secondo acido cristallizza anch'esso in prismi misurabili, che fondono a 132°-133° e dopo una prima fusione, fondono sempre a 133° $^1/_2$-134°. Di questi cristalli si fece la determinazione degli (OCH^3) col noto metodo di Zeisel e si ebbero i seguenti risultati:

gr. 0,2491 di sostanza produssero gr. 0,8244 di AgJ corrispondenti a:

$$(OCH^3)\,\% = 43{,}66$$

« Questo risultato conduce anch'esso alla formola dell'acido-β-metiltetraossimetilcinnamico $C^{14}H^{18}O^6$ pel quale si calcola:

$$(OCH^3)\,\% = 43{,}97$$

« Il dott. Boeris, che ha fatto lo studio cristallografico di questo acido, mi comunicò i risultati seguenti:

« Sistema triclino:

$$a:b:c = 0.7217:1:0.8834$$
$$\alpha = 100°.37'$$
$$\beta = 101.\ 29$$
$$\gamma = \ \ 61.\ 15$$

« Forme osservate:

$$\{001\}\quad \{010\}\quad \{100\}\quad \{110\}\quad \{1\bar{1}0\}\quad \{11\bar{1}\}\quad \{10\bar{1}\}$$

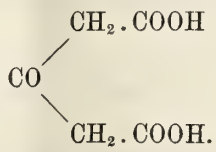
« Ho tentato l'ossidazione di questi due acidi tetra-metossilcinnamici a mezzo del permanganato potassico come pure a mezzo del perossido di piombo in soluzione alcalina onde giungere all'acido tetra-metossilbenzoico, ma non ottenni fin'ora il risultato desiderato, perchè nelle condizioni dell'esperimento la maggior parte della sostanza rimase inalterata.

« In altra mia Nota ritornerò sull'argomento e descriverò parimenti i prodotti di riduzione dei medesimi acidi ».

Chimica. — *Azione dell'acido jodico sopra l'acido acetondicarbonico.* Nota di A. Angeli ed E. Levi, presentata dal Corrispondente G. Ciamician.

« In continuazione alle ricerche intraprese da uno di noi sull'azione dell'acido jodico sopra le sostanze organiche, abbiamo studiato il comportamento di questo reattivo rispetto all'acido acetondicarbonico:

$$\begin{array}{l} \qquad\quad CH_2.COOH \\ \qquad\ \diagup \\ CO \\ \qquad\ \diagdown \\ \qquad\quad CH_2.COOH. \end{array}$$



Questa sostanza venne preparata, seguendo esattamente le indicazioni date da Pechmann (1), per azione dell'acido solforico concentrato sopra l'acido

(1) Liebig's Annalem 261, 151.

citrico secco. Il prodotto greggio in tal modo ottenuto l'abbiamo purificato disciogliendolo in acetone caldo e precipitando la soluzione con cloroformio.

« L'acido jodico reagisce, a caldo, energicamente coll'acido acetondicarbonico; in questo modo però è difficile ottenere prodotti ben definiti. A temperatura ordinaria invece, la reazione avviene assai più netta, e come prodotto principale si ottiene il

tetrajodoacetone.

« Sopra un gr. di acido acetondicarbonico si versa una soluzione di 1 gr. di acido jodico in 15 d'acqua. Il liquido assume poco a poco una colorazione giallo bruna, si svolge anidride carbonica in grande copia e la temperatura tende ad innalzarsi, ciò che è meglio impedire immergendo nell'acqua fredda il vaso in cui si opera. Dopo qualche tempo si separa un abbondante precipitato giallognolo, che viene raccolto sopra filtro e lavato accuratamente con acqua. Il prodotto così ottenuto si purifica nel miglior modo disciogliendolo nell'acido acetico glaciale bollente. I cristalli separati per decantazione vengono lavati ripetutamente con acido acetico freddo, in cui sono poco solubili.

« Si ottengono in tal modo bellissimi aghi colorati in giallo, che fondono a 142°, colorandosi in bruno per jodio che si mette in libertà.

« I risultati dell'analisi conducono alla formola:

$$C_3 H_2 I_4 O.$$

I. gr. 0,2664 di sostanza diedero gr. 0,0634 di CO_2 e gr. 0,0148 di H_2O.
II. gr. 0,3249 di sostanza diedero gr. 0,5430 di AgI.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato
	I	II	
C	6,49	—	6,20
H	0,61	—	0,35
I	—	90,32	90,39

« La nuova sostanza è abbastanza solubile a caldo nell'alcool, nell'etere acetico e nel cloroformio. È più solubile nel benzolo, solubilissima nell'acetone anche a freddo. Da tutti questi solventi, per raffreddamento, si separa cristallizzata; però le soluzioni non tardano a colorarsi per jodio che si mette in libertà.

« Allo scopo di stabilire che questa sostanza è veramente il tetrajodoacetone, l'abbiamo sottoposto all'azione dell'acido jodidrico. Molte sostanze jodurate, per questo trattamento, scambiano facilmente il jodio con l'idrogeno; così p. e. dall'acido bijodoacetilacrilico [1]

$$CH_3 . CO . CI = CI . COOH$$

si ottiene facilmente, in tal guisa l'acido acetilacrilico:

$$CH_3 . CO . CH = CH . COOH$$

[1] Angeli e Chiussi, Gazz. Chimica XXII, 2, pag. 277.

« Era perciò da aspettarsi che in questo caso si dovesse arrivare all'acetone.

« In un matraccio, munito di refrigerante, venne introdotto il tetrajodoacetone con acido jodidrico ed un poco di fosforo rosso. Il composto jodurato facilmente si discioglie a freddo; riscaldando distilla una parte del liquido, che passa un poco colorato per jodio. Trattando il distillato con potassa si forma immediatamente un abbondante precipitato giallo costituito da jodoformio. La presenza dell'acetone venne inoltre confermata dalla colorazione violetta caratteristica che il liquido, dapprima scolorato con anidride solforosa e poi reso alcalino, diede con nitroprussiato sodico ed acido acetico.

« Come prodotto secondario della reazione si forma il *dijodoacetone simmetrico*; esso si separa neutralizzando con carbonato sodico l'acido acetico da cui venne cristallizzata la sostanza precedente. Purificato dall'etere petrolico fondeva esattamente a 62°.

« Riguardo alla costituzione del tetrajodoacetone sono da prendersi in considerazione le due formole:

$$\text{I} \quad CI_2H.CO.CHI_2$$
$$\text{II} \quad CI_3.CO.CH_2I$$

« Siccome però, per trattamento con potassa e carbonato sodico non si formano quantità apprezzabili di jodoformio, così ci sembra poco probabile che alla nuova sostanza possa spettare la formola II. D'altra parte vista la struttura simmetrica dell'acido acetondicarbonico, da cui si è partiti, è assai probabile, anche per questa ragione, che il prodotto da noi ottenuto sia realmente il tetrajodoacetone simmetrico.

« La sua formazione si può spiegare ammettendo che dapprima si produca l'acido tetrajodoacetondicarbonico, il quale, perdendo due molecole di anidride carbonica, darebbe origine all'acetone tetrajodurato:

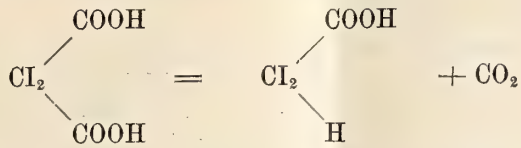
$$CO\begin{cases} CI_2.COOH \\ CI_2.COOH \end{cases} = CO\begin{cases} CI_2H \\ CI_2H \end{cases} + 2CO_2$$

Che il tetrajodoacetone possa formarsi a spese di acetone, resosi libero dall'acido acetondicarbonico, resta escluso dal fatto che la stessa sostanza non si ottiene quando si fa reagire l'acido jodico sopra l'acetone.

« Come si vede, fino ad un certo punto, l'acido acetondicarbonico rispetto all'acido jodico si comporta in modo simile all'acido malonico [1], il quale assieme all'acido trijodoacetico dà origine ad acido dijodoacetico; anche in

[1] Angeli, questi Rendiconti 1893, vol. II, 1° sem., pag. 228

questo caso è probabile che dapprima si formi acido bijodomalonico che poi perde un carbossile:

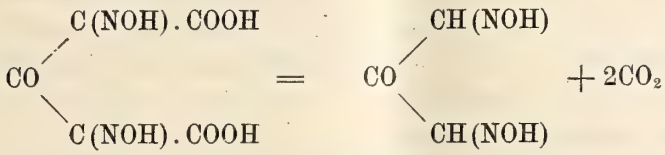


« In generale, si può prevedere che in modo analogo si comporteranno anche altre sostanze contenenti l'aggruppamento:

$$R.CH_2.R_1$$

in cui R ed R_1 rappresentano due radicali negativi (carbossile, carbonile ecc.).

« L'azione dell'acido jodico sopra l'acido acetondicarbonico è parallela a quella dell'acido nitroso, giacchè in questo caso si forma il diisonitroso-acetone, che probabilmente deriva dall'acido corrispondente per perdita di anidride carbonica [1]:



« Questa analogia lascierebbe intravedere la possibilità di poter preparare l'acido ossimidoacetico per azione dell'acido nitroso sopra l'acido malonico ».

Chimica fisica. — *Intorno alla ipotesi della colorazione degli joni.* Nota di Gaetano Magnanini [2], presentata dal Socio Cannizzaro.

« Circa un anno addietro, e precisamente in una Nota presentata a questa Accademia col titolo *Sul potere assorbente dei sali colorati in rapporto colla dissociazione elettrolitica* [3]; dopo di avere dimostrato l'insufficienza degli argomenti addotti dal sig. Knoblauch [4], con una ricerca sugli spettri di assorbimento delle soluzioni diluite, contro la ipotesi della dissociazione elettrolitica; io ho dato relazione di alcune esperienze e considerazioni le quali mi portavano a ritenere che, ammessa anche la dissociazione degli elettroliti nelle soluzioni acquose, nel caso particolare di elettroliti colorati (quali il

(1) Pechmann e Wehsarg, Berichte XIX, 2465.
(2) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica generale della R. Università di Modena.
(3) Vedi questi Rendiconti, vol. VII, pag. 356, 1891.
(4) Wied. Ann. XLIII, 738.

solfato di rame, il solfato di Nichelio, ed il permanganato di potassio) la colorazione o, più esattamente, il potere assorbente è indipendente dal grado della dissociazione elettrolitica.

« La mia argomentazione è stata in sostanza questa: se si comparano, col mezzo di un fotometro, due soluzioni acquose contenenti ciascuna la grammimolecola di solfato di rame per litro (1), e di queste soluzioni una inoltre contenga nello stesso volume di soluzione due grammimolecole di acido solforico, si osserva che il potere assorbente cioè l'intensità della colorazione delle due soluzioni, di quella neutra cioè e di quella acidificata, è la stessa. Se, come vorrebbe l'ipotesi di Ostwald sulla colorazione degli joni, il colore delle soluzioni di solfato di rame dipende dalla presenza degli jonî di rame, cioè se si ammette che la colorazione delle soluzioni di solfato di rame dipende da quella parte di solfato di rame che si trova elettroliticamente dissociata nelle parti $\overset{+}{Cu}$ ed $\overset{-}{SO_4}$; si dovrebbe osservare per le due soluzioni da me sperimentate una differenza nel potere di assorbimento. La ragione di questo è, che l'aggiunta di acido solforico alle soluzioni di solfato di rame porta con sè una diminuzione nel grado della dissociazione, cioè è diminuita quella quantità di sale dissociato alla quale appunto l'Ostwald attribuisce l'effetto di coloramento.

« In una recensione di questa mia Nota, comparsa nel fascicolo di luglio (1892) nello Zeitschrift für phys. Chemie (2), l'Ostwald, nel Referate, oppone la seguente argomentazione:

« Der Verf. meint selbst, dass seine Ergebnisse kein Beweis gegen die « Dissociationstheorie wären. In der That muss auch die Absorption der nicht « dissocierten Molekeln in Betracht gezogen werden; üben diese in dem « untersuchten Gebiet gleichfalls eine Absorption aus, was im allgemeinen « wahrscheinlich ist, so betrifft die Aenderung, die man beobachtet, nur den « Unterschied der Absorption der Molekel und des Ions, und von diesem « Unterschiede kommen bei den Versuchen wegen der starken Dissociation der « Salze nur etwa 5 bis 10 Prozent in Frage, so dass es wohl begreiflich « erscheint, dass der schliessliche Effekt innerhalb der Versuchsfehler bleibt (3) ».

(1) Cioè gr. 159 di sale anidro pel litro.

(2) Vol. IX, pag. 759.

(3) Cioè: « Lo stesso autore non ritiene che i suoi risultati sieno un argomento contro « la teoria della dissociazione. Infatti si deve considerare anche l'assorbimento delle molecole « non dissociate; se queste, nel campo sperimentato, *esercitano parimenti* un assorbimento, « ciò che in generale è probabile, allora la variazione che si osserva corrisponde soltanto « alla differenza fra l'assorbimento delle molecole e quello degli jonî. Di questa differenza, « fra l'assorbimento delle molecole e quello degli jonî, in causa della forte dissociazione « dei sali sperimentati, entra in giuoco solamente il 5-10 %, cosichè è facile comprendere « che l'effetto finale entra nel limite degli errori di osservazione ».

« L'ipotesi della colorazione degli jonî è argomento di una lunga Memoria che l'Ostwald ha recentemente pubblicato (1). Comparando, per uno stesso gruppo, tutti i sali formati da un medesimo acido colorato con differenti basi, ovvero da un una medesima base colorata con differenti acidi, l'Ostwald è arrivato al risultato interessante: che, *in soluzione diluita gli spettri dei differenti sali aventi però lo stesso jone colorato sono identici.* Così presentano identico spettro di assorbimento le soluzioni di tutti i permanganati, quelle dei sali di fluorescina, di eosina, di jodoeosina, di dinitrofluorescina, di orcinftaleina, di acido rosolico etc., dei cromoossalati della serie bleu, come pure le soluzioni diluite dei differenti sali della stessa base colorata quali la p. rosanilina, il violetto di anilina, la crisanilina, e la crisoidina.

« Da ciò l'Ostwald trae argomento per ritenere che nelle soluzioni sperimentate, l'assorbimento luminoso viene esercitato dai jonî che vi sono contenuti e non dalle molecole saline disciolte.

« In questa nota io dimostro:

1) che per avere eguaglianza negli spettri di assorbimento di differenti sali colorati, non è necessaria la presenza di uno stesso jone colorato, e che perciò il risultato sperimentale dell'Ostwald non conduce necessariamente all'ipotesi degli jonî colorati.

2) una variazione nel grado di dissociazione di un sale colorato, non porta una variazione nella colorazione e nell'intensità di assorbimento, anche quando delle due parti del sale, di quella dissociata cioè e di quella non dissociata, una *senza dubbio* è incolora.

« Mi sono servito come materiale di esperimento dell'acido violurico e dei suoi sali di potassio, di sodio e di ammonio. L'acido violurico $C_4H_3N_3O_4$, preparato per azione della idrossilamina sopra l'allossane (2), e purificato per successive cristallizzazioni dall'acqua, si presenta sotto forma di cristallini opachi, quasi bianchi, dotati di tinta leggerissimamente giallognola. Le sue soluzioni, fatte con acqua distillata comune, sono sempre dotate di tinta leggermente rosea. Io mi sono convinto che questa colorazione dipende da traccie di alcali contenute nell'acqua distillata e conservata in cattive bottiglie di vetro. Adoperando infatti, nel preparare le soluzioni, dell'acqua, distillata con aggiunta di acido solforico, e condensata in un serpentino metallico, si otten-

---

Come si vede dunque l'Ostwald ammette che per i sali da me sperimentati la parte non dissociata presenta nel campo dello spettro da me considerato, un assorbimento poco differente da quello degli jonî, cioè della parte dissociata. Sarebbe stato più naturale ammettere *nessuna* differenza nell'assorbimento; cioè che gli jonî ed il sale hanno il medesimo colore.

(1) *Ueber die Farbe der Jonen,* Zeit. s. Phys. Ch.

(2) Ceresole, B. B. 16, 1133.

gono soluzioni incolore di acido violurico, le quali in grossi strati, anche in soluzione molto diluita presentano una tinta giallognola, senza nessun accenno a colorazione rosea.

« L'acido violurico è un acido monobasico e si comporta anche da solo, in soluzione acquosa, come un vero acido: arrossa il tornasole e conduce abbastanza bene l'elettricità. Determinandone la conducibilità elettica io ho ottenuto il seguente risultato:

v	μ_v	$100\,m$	$100\,k$
32	10.3	2.90	0.00270
64	14.5	4.08	0.00271
128	20.4	5.75	0.00274
256	28.6	8.06	0.00276
512	39.2	11.0	0.00266

$\mu_\infty = 355$ $\qquad$ $100\,k = 0.00272$

dove v sono i volumi, in litri, contenenti la grammimolecola di acido violurico (1): μ_v le conducibilità elettriche molecolari (2); e $100\,k$ sono i valori, moltiplicati per 100, della costante di dissociazione, calcolati colla formola

$$k = \frac{\left(\frac{\mu_v}{\mu_\infty}\right)^2}{\left(1 - \frac{\mu_v}{\mu_\infty}\right) v} = \frac{m^2}{(1-m)\,v}$$

« Come si vede l'acido violurico è un acido abbastanza forte; il suo coefficiente di affinità si può paragonare a quello dell'acido levulinico per il quale l'Ostwald ha trovato $100\,k = 0.00255$ (3). In una soluzione contenente la grammimolecola $C_4H_3N_3O_4$ in un volume di 256 litri *la dissociazione negli jonî* ha raggiunto il valore

$$X = \frac{\mu_v}{\mu_\infty} = \frac{28.6}{355} = 0.08$$

« In questa soluzione di acido violurico vi è dunque già l'otto per cento delle molecole, dissociate in jonî, si può dunque con ogni sicurezza affermare che lo jone $C_4\overline{H_2}N_3O_4$ è incoloro, ovvero leggerissimamente giallognolo, perchè tale è appunto il colore delle soluzioni di acido violurico.

« Partendo dal violurato di bario, io ho preparato, purissimi, i violurati di potassio, di sodio, e di ammonio. Questi tre sali sebbene allo stato solido presentino tinte differenti, danno coll'acqua delle soluzioni le quali hanno il medesimo colore rosso. Ora in queste soluzioni la tinta rossa non può essere attribuita agli jonî dei metalli perchè questi sono incolori, e nemmeno si può attribuire il colore allo jone comune $C_4H_2N_3O_4$, perchè questo è parimente

(1) Le soluzioni vennero preparate pesando l'acido violurico seccato a 100°-115°.

(2) Espresse in unità di mercurio ($\times 10^7$).

(3) Zeitschrift s. Phys. Ch. III, 193.

incoloro; si deve dunque ammettere che la tinta rossa dei violurati dipende o dai sali come si trovano sciolti nell'acqua, od almeno da quella parte di essi che non si trova dissociata in jonî.

« Io ho trovato pertanto che allo stesso colore delle soluzioni dei violurati, corrisponde anche nello spettroscopio un medesimo spettro di assorbimento. Lo spettro di questi sali è poco caratteristico; è formato da un assorbimento continuo specialmente dalla parte più rifrangibile dello spettro sino al verde, e l'occhio non scorge fra gli spettri dei violurati di potassio, di sodio e di ammonio, nessuna differenza.

« Io ho anche fatto alcune misure fotometriche determinando i coefficienti di estinzione, in due posizioni differenti dello spettro.

« Le misure vennero fatte servendomi dello spettrofotometro di Hüfner, e precisamente di quel medesimo strumento che mi ha servito anche in precedenti lavori. Io devo in questa occasione manifestare il mio compiacimento per la gentilezza per la quale il chmo prof. R. Nasini della Università di Padova volle inviarmi lo spettrofotometro affinchè io potessi compiere questa ricerca; mi piace rinnovargli qui pubblicamente il mio ringraziamento.

« Io ho comparato collo spettrofotometro, e precisamente nelle posizioni $\lambda = 5928 - 6058$ e $\lambda = 6362 - 6238$ dello spettro, soluzioni equivalenti dei violurati. I risultati ottenuti si trovano riuniti nella seguente tabella, nella quale sotto v si trovano indicati, in litri, i volumi di soluzione contenenti le grammimolecole dei sali rispettivamente disciolti. Sotto φ si trovano i valori degli angoli dei quali venne fatto girare il nicol oculare per avere eguale intensità luminosa nelle due parti, la superiore, cioè, e la inferiore del campo considerato. Finalmente sotto α si trovano i coefficienti di estinzione calcolati colla formola $\alpha = -2 \log \cos \varphi$; questi valori α sono, per un medesimo campo dello spettro direttamente proporzionali all'assorbimento, cioè alla quantità di sostanza colorante disciolta.

Temperatura della stanza di circa 25.°	$\lambda = 5928 - 6058$			$\lambda = 6362 - 6238$		
	v	φ	α	v	φ	α
Violurato di potassio.	50 (1)	54.°8	0.4785	50	31.°7	0.1404
	100	40.°0	0.2315			
Violurato di sodio . .	50 (2)	54.°5	0.4721	50	31.°2	0.1357
	100	39.°8	0.2290			
Violurato di ammonio.	50 (3)	56.°5	0.5162	50	32.°0	0.1432
	100	41.°2	0.2471			

(1) Cioè gr. 3.90 di $C_4 H_2 N_3 O_4 K$ per litro pesando il sale seccato a 115°-120°.
(2) Cioè gr. 3.58 di $C_4 H_3 N_2 O_4 Na$ per litro, pesando il sale id.
(3) Cioè gr. 3.48 di $C_4 H_2 N_3 O_4 (NH_4)$ per litro, pesando il sale seccato nel vuoto sopra l'acido solforico.

« Come si vede, i violurati di potassio, di sodio, e di ammonio, presentano dunque non solamente spettri non differenti allo spettroscopio, ma presentano anche spettri nei quali, per soluzioni equivalenti, l'assorbimento luminoso per le posizioni misurate, è il medesimo. Da questo fatto risulta pertanto che l'interessante osservazione fatta dall'Ostwald che cioè i sali aventi un medesimo jone colorato (come i permanganati) in soluzione diluita presentano lo stesso spettro, non è una prova che lo spettro comune a quei sali sia quello dello jone colorato, giacchè si osserva *lo stesso fatto anche per differenti sali colorati di uno stesso acido, e per i quali gli jonî sono incolori.*

« Inoltre è facile dimostrare che la colorazione dei violurati deve dipendere dai sali disciolti, tali quali, come essi si trovano nelle loro soluzioni, e proporzionatamente alle loro quantità stechiometriche. Infatti se la colorazione dipendesse da quella parte di sale che non è dissociata, in soluzione diluitissima i violurati dovrebbero diventare incolori. Invece si osserva che questi sali mantengono la loro tinta rossa, anche in soluzione molto diluita, purchè vengano esaminati attraverso ad un grosso strato.

« Anche per i violurati, e precisamente per quelli di potassio e di sodio io ho voluto esaminare, col fotometro, l'influenza esercitata sopra l'assorbimento luminoso, dall'aggiunta di un sale potassico e sodico incolori. Il risultato ottenuto sperimentando (1) soluzioni contenenti, per litro, i numeri seguenti (2) di grammimolecole delle sostanze indicate:

$$\frac{1}{50}\, C_4H_2N_3O_4K + KNO_3 \qquad e \qquad \frac{1}{50}\, C_4H_2N_3O_4Na + NaNO_3$$

è stato che queste soluzioni presentano lo stesso assorbimento, che è eguale a quello delle soluzioni corrispondenti dei violurati, fatte senza aggiunta dei nitrati alcalini.

« Ora la determinazione della conducibilità elettrica delle soluzioni di violurato potassico, alla temperatura di 18°, mi ha dato il seguente risultato:

v	μ_v	v	μ_v
40	73.6	320	79.7
80	76.6	640	81.0
160	78.3	1280	83.0

$$\mu_\infty = 84 \text{ (3)}$$

« Per una soluzione di violurato potassico contenente la grammimolecola in un volume di 50 litri la dissociazione elettrolitica ha già raggiunto circa 89 sopra cento delle molecole disciolte. Inoltre le determinazioni fatte

(1) Nel campo $\lambda = 5928 - 6058$.

(2) Le soluzioni vennero misurate soprasature prima che cominciasse la cristallizzazione.

(3) $\overset{+}{K} = 61$, $C_4\overset{-}{H_2}N_3O_4 = 23$.

da Krannhals [1], parimenti a 18°, per il nitrato potassico hanno condotto a questi risultati:

v	1	2	4	8	32	64	128	1000
μ_v	75.1	83.1	90.0	95.6	104.3	107.1	109.3	114

$$\mu_\infty = 118 \text{ [2]}$$

cioè, per una soluzione contenente la grammimolecola, la dissociazione arriva al 64 °/₀ circa; per una soluzione invece contenente la grammimolecola di nitrato di potassio in un volume di 50 litri la dissociazione arriva a circa l' 89 °/₀, e ciò come per il violurato di potassio alla medesima diluizione. Ammettendo, in approssimazione, che i due sali seguano la medesima legge in riguardo alla dissociazione col variare del volume; anche per una soluzione contenente la grammimolecola di violurato potassico per litro la dissociazione ammonterebbe soltanto al 64 °/₀ delle molecole disciolte. Applicando dunque alle soluzioni contenenti entrambi i due sali, il nitrato cioè ed il violurato di potassio il principio fondamentale: *che allorquando si mescolano due soluzionî che non sono isoidriche, e che hanno un jone in comune, esse modificano in guisa il loro stato di dissociazione da diventare isoidriche,* possiamo concludere che nella soluzione sperimentata contenente $\frac{1}{50} C_4H_2N_3O_4K + KNO_3$ la dissociazione del violurato è di circa il 25 °/₀ inferiore a quella del violurato potassico sciolto senza l'aggiunta del nitrato. Ammessa l'ipotesi della colorazione degli jonî, tale variazione avrebbe dovuto portare nel fotometro un aumento notevole, di circa il 25 °/₀, nella estinzione: ciò che non ha luogo.

« Da questa ricerca risulta dunque in modo assai evidente, che l'ipotesi che: il colore delle soluzioni saline sia essenzialmente determinato da quello degli jonî che vi sono contenuti; che cioè più generalmente *quella parte degli elettroliti la quale si trova dissociata abbia colorazione differente da quella parte che non è dissociata;* è in contraddizione coi fatti. Se i permanganati presentano lo stesso spettro; se i sali di rame, di cobalto, di ferro e di altri metalli; se i cromati presentano il medesimo colore, ciò non dipende tanto dal fatto che queste sostanze contengono lo stesso jone, quanto dal fatto più generale che i sali di un medesimo metallo, aventi il medesimo grado di ossidazione si assomigliano. Se i sali ferrosi ed i sali ferrici hanno colorazione differente, ciò non dipende dal diverso colore degli jonî Fe'' ed Fe''', ma invece da una influenza più complessa, per la quale il passaggio da un

[1] Ostwald, Lehrbuch. d. all. Ch. II Aufl. II Band. p. 737.

[2] $\overset{+}{K} = 61$, $\overset{-}{NO_3} = 57$.

grado di ossidazione ad un altro, induce sempre un cambiamento nella colorazione. Talvolta si osserva il medesimo cambiamento anche per composti appartenenti ad una medesima forma, come p. es. ha luogo nel solfacianato di ferro, la cui colorazione non è per nessun modo paragonabile a quella degli altri sali ferrici.

« Questa indipendenza del potere assorbente non è però, come io feci già notare nella mia prima comunicazione, un argomento contrario alla ipotesi della dissociazione elettrolitica. Solamente, come avviene anche per altre proprietà, la colorazione non risente l'influenza di questa forma speciale di dissociazione, la quale è tanto differente dalla dissociazione ordinaria, e la cui vera essenza è per ora sconosciuta completamente ».

Chimica. — *Sulla riduzione della Santonina.* Nota preliminare di Americo Andreocci presentata dal Socio Cannizzaro.

« Essendo stato incaricato dal prof. Cannizzaro di preparare una grande quantità di acido santonoso, ho cercato altri mezzi riduttori in sostituzione dell'acido jodidrico e fosforo rosso che furono impiegati per ottenerlo (1)

« Ho trovato che la santonina si trasforma completamente in acido santonoso sciogliendola a freddo in una soluzione di cloruro stannoso in acido cloridrico in presenza di stagno; l'acido santonoso si viene deponendo, e basta lavarlo con acqua e seccarlo, per averlo purissimo col suo punto di fusione 179°-180°. In questa preparazione non si forma traccia di altra sostanza.

« Se però si scalda la soluzione cloridrica della santonina e del cloruro stannoso in presenza di stagno metallico in apparecchio a ricadere, si ottiene l'acido santonoso più o meno inguinato di materie resinose, e si forma un olio che distilla coi vapori di acido cloridrico; si svolge inoltre lentamente anidride carbonica.

« L'olio è un idrocarburo che distilla inalterato a 247. Ha una composizione che si avvicina tanto alla formula $C^{14}H^{22}$ quanto a quella $C^{15}H^{24}$.

« Mi riservo lo studio già intrapreso di questo idrocarburo, la cui costituzione debba avere strette attinenze con quella della Santonina da cui deriva ».

Chimica. — *Basi mercuriammoniche derivate dalla dimetilanilina.* Nota di L. Pesci, presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) *Sopra i due acidi santonoso ed isosantonoso* di S. Cannizzaro e G. Carnelutti, Gazzetta Chimica, vol. XII, 1882, pag. 393.

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Sandrucci. *Sulle recenti esperienze di G. A. Hirn e sulle leggi dell'efflusso dei gas.* Presentata dal Socio Blaserna.

R. Colella. *Sulle fine alterazioni della corteccia cerebrale in alcune malattie mentali.* Presentata a nome del Socio Golgi.

A. Ruffini. *Di un nuovo organo nervoso terminale e sulla presenza dei corpuscoli Golgi-Mazzoni nel connettivo sottocutaneo dei polpastrelli delle dita dell'uomo.* Presentata id.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 7 maggio 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Istologia. — *Intorno all'origine del quarto nervo cerebrale (patetico o trocleare) e di una questione di Isto-fisiologia generale che a questo argomento si collega.* Nota del Socio C. Golgi.

« Le osservazioni che, con questa Nota, ho l'onore di presentare all'Accademia, si connettono con altra mia precedente comunicazione, su tema patologico, fatta alla Società Medico-Chirurgica di Pavia nella sua adunanza dell' 11 giugno 1892. In tale comunicazione, facendo seguito alla serie delle mie Note sulle minute alterazioni, degli organi nervosi, che, nel loro insieme, costituiscono un ben caratteristico reperto anatomo-patologico della rabbia, volendo accennare alla speciale categoria di cellule nervose nelle quali certe minute alterazioni erano state da me rilevate, così mi sono espresso: « L'alterazione s' è imposta alla mia attenzione, anche perchè trattasi di speciale categoria di cellule che affatto si scostano dal tipo generale delle cellule nervose centrali. Trattasi delle grandi cellule globose, tondeggianti o piriformi, costantemente fornite di un solo prolungamento, il quale, a breve distanza dal corpo cellulare, pel rivestimento mielinico che acquista, si caratterizza per vero ed unico prolungamento nervoso. Noto incidentalmente che, mentre la grande maggioranza degli anatomici riferisce tali cellule alla radice discendente del quinto, io invece, con Deiters, non esito

a considerarle quali elementi d'origine del patetico. Ma su questo punto mi prefiggo di intrattenere in altra occasione la Società » (1).

« È appunto per mantenere l'impegno incluso in questa dichiarazione, di quasi un anno fa, che oggi ho chiesto di poter prendere la parola.

« Le speciali cellule alle quali ho sopra accennato, già da molto tempo han fermato l'attenzione degli anatomici. Se non che, quanto, sul conto di esse è stato detto, non è esatto in linea della descrizione morfologica; nè include un accordo, fra i diversi osservatori, circa il loro riferimento ad un determinato nervo: come dissi, mentre la grande maggioranza degli anatomici tende a considerarle di spettanza del quinto paio de' nervi cerebrali, da alcuni, come vedremo, sono ascritte al trocleare. Nessuno poi degli osservatori che le hanno studiate ha finora potuto constatarne il diretto rapporto colle fibre nervose. E, cosa singolare, il Deiters che fu il primo, fin dal 1865, a fare di tali cellule un argomento di particolare considerazione, può tuttora dirsi l'osservatore che ne ha rilevato i caratteri con più giusti criterî e le ha descritte con maggiore esattezza. Egli ha persino accennato all'importanza che le cellule medesime, per l'eccezione che rappresentano rispetto allo schema generale delle cellule nervose centrali, possono avere di fronte a certe controversie, d'indole generale, sul significato delle diverse parti di cui le cellule nervose del comune tipo sono costituite.

« Alla mia volta, già da anni, benchè soltanto a lontani periodi, ho, con certa insistenza, rivolto l'attenzione alle cellule ora in parola, e, dopo aver considerato quanto sul conto di esse, da Deiters ad oggi, è stato detto, credo esse meritino tutt'ora di essere studiate da due punti di vista, cioè:

« 1° da quello morfologico e del modo col quale si mettono in rapporto colle fibre nervose;

« 2° da quello del loro significato funzionale, nel senso dei loro rapporti periferici, quali elementi di eventuale origine di una piuttosto che di altra categoria di fibre nervose.

« Riguardo al primo punto, per ricordare quanto in argomento sin qui è stato detto, devo prendere le mosse da Deiters. Anzi, siccome i dati da lui esposti sul conto di questa speciale categoria di cellule a mio giudizio tuttora rimangono i più completi ed i più giusti, così mi piace riportare per intero la pagina che a tale esposizione da lui venne dedicata (2):

« Allo schema suddescritto (il classico schema delle cellule nervose cen-
« trali), un'eccezione, che io non sono ancora in grado di spiegare completa-

(1) C. Golgi, *Ancora una Nota a contribuzione delle conoscenze sull'anatomia patologica della rabbia sperimentale.* — Rendiconto della Società Medico-Chirurgica di Pavia, seduta dell'11 giugno 1892, nella Gazzetta Medica di Pavia n. 8, 1892.

(2) Otto Deiters, *Untersuchungen über Gehirn und Rückenmark des Menschen und der Säugethiere.* — Braunschweig 1865, pag. 91, 92.

« mente, è fatta soltanto dalle cellule situate all'origine del trocleare e che « accompagnano questo nervo durante il suo decorso attraverso l'organo cen- « trale, in una serie molto semplice e regolare, cellule che, fino ad ora, non « sembrano per anco conosciute. — I fasci del nervo trocleare entrano, nel « modo che sarà spiegato appresso, al confine della sostanza grigia e qui accom- « pagnano le cellule aventi carattere affatto eccezionale e disposte in sem- « plice serie. Io non posso meglio paragonare tali cellule che agli elementi « della massima parte de' gangli periferici, p. es. del ganglio di Gasser, « nei quali i prolungamenti in generale sogliono essere strappati o che, « in ogni caso, si trovano in piccolo numero, ed appena hanno significato di « prolungamenti protoplasmatici. Le accennate cellule del trocleare, se « completamente isolate, si presentano con un corpo cellulare regolarmente « rotondeggiante, con superficie alquanto ruvida, in ogni modo così che « i prolungamenti che ne emanano non alterino la forma della cellula. Il « contenuto delle cellule è, in modo uniforme, finamente granuloso, con uno « strato di pigmento, nuclei grandi vescicolari ecc., in una parola, il corpo « cellulare si presenta esattamente quale prototipo di quelle che, nel « passato, designavansi col nome di cellule *apolari*. Però, con un attento « esame di parti isolate con precauzione, si riconosce che l'apparente apo- « larità è solo da riferirsi ad una mancanza (più o meno completa?) dei « prolungamenti protoplasmatici; ma che, per altro, dalla cellula sempre « emanano uno o ben anco due prolungamenti lisci non ramificati, rispetto « ai quali io non sono del tutto sicuro se, in seguito, essi si ripieghino nel « cilinder-axis di una fibra nervosa. L'accennato secondo prolungamento di « queste cellule solo in pochi casi io l'ho osservato. Che, con questa descri- « zione sia presentata in modo esauriente la vera forma di queste cellule, non « mi viene in mente di supporlo. Le condizioni locali sono qui di tal sorta, « che la strappatura delle fibre emananti deve esser possibile in modo stra- « ordinariamente facile. La vera presupponibile forma si può ricostruire in « una cellula di cui lo stesso corpo invii i diversi sistemi di elementi nervosi « di uscita. Ma nel modo col quale vennero descritte, queste cellule assolu- « tamente non presentano alcun riscontro nelle altre parti degli organi centrali « finora esaminate, ed io le raccomando caldamente al controllo di altri « ricercatori, imperocchè esse certamente danno un importante appiglio per « la teoria. Sopratutto, se queste cellule devono essere considerate quali « diretti punti di partenza del trocleare, per me è diventata cosa dubbiosa. « Certo non sono le uniche. In vicinanza di esse, entro la sostanza grigia, « trovasi una massa di altre cellule più corrispondenti alle ordinarie cellule « motrici, le quali già negli animali spesso sono contrassegnate dall'essere « alquanto più pigmentate, ma che nell'uomo sono quasi completamente « riempite da pigmento nero ».

« Questa descrizione di Deiters è veramente ammirabile, sia pei dati

di fatto inclusivi, sia per lo studio di attenersi, nella enunciazione dei dati medesimi, scrupolosamente a quanto egli ha potuto verificare e dimostrare. Riguardo alle cellule che per la prima volta sono da lui così particolarmente considerate, mentre nota che non corrispondono al comune tipo delle cellule nervose centrali e che hanno una fisonomia d'insieme per la quale, viceversa, presentano un'accentuata corrispondenza colle cellule dei gangli intervertebrali; d'altra parte, rispetto ai prolungamenti, non sa decidersi a pronunziarsi con precisione. Benchè, nei preparati per isolazione, in prevalenza egli le abbia trovate con uno od al più due prolungamenti, tuttavia egli tende ad ammettere, sembrandogli di non essere autorizzato a riconoscere nei centri nervosi un tipo di cellule tanto speciali, che la mancanza di prolungamenti sia riferibile ad artificiale strappatura; sopratutto egli non ha potuto verificare il passaggio dei prolungamenti, o di uno di essi, in una fibra nervosa; ma, in pari tempo, comprendendo come le stesse cellule, così come egli le ha descritte, possano dare appiglio a considerazioni dottrinali, egli non può a meno di raccomandarle « *al controllo di altri ricercatori* ».

« La figura colla quale Deiters correda la sua descrizione (Tav. II, fig. 9), rappresenta una cellula fornita di due prolungamenti.

« Dallo scrupolo messo da Deiters di asserire solo quanto egli crede d'aver verificato colla più diligente osservazione, in verità si sono alquanto scostati parecchi fra gli anatomici che, dopo di lui, si sono occupati dello stesso argomento.

« Meynert (1), che, come vedremo, recisamente afferma che le cellule in questione appartengono alle origini del quinto (una fra le radici sensorie — radice discendente — di questo nervo), le descrive semplicemente quali cellule vescicolari, povere di prolungamenti, sottili come pagliuche per bolle di sapone (dünn wie der strohhalm von der Seinfenblase), a contorni netti. Meynert, anzi, particolarmente insiste nel volere che queste stesse cellule rappresentino un tipo di cellule di senso facenti istruttivo riscontro, anche per la vicinanza, colle cellule motrici grandi, snelle, ricche di prolungamenti, appartenenti alla sostanza grigia centrale delle eminenze bigemine, e che ascrive al nucleo dell'oculo motore e trocleare.

« Huguenin (2), che di solito si attiene alle descrizioni di Meynert, naturalmente anche su questo punto, presso a poco ripete le parole dello scienziato viennese. Nell'annoverare i diversi gruppi cellulari da cui hanno origine le radici che compongono il tronco sensibile del trigemino, annovera i piccoli gruppi di grosse cellule rotondeggianti vescicolari con nucleo tondeg-

(1) Th. Meynert, *Studien über die Bestandtheile der Vierhügel* etc. Zeitschrift f wiss. Zool. B. XVII pag. 665, 1867. — Id., *Vom Gehirne der Säugethiere,* nello Handbuch der Lehre von den Geweben des Menschen und der Thiere. Leipzig 1871, pag. 747-748.

(2) G. Huguenin, *Allgemeine Pathologie der Krankheiten des Nervensystems.* I Theil. *Anatomische Einleitung.* — Zürich 1873, pag. 263.

giante e pochi assai instabili (vergänglichen) prolungamenti, disposte attorno all'aquedotto di Silvio. Trattasi, s'intende, delle cellule da Meynert riferite alla radice discendente del quinto: riguardo ad esse Huguenin di più mette in campo la supposizione che possano essere cellule vasomotrici.

« Con Henle (1) si fa ritorno allo studio di esattezza anatomica. Come Deiters, anch'egli ascrive le grandi cellule dette vescicolari delle eminenze bigemine al nucleo d'origine del trocleare; nota come, in tale nucleo, le cellule presentino la particolarità di una disposizione a gruppi di 2 a 5, di essere circondate da un sottile orlo chiaro e che i loro prolungamenti sono lunghi e simili a cilinder-axis; che però a lui non è mai riuscito di vederne partire da una cellula più di uno. La figura colla quale Henle correda la sua descrizione, riproduce esattamente quanto dimostrano i preparati colorati col carmino e rischiarati col balsamo (fig. 272, pag. 241). Ma dalla scrupolosa esattezza anatomica di nuovo molto si scosta W. Krause (2). Anch'egli, mentre ascrive al trocleare delle cellule multipolari di medio calibro disseminate nella sostanza grigia centrale delle eminenze bigemine, nel trattare delle origini del quinto, considera in modo particolare le grandi cellule globose per la prima volta riconosciute da Deiters, facendo di esse il nucleo superiore sensibile del quinto, e afferma trattarsi di cellule fornite di due prolungamenti o bipolari. Di questi due prolungamenti, il più fino sarebbe prolungamento cilinder-axis, il più grosso, prolungamento protoplasmatico. Mentre del secondo dà le misure in larghezza e spessore, nota la direzione, le dicotomiche suddivisioni, e dice d'averlo seguito per estesi tratti; riguardo al primo, invece, osserva che, a cagione della sua finezza (?), e dei cambiamenti di direzione, ad angolo retto, che presenta, assai difficilmente può essere seguito. Assevera, ad ogni modo, che esso dirigesi all'indietro, verso i punti d'origine della radice sensibile del trigemino.

« In questa rassegna, sebbene parziale, non può essere dimenticato lo Schwalbe (3), il quale, nel suo speciale trattato di nevrologia, con notevole larghezza discute la controversia riguardante il fascio di fibre nervose che, entro le eminenze bigemine, arcuatamente decorre dall'indietro all'avanti, per concludere che esso è di spettanza del quinto, formando quella che egli chiama radice discendente del quinto. Al carattere delle cellule vescicolari, per altro, egli non dedica che le seguenti parole: « Lungo tutto il decorso della radice « discendente del quinto, trovansi disseminati, prevalentemente nella parte me- « diana, scarsi nella parte laterale, gruppi di speciali cellule gangliari con- « trassegnate da ciò che il corpo della massima parte di esse ha forma ovale

(1) J. Henle, *Handbuch der systematischen Anatomie.* Dritter Band. Zweiter Abtheilung. Nervenlehre pag. 240. Braunschweig.

(2) W. Krause, *Handbuch d. Anatomie.* 1876.

(3) G. Schwalbe, *Lehrbuch der Neurologie.* Erlangen, 1881, pag. 679.

« (cellule gangliari vescicolari), e sono provvedute soltanto di due prolunga-
« menti emananti dai punti opposti . . . ».

« Fra i lavori speciali direttamente interessanti l'argomento dovrebbero essere in modo particolare considerati e analizzati quelli di Stieda (1) e di Duval (2). Se non che, prefiggendomi io di far questo in lavoro avente l'indispensabile corredo di figure, qui della loro descrizione rilevo soltanto che, per lo meno, non hanno insistito nei tentativi per riconoscere la vera forma ed i rapporti di quelle cellule. Stieda dice che le cellule del nucleo del patetico (dal quale nucleo egli fa pur derivare la piccola radice del trigemino) si distinguono per la loro forma ovale o elittica, e per la presenza di uno o di due prolungamenti abbastanza corti. Duval, mentre afferma « che le cellule del nucleo proprio del patetico presentano i ben noti ca-
« ratteri degli elementi propri de' nuclei motori: sono multipolari . . . . . ;
« al contrario le cellule sparse lungo il decorso della radice (discendente)
« del trigemino, presentano in ogni punto contorni convessi, d'onde il nome
« di vescicolari. Sembra, egli aggiunge, esse non abbiano che un solo prolun-
« gamento il quale è relativamente voluminoso e non si ramifica che ad una
« certa distanza dalla cellula ».

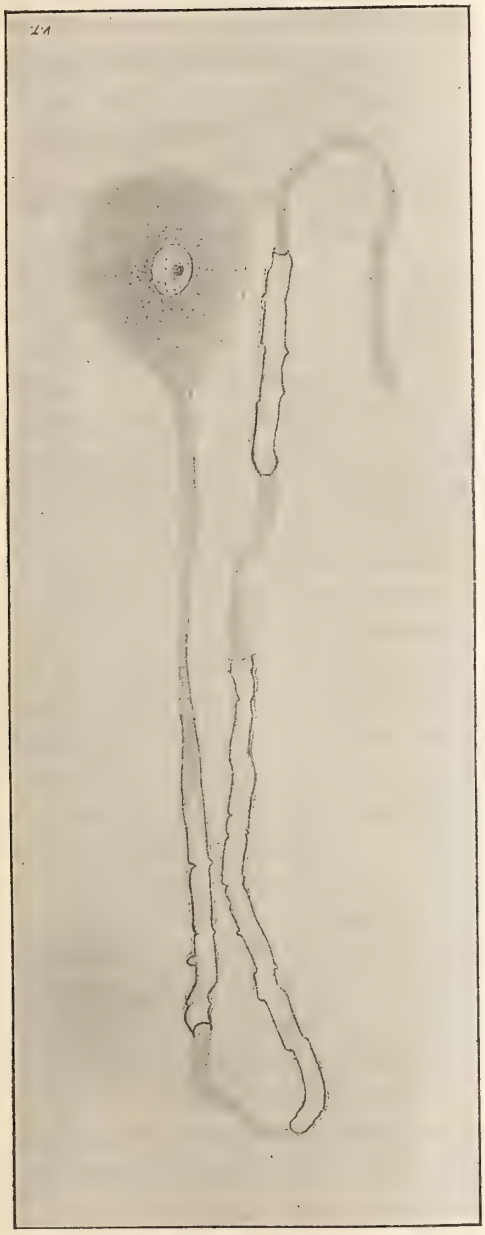
« Dalla esposizione sin qui fatta resta confermato che, sul conto delle speciali cellule nervose centrali spettanti in prevalenza, non esclusivamente, alla sostanza grigia centrale delle eminenze bigemine nulla possediamo di ben accertato riguardo al loro modo di essere nei rapporti normali. Benchè da molto tempo considerate, tuttavia così nel riguardo morfologico come da quello dei rapporti, noi possiamo affermare che le descrizioni date sono lontane dal corrispondere a quanto, studiandole ora con certa cura, può da noi essere riconosciuto. Sopratutto, poi, a nessuno è riuscito finora di constatare che l'unico prolungamento di cui le cellule medesime sono provvedute passa direttamente nel cilinder axis di una fibra nervosa.

« Mentre riguardo alla grandezza, forma, fisonomia d'insieme, ripetendo quanto da altri è stato detto, alla mia volta devo descrivere gli elementi sin qui considerati quali cellule rotondeggianti, globose o piriformi, a contorni netti, col diametro da 60 a 80 μ, contenenti pigmento in quantità diversa a seconda dell'età degli animali, nucleo relativamente grande a doppio contorno, nucleolo ben spiccato ecc.; mentre, alla mia volta, come già Deiters,

(1) Ludw. Stieda, *Studien über das centrale Nervensystem der Vögel und Säugethiere.* Zeitschr. f. wissenschaftl. Zool. 1869. — Idem., *Studien über das centrale Nervensytem de Wirbelthiere,* Bd. XX, 1870.

(2) Mathias Duval, *Récherches sur l'origine réelle des Nerfs craniens.* Journal de l'Anatomie et de la Physiologie, 1876, 1877, 1878, 1879 (Pathétique, pag. 451, 1878 e 492, 1879).

trovo che, per la fisonomia d'insieme queste cellule in realtà richiamano in modo sorprendente le cellule nervose dei gangli cerebro spinali in genere (interspinali, ganglio di Gasser, g. glosso-faringeo, genicolato ecc.), per mio conto devo particolarmente rilevare che, con regola costante esse sono provvedute di un solo prolungamento: sono monopolari nel senso più assoluto (v. fig. 1ª).



Cellula nervosa monopolare normale. — Dalla base delle eminenze bigemine posteriori di coniglio.

Quest'unico prolungamento presenta i caratteri di prolungamento nervoso: mancano completamente i prolungamenti protoplasmatici.

« Se detto prolungamento unico, sia pel modo di emanare dal corpo delle cellule, che per l'aspetto suo e pel modo di decorrere, si fa conoscere, con evidenza, quale prolungamento nervoso, questo suo carattere è documentato, così da risultarne la certezza assoluta, dal rivestimento mielinico, che acquista a poca distanza dalla sua origine.

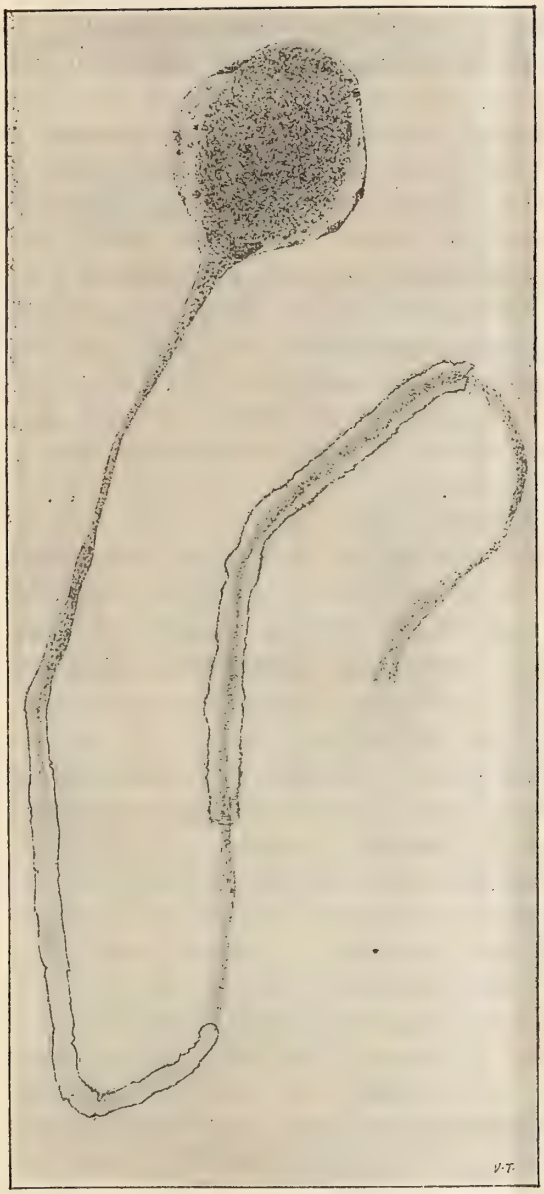
« Siffatta dimostrazione riesce eccezionalmente facile anche nei preparati ottenuti mediante gli usuali procedimenti diretti ad ottenere la disgregazione degli elementi. All'uopo io mi sono con certa prevalenza giovato dell'alcool al quarto (alcool a 60° parti 1; Acqua p. tre; immersione in questo liquido per 2, 3, 4, 5 giorni; scuotimento de' pezzetti di tessuto in provetta con soluzione normale di cloruro sodico leggermente tinta col picrocarmino; aggiunta alla goccia di sedimento raccolta mediante pipetta e depositata su portoggetti di piccola quantità di glicerina; applicazione del copraggetti dopo parecchie ore di evaporazione) — Nei preparati così confezionati, s'intende avendo presi i pezzetti di tessuto nei punti più adatti, frequentemente accade

che, in uno solo di essi, si trovino numerosi esemplari di cellule ben isolate in ottimo stato di conservazione e con prolungamento di sorprendenti lunghezze, talora nudo, talora per tratti più o meno lunghi rivestito da mielina. Devo però notare che i preparati di tal fatta (con facile dimostrazione del rivestimento mielinico dell'unico prolungamento delle cellule globose), io li ho con molto maggiore facilità e frequenza ottenuti da animali nei quali era in corso l'infezione rabbica. Credo che ciò possa spiegarsi col fatto che, per effetto della condizione patologica speciale, il prolungamento di molte cellule presentandosi tumefatto in modo diffuso o a tratti (v. fig. 2ª), da ciò risulti, molto verosimilmente, un più stretto rapporto fra esso prolungamento e lo stroma neurocheratinico incluso nella mielina.

« Data la singolare analogia di queste cellule monopolari colle cellule de gangli cerebro spinali, non si può a meno di fare anche la domanda se, oltre alla fisonomia d'insieme e la monopolarità, esse abbiano anche l'altra nota, non meno caratteristica per le cellule gangliari spinali, quella dell'involucro pericellulare di protezione e limitazione rispetto alle parti circostanti. Nell'impossibilità di dare a questo quesito una risposta precisa in senso affermativo o negativo, anche su questo punto, per attenermi rigorosamente alle cose vedute, e che posso sempre dimostrare, stimo opportuno rilevare, quale dato piuttosto indiretto, la frase colla quale io ho fatto cenno di altra, fra le particolari alterazioni a cui queste cellule vanno incontro per effetto dell'infezione rabbida, e che han dato argomento alla surricordata mia comunicazione sull'anatomia patologica della rabbia sperimentale. « Un'altra modificazione, io dissi allora [1], dalla quale le stesse cellule sono colpite, come risulta dai preparati e dalle figure che presento, è rappresentata dalla formazione di una zona periferica del corpo cellulare, zona avente aspetto omogeneo e contenente qualche volta evidenti nuclei, qualche volta piccoli cumuli di granuli, che assumono intensamente le sostanze coloranti ... rispetto all'interpretazione di quest'alterazione, mi limito a notare che, a mio avviso, essa è verosimilmente l'espressione di accentuazione patologica di un fatto il quale, in condizioni normali è così poco accennato da sfuggire all'attenzione, cioè all'esistenza, in alcune fra le cellule in questione, di un tenue involucro pericellulare. Ma anche su questo punto mi riservo di fare ulteriori indagini ». Su tale punto, in verità, anche ora ho poco da aggiungere. In generale, nei preparati per disgregamento, i corpi cellulari appariscono nudi; ma credo ad ogni modo di poter dire che in un certo numero di essi, così nei preparati per disgregamento, come in quelli per sezione, in seguito a colorazione carminica si può qualche volta scorgere, strettamente applicati alla superficie, di piatto, o sui margini, quindi facenti lieve sporgenza, uno o

[1] Rendiconto della Soc. Med. Chir. di Pavia nella « Gazzetta Medica di Pavia », n. 8, anno 1.

due nuclei circondati da un'aereola di estrema delicatezza. Per poter affermare l'esistenza su una parte di queste cellule, quale fatto costante, di un involucro pericellulare, avrei voluto ottenere un reperto più spiccato e più costante; non per questo, però, massime col riscontro del reperto patologico suaccennato, e che posso documentare con buon numero di preparati, il reperto normale del quale ora ho fatto parola, rispetto alla questione dell'esistenza o mancanza di un involucro pericellulare, credo meriti meno di essere rilevato (fig. 2ª).



Cellula nervosa monopolare in istato patologico (zona periferica omogenea con nuclei e granuli cromatinici; carattere grossolanamente granuloso della sostanza cellulare; spostamento del nucleo verso l'origine dell'unico prolungamento-fibra-nervosa; stato granuloso e i rigonfiamenti circoscritti o diffusi di questo). — Dalle eminenze bigemine posteriori di coniglio morto in seguito ad inoculazione di virus rabbico fisso.

« Nell'intento di meglio conoscere i caratteri d'insieme, i rapporti, e sopratutto il modo di comportarsi dell'unico prolungamento, naturalmente io non ho mancato di tentare anche l'applicazione dei miei metodi di colorazione nera. Anzi, giudicando io, che, per l'accertamento di detti rapporti, l'uso di quei metodi debba ormai ritenersi indispensabile, ho fatto di essi una larga ed insistente applicazione, seguendo tutte le modificazioni che, per la buona riuscita, potevo giudicare apportune. Pur troppo da questo lato i risultati ottenuti non hanno corrisposto alla mia aspettazione: anche in ciò comportandosi in modo conforme alle cellule nervose dei gangli spinali, le cellule monopolari che sono oggetto di questa descrizione, si sono mostrate eccezionalmente ribelli alla colorazione nera! Solo in pochissimi casi,

e sempre per isolate individualità cellulari, ebbi risultati positivi; ed è per questo che, finora, non seppi decidermi a comunicare i risultati già ottenuti, anche in altro modo, sebbene li giudicassi abbastanza interessanti. Risultati migliori ottenni per le fibre che dalle cellule medesime sono formate.

« Ad ogni modo, il poco che ho ottenuto anche colla colorazione nera, a mio giudizio include altro abbastanza interessante contributo allo studio delle questioni sulle quali ho voluto richiamare l'attenzione degli anatomici. E, innanzi tutto, credo di dover notare che, nei pochi casi nei quali ottenni la colorazione nera dei corpi cellulari e del loro prolungamento, all'infuori della constatazione del carattere monopolare, ho potuto determinare che lo stesso unico prolungamento, portandosi all'indietro, va ad unirsi al fascio del quale, col metodo di Weigert, ho potuto direttamente constatare la uscita dalle eminenze bigemine per entrare nel *velum medullare*, d'onde, come è ben noto, emerge il patetico. In realtà, abbastanza di frequente, tale non è la primitiva direzione del prolungamento, se non che esso non tarda ad assumerla, dopo una curva più o meno spiccata, a seconda del punto di emergenza dal corpo cellulare e della situazione di quest'ultimo.

« Ma altro fatto al quale io devo attribuire un notevole significato nel riguardo della interpretazione fisiologica dei dati morfologici, ha richiamato la mia attenzione nei preparati colla colorazione nera. Trattasi dell'emissione di fibrille collaterali, fatta, dal prolungamento-fibra-nervosa delle cellule globose, nel suo decorso per portarsi all'uscita dalla sostanza grigia. Tali fibrille sono di estrema finezza, in numero assai scarso, emanano di regola ad angolo retto, e suddividendosi a breve distanza dal punto d'origine, vanno a perdersi nella circostante sostanza grigia. E superfluo il dire che a questo reperto credo spetti lo stesso significato che già io ho attribuito a particolarità identica da me dimostrata per le fibre nervose in generale, e più particolarmente pel prolungamento nervoso delle cellule motrici del midollo spinale.

« La notata analogia delle cellule globose delle eminenze bigemine colle cellule nervose de' gangli spinali, fa sorgere altro quesito; quello se l'unico prolungamento di queste cellule per avventura si comporti in modo identico a quello dell'unico prolungamento delle cellule gangliari cerebro-spinali, cioè offra la divisione in due rami con opposta destinazione. Le osservazioni da me fatte per verificare l'eventuale esistenza di tale contegno, ebbero finora risultato negativo. Con ciò, naturalmente, non escludo che ulteriori osservazioni, in preparati con più diffusa reazione, possano dare diverso risultato.

« Finalmente nei preparati per sezione, sia trattati coi comuni spedienti, sia confezionati secondo il metodo di Weigert, su altra particolarità venne richiamata la mia attenzione, quella dei rapporti abbastanza speciali che le cellule monopolari presentano coi vasi sanguigni. Il corpo delle cellule medesime vedesi strettamente abbracciato (così da ricordare, in qualche modo, il noto reperto di Fritsch a proposito di un gruppo di grandi cellule nervose

del midollo allungato del *Lophius piscatorius*) da una rete capillare insolitamente distinta, dalla rete capillare delle parti vicine: certo nulla di eguale ha luogo rispetto alle grandi cellule, sia di questa, sia di altre regioni del sistema nervoso centrale. Noto il fatto, senza fermarmi, per ora, a considerare quale possa esserne l'eventuale significato » [1].

Meccanica. — *Sulle vibrazioni dei corpi elastici.* Nota del Corrispondente Vito Volterra.

« 1. Siano u, v, w le componenti degli spostamenti dei punti d'un corpo elastico isotropo, secondo le direzioni degli assi coordinati x, y, z. Se u, v, w sono indipendenti da z, e si ammette che siano nulle le forze applicate ai punti della massa del corpo, le equazioni differenziali del movimento saranno

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + (b^2 - a^2)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u^2}{\partial y^2}\right) + (b^2 - a^2)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2\left(\frac{\partial w^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \tag{3}$$

nelle quali si sono denotate respettivamente con a, b, le velocità con cui si propagano le vibrazioni trasversali e longitudinali.

« In una Nota pubblicata l'anno scorso in questi Rendiconti [2] ho dato una formula relativa alla equazione (3), che comprende in sè quella ben nota di Poisson-Parseval e mediante la quale mi sembra che venga posta in chiara luce la esistenza relativamente alla equazione stessa di certe superficie coniche le quali godono di quelle stesse proprietà che posseggono le linee *caratteristiche* nel caso delle equazioni differenziali a due variabili.

« Mi propongo ora di estendere il metodo tenuto per la (3) al caso del sistema di equazioni differenziali simultanee (1) e (2).

« 2. A tal fine osserviamo che le equazioni stesse possono scriversi sotto la forma seguente:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= b^2\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + a^2\frac{\partial \varpi}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= b^2\frac{\partial \vartheta}{\partial y} - a^2\frac{\partial \varpi}{\partial x} \end{aligned}\right. \tag{4}$$

in cui si è posto per brevità

$$\vartheta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varpi = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}.$$

(1) Sarà pubblicata nel fascicolo prossimo la seconda parte della Nota.

(2) Vol I, 2° Sem., Serie 5ª, fasc. 8.

« Di queste quantità ϑ e ϖ è ben conosciuto il significato cinematico.

« Noi considereremo in tutto ciò che segue x, y, t come le coordinate cartesiane dei punti di uno spazio a tre dimensioni, ed esamineremo un campo S di esso, limitato da un contorno Σ.

« Se u_1, v_1 è un sistema di integrali delle (4) regolari entro S, ed a questa stessa condizione soddisfano pure gl' integrali u, v; mediante il noto procedimento d' integrazione per parti, otterremo la formula

$$(5)\qquad \int_\Sigma \Big\{ u_1 \Big(\frac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \Big) + \\ + v_1 \Big(\frac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx \Big) \Big\} d\Sigma = \\ = \int_\sigma \Big\{ u \Big(\frac{\partial u_1}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta_1 \cos nx - a^2 \varpi_1 \cos ny \Big) + \\ + v \Big(\frac{\partial v_1}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta_1 \cos ny + a^2 \varpi_1 \cos nx \Big) \Big\} d\Sigma ,$$

in cui ϑ_1 e ϖ_1 denotano le quantità analoghe a ϑ e ϖ rispetto al sistema d' integrali u_1, v_1.

« 3. Consideriamo ora l'equazione

$$(6)\qquad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} .$$

« Posto

$$\theta = \frac{t}{\sqrt{x^2 + y^2}} ,$$

cerchiamo gl' integrali della (6) i quali sono della forma $t\,\psi(\theta)$.

« La (6) si trasforma allora nell'altra

$$(6')\qquad \theta (1 - \theta^2) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + (2 - \theta^2) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = 0$$

la quale ammette l' integrale

$$\psi = \frac{\sqrt{\theta^2 - 1}}{\theta} + \log (\theta - \sqrt{\theta^2 - 1}).$$

« Nel caso in cui $\theta > 1$, questo integrale si conserverà sempre reale, e dovremo prendere i radicali nel loro valore assoluto.

« Ne segue che

$$\varphi (t, x, y) = t \Big(\frac{\sqrt{\theta^2 - 1}}{\theta} + \log (\theta - \sqrt{\theta^2 - 1} \Big)$$

sarà un integrale della (6). Per conseguenza, essendo t_1, x_1, y_1, tre costanti, i seguenti sistemi di funzioni

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{\partial\varphi\big(a(t_1-t),\, x-x_1,\, y-y_1\big)}{\partial y} \\[2ex] v_1 = -\dfrac{\partial\varphi\big(a(t_1-t),\, x-x_1,\, y-y_1\big)}{\partial x} \end{cases}$$

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{\partial\varphi\big(b(t_1-t),\, x-x_1,\, y-y_1\big)}{\partial x} \\[2ex] v_1 = \dfrac{\partial\varphi\big(b(t_1-t),\, x-x_1,\, y-y_1\big)}{\partial y} \end{cases}$$

ci daranno due sistemi d'integrali delle (4).

« Eseguendo le derivazioni essi possono scriversi sotto la forma

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}{r^2}(y-y_1) = \dfrac{\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}{r}\,\text{sen}\,\omega \\[2ex] v_1 = -\dfrac{\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}{r^2}(x-x_1) = -\dfrac{\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}{r}\cos\omega \end{cases}$$

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{\sqrt{b^2(t_1-t)^2-r^2}}{r^2}(x-x_1) = \dfrac{\sqrt{b^2(t_1-t)^2-r^2}}{r}\cos\omega \\[2ex] v_1 = \dfrac{\sqrt{b^2(t_1-t)^2-r^2}}{r^2}(y-y_1) = \dfrac{\sqrt{b^2(t_1-t)^2-r^2}}{r}\,\text{sen}\,\omega \end{cases}$$

essendo

$$x - x_1 = r\cos\omega\,, \qquad y - y_1 = r\,\text{sen}\,\omega.$$

« 4. Cominciamo dall'applicare il sistema d'integrali (I). Avremo allora

$$\begin{cases} \vartheta_1 = 0\,, \\ \varpi_1 = \Delta^2\varphi = -\dfrac{1}{\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}} \\[2ex] \dfrac{\partial u_1}{\partial t} = -\dfrac{a^2(t_1-t)}{r\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}\,\text{sen}\,\omega\,, \quad \dfrac{\partial v_1}{\partial t} = \dfrac{a^2(t_1-t)}{r\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}\cos\omega \end{cases}$$

onde la (5) diventerà

$$(7)\quad \int_{\Sigma} \frac{\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}}{r} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \right] \operatorname{sen} \omega - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx \right] \cos \omega \right\} d\Sigma =$$

$$= \int_{\Sigma} \frac{a^2}{r\sqrt{a^2(t_1-t)^2-r^2}} \left\{ u \left[-(t_1-t) \cos nt \operatorname{sen} \omega + r \cos ny \right] \right\} +$$

$$+ v \left[(t_1-t) \cos nt \cos \omega - r \cos nx \right] \Big\} d\Sigma.$$

« Affinchè questa formula sia valida dovremo scegliere il campo S in modo tale che in esso le u_1, v_1 siano regolari. Perciò lo sceglieremo nella seguente maniera.

« Per il punto x_1, y_1, t_1 come vertice si conducano due coni di rotazione M, N aventi l'asse ζ parallelo all'asse t e le aperture 2μ, 2ν, tali che

$$\operatorname{tg} \nu < \operatorname{tg} \mu < a$$

« Si limiti mediante una superficie σ una porzione interna al cono M tale che in essa si abbia sempre $t < t_1$; quindi si conduca il piano Λ avente per equazione

$$t = t_1 - \varepsilon, \qquad (\varepsilon > 0).$$

« Prendiamo per campo S quello racchiuso dalle quattro superficie M, N, Λ, σ. Il suo contorno Σ sarà formato dalle porzioni di queste superficie che denoteremo rispettivamente con M′, N′ Λ', σ'. (V. fig. 1).

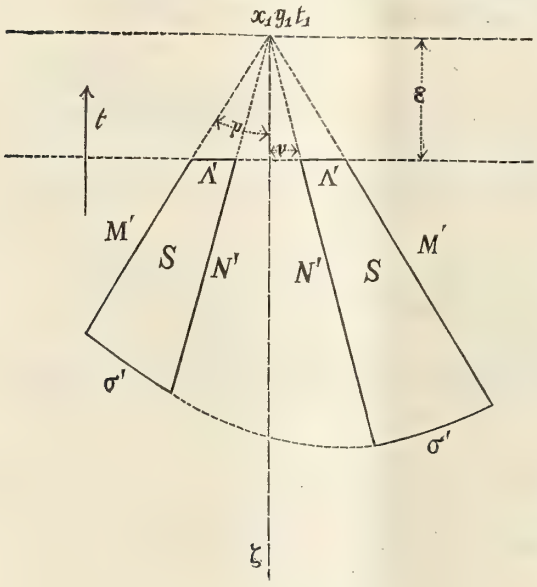


Fig. 1.

« Sopra i due coni M e N abbiamo

$$(8)\quad \begin{cases} \dfrac{\cos ny}{\cos nt} = \dfrac{t_1-t}{r} \operatorname{sen} \omega \\[2ex] \dfrac{\cos nx}{\cos nt} = \dfrac{t_1-t}{r} \cos \omega \end{cases}$$

quindi applicando la (7), la parte dell' integrale che comparisce nel secondo membro la quale è esteso alle due porzioni M′, N′ del contorno si annullerà, onde la integrazione nel secondo membro andrà estesa soltanto a Λ' e a σ'.

« Facciamo ora crescere l'angolo μ fino a che tg μ divenga eguale ad a; allora lungo M′ il radicale

$$\sqrt{a^2 (t_1 - t)^2 - r^2}$$

sarà nullo, e perciò nel primo membro la integrazione andrà estesa a N′, Λ′, σ' solamente. Posto dunque

$$(9)\ \Omega' = \int_{\sigma'} \frac{\sqrt{a^2 (t_1 - t)^2 - r^2}}{r} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \right] \operatorname{sen} \omega - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx \right] \cos \omega \right\} d\sigma'$$

$$- \int_{\sigma'} \frac{a^2}{r \sqrt{a^2 (t_1 - t)^2 - r^2}} \left\{ u \left[- (t_1 - t) \cos nt \operatorname{sen} \omega + r \cos ny \right] + \right.$$

$$\left. + v \left[(t_1 - t) \cos nt \cos \omega - r \cos nx \right] \right\} d\sigma$$

$$\Theta' = - \int_{N'} \frac{\sqrt{a^2 (t_1 - t)^2 - r^2}}{r} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \right] \operatorname{sen} \omega - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx \right] \cos \omega \right\} dN$$

$$\chi' = - \int_{\Lambda'} \frac{\sqrt{a^2 (t_1 - t)^2 - r^2}}{r} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \right] \operatorname{sen} \omega - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx \right] \cos \omega \right\} d\Lambda$$

$$+ \int_{\Lambda'} \frac{a^2}{r \sqrt{a^2 (t_1 - t)^2 - r^2}} \left\{ \left[- (t_1 - t) \cos nt \operatorname{sen} \omega + r \cos ny \right] + \right.$$

$$\left. + v \left[(t_1 - t) \cos nt \cos \omega - r \cos nx \right] \right\} d\Lambda$$

avremo

$$\Omega' = \Theta' + \chi'.$$

« Ora tenendo presente le (8) si ricava che sul cono N′ sono soddisfatte le condizioni

$$\cos nt = \operatorname{sen} \nu$$

$$\cos nx = \cos \nu \cos \omega$$

$$\cos ny = \cos \nu \operatorname{sen} \omega$$

$$dN = \frac{r d\omega\, dt}{\cos \nu}$$

$$r = (t_1 - t) \operatorname{tg} \nu$$

quindi

$$\Theta' = -\int_0^{2\pi} d\omega \int_{t'}^{t_1-\varepsilon} a(t_1-t)\sqrt{1-\frac{\operatorname{tg}^2\nu}{a^2}}\left\{\left[\frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{tg}\nu - b^2\vartheta\cos\omega - a^2\varpi\operatorname{sen}\omega\right]\operatorname{sen}\omega - \right.$$

$$\left. -\left[\frac{\partial v}{\partial t}\operatorname{tg}\nu - b^2\vartheta\operatorname{sen}\omega + a^2\varpi\cos\omega\right]\cos\omega\right\} dt$$

$$= a^3\sqrt{1-\frac{\operatorname{tg}^2\nu}{a^2}}\int_0^{2\pi} d\omega \int_{t'}^{t_1-\varepsilon}(t_1-t)\,\varpi\,dt -$$

$$- a\operatorname{tg}\nu\sqrt{1-\frac{\operatorname{tg}^2\nu}{a^2}}\int_0^{2\pi} d\omega \int_{t'}^{t_1-\varepsilon}(t_1-t)\left(\frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{sen}\omega - \frac{\partial v}{\partial t}\cos\omega\right) dt$$

chiamando t' le coordinate t dei punti di intersezione di N′ con σ'

« Sul piano Λ si ha

$$d\Lambda = r\,dr\,d\omega\,, \quad \cos nt = -1\,, \quad \cos nx = \cos ny = 0\,, \quad t_1 - t = \varepsilon\,,$$

per conseguenza

$$\chi' = \int_0^{2\pi} d\omega \int_{\varepsilon\operatorname{tg}\nu}^{\varepsilon a}\left\{\sqrt{a^2\varepsilon^2 - r^2}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{sen}\omega - \frac{\partial v}{\partial t}\cos\omega\right) + \frac{a^2\varepsilon}{\sqrt{a^2\varepsilon^2 - r^2}}(u\operatorname{sen}\omega - v\cos\omega)\right\} dr$$

« Facciamo tendere ν verso zero; avremo

$$\Theta = \lim_{\nu=0}\Theta' = 2\pi a^3\int_{t_0}^{t_1-\varepsilon}(t_1-t)\,\varpi\,dt$$

$$\chi = \lim_{\nu=0}\chi' = \int_0^{2\pi} d\omega \int_0^{a\varepsilon}\left\{\sqrt{a^2\varepsilon^2 - r^2}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{sen}\omega - \frac{\partial v}{\partial t}\cos\omega\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a^2\varepsilon}{\sqrt{a^2\varepsilon^2 - r^2}}(u\operatorname{sen}\omega - v\cos\omega)\right\} dr$$

essendo t_0 la coordinata t del punto ove l'asse ζ incontra σ.

« Finalmente

$$\Omega = \lim_{\nu=0}\Omega'$$

sarà l'integrale stesso che comparisce nel socondo membro della (9), soltanto al limite la integrazione dovrà estendersi non più alla superficie σ', ma alla intera superficie σ_a compresa entro il cono M. Potremo dunque scrivere

$$\Omega = \Theta + \chi.$$

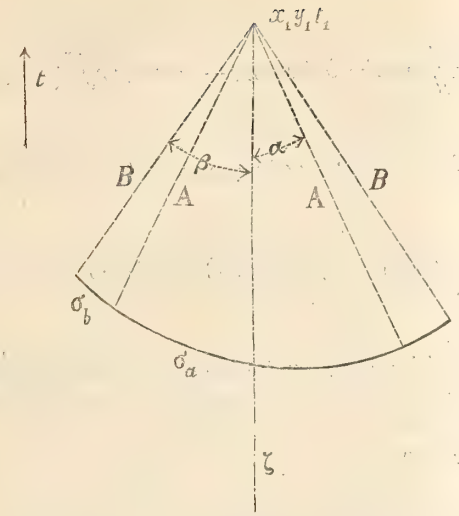


Fig. 2.

« Impiccoliamo ora indefinitamente ε, si avrà

$$\lim_{\varepsilon=0} \chi = 0$$

$$\lim_{\varepsilon=0} \Theta = 2\pi a^3 \int_{t_0}^{t_1} (t_1 - t)\, \varpi\, dt.$$

« Si potrà dunque concludere: Se per il punto x_1, y_1, t_1 come vertice si conduce il cono A di apertura 2α, (essendo $\operatorname{tg}\alpha = a$) ed avente l'asse ζ parallelo a t, e si chiama σ_a la porzione della superficie σ inclusa entro di esso, avremo

$$(10) \qquad 2\pi\, a^2 \int_{t_0}^{t_1} (t_1 - t)\, \varpi\, (x_1\, y_1\, t) dt = \Omega_a\ ,$$

essendo

$$(a) \quad \Omega_a = \int_{\sigma_a} \frac{\sqrt{(t_1 - t)^2 - \frac{r^2}{a^2}}}{r^2} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \right] (y - y_1) - \right.$$

$$\left. - \left[\frac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2\, \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx \right] (x - x_1) \right\} d\sigma$$

$$+ \int_{\sigma_a} \frac{1}{r^2 \sqrt{(t_1 - t)^2 - \frac{r^2}{a^2}}} \left\{ u \left[(t_1 - t)(y - y_1) \cos nt - r^2 \cos ny \right] - \right.$$

$$\left. - v \left[(t_1 - t)(x - x_1) \cos nt - r^2 \cos nx \right] \right\} d\sigma\ .$$

« 5. In modo del tutto analogo, partendo dagli integrali (II) si giunge al resultato seguente: Conduciamo per x_1, y_1, t_1 come vertice il cono B di apertura 2β, (essendo $\operatorname{tg}\beta = b$) ed avente per asse ζ, e si chiami σ_b la porzione di σ inclusa entro questo cono, allora

$$2\pi\, b^2 \int_{t_0}^{t_1} (t_1 - t)\, \vartheta\, (x_1, y_1, t)\, dt = \Omega_b$$

essendo

$$(b)\quad \Omega_b = \int_{\sigma_b} \frac{\sqrt{(t_1-t)^2-\frac{r^2}{b^2}}}{r^2}\left\{\left[\frac{\partial u}{\partial t}\cos nt - b^2\vartheta\cos nx - a^2\varpi\cos ny\right](x-x_1)+\right.$$

$$\left.+\left[\frac{\partial v}{\partial t}\cos nt - b^2\,\vartheta\cos ny + a^2\,\varpi\cos nx\right](y-y_1)\right\}d\sigma +$$

$$+\int_{\sigma_b}\frac{1}{r^2\sqrt{(t_1-t)^2-\frac{r^2}{b^2}}}\left\{u\left[(t_1-t)(x-x_1)\cos nt - r^2\cos nx\right]+\right.$$

$$\left.+v\left[(t_1-t)(y-y_1)\cos nt - r^2\cos ny\right]\right\}d\sigma\,.$$

« 6. Ciò premesso osserviamo che

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\vartheta dt = \int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\frac{\partial\vartheta}{\partial x}dt + (t_1-t_0)\,\vartheta_0\,\frac{\cos n_0\,x}{\cos n_0\,t}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_1}\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\vartheta dt = \int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\frac{\partial\vartheta}{\partial y}dt + (t_1-t_0)\,\vartheta_0\,\frac{\cos n_0\,y}{\cos n_0\,t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\varpi dt = \int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\frac{\partial\varpi}{\partial x}dt + (t_1-t_0)\,\varpi_0\,\frac{\cos n_0\,x}{\cos n_0\,t}$$

$$\frac{\partial}{\partial y_1}\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\varpi dt = \int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\frac{\partial\varpi}{\partial y}dt + (t_1-t_0)\,\varpi_0\,\frac{\cos n_0\,y}{\cos n_0\,t}$$

in cui si sono denotati con ϑ_0 e ϖ_0 rispettivamente i valori di ϑ e ϖ nel punto x_1, y_1, t_0, e con n_0 la normale a σ in questo stesso punto.

« Perciò

$$\frac{1}{2\pi}\left[\frac{\partial\Omega_b}{\partial x_1}+\frac{\partial\Omega_a}{\partial y_1}\right] = \int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\left\{b^2\frac{\partial\vartheta}{\partial x}+a^2\frac{\partial\varpi}{\partial y}\right\}dt +$$

$$+\frac{t_1-t_0}{\cos n_0\,t}\left[b^2\,\vartheta_0\cos n_0\,x + a^2\,\varpi_0\cos n_0\,y\right]$$

$$\frac{1}{2\pi}\left[\frac{\partial\Omega_b}{\partial y_1}-\frac{\partial\Omega_a}{\partial x_1}\right] = \int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\left\{b^2\frac{\partial\vartheta}{\partial y}-a^2\frac{\partial\varpi}{\partial x}\right\}dt +$$

$$+\frac{t_1-t_0}{\cos n_0\,t}\left[b^2\,\vartheta_0\cos n_0\,y - a^2\,\varpi_0\cos n_0\,x\right]\,.$$

« Ma per le (4)

$$\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\left\{b^2\frac{\partial\vartheta}{\partial x}+a^2\frac{\partial\varpi}{\partial y}\right\}dt=\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}dt=$$

$$=u(x_1,y_1,t_1)-u(x_1,y_1,t_0)-(t_1-t_0)\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_0$$

$$\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\left\{b^2\frac{\partial\vartheta}{\partial y}-a^2\frac{\partial\varpi}{\partial x}\right\}dt=\int_{t_0}^{t_1}(t_1-t)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}dt=$$

$$=v(x_1,y_1,t_1)-v(x_1,y_1,t_0)-(t_1-t_0)\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_0$$

in cui l'indice 0 attribuito a $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial v}{\partial t}$ denota che i valori di queste quantità vanno presi nel punto x_1, y_1, t_0.

« Otterremo quindi finalmente le formule

$$(11)\quad\begin{cases} u(x_1,y_1,t_1)=u(x_1,y_1,t_0)+\dfrac{t_1-t_0}{\cos n_0 t}\left[\left(\dfrac{\partial u}{\partial t}\right)_0\cos n_0 t-b^2\vartheta_0\cos n_0 x-\right. \\ \qquad\qquad\left.-a^2\varpi_0\cos n_0 y\right]+\dfrac{1}{2\pi}\left[\dfrac{\partial\Omega_b}{\partial x_1}+\dfrac{\partial\Omega_a}{\partial y_1}\right] \\ v(x_1,y_1,t_1)=v(x_1,y,t_0)+\dfrac{t_1-t_0}{\cos n_0 t}\left[\left(\dfrac{\partial v}{\partial t}\right)_0\cos n_0 t-b^2\vartheta_0\cos n_0 y+\right. \\ \qquad\qquad\left.+a^2\varpi_0\cos n_0 x\right]+\dfrac{1}{2\pi}\left[\dfrac{\partial\Omega_b}{\partial y_1}-\dfrac{\partial\Omega_a}{\partial x_1}\right] \end{cases}$$

essendo Ω_a, Ω_b, date dalle (a) (b).

« Queste formule esprimono i valori u e v nel vertice dei due coni, mediante i valori di u, v e delle loro derivate lungo le superficie σ_a, σ_b.

7. Le formule a cui siamo giunti costituiscono la naturale estensione di quelle che abbiamo date nei §§ 2, 3, 4 della Nota già citata *Sulle onde cilindriche nei mezzi isotropi*. I due coni A e B funzionano nel presente caso come il cono C considerato nella precedente comunicazione, e possono denominarsi i *coni caratteristici* del sistema di equazioni differenziali simultanee (1), (2). Nei §§ 8, 9 della detta Nota ho esaminato il caso in cui la superficie lungo la quale sono dati i valori della funzione incognita e delle sue derivate è esterna al cono C. Analogamente nel caso attuale il procedimento usato può applicarsi allorchè le superficie lungo le quali sono dati i valori delle funzioni incognite e delle loro derivate limitano delle regioni adiacenti al vertice *esterne* ai due coni A e B, anzichè delle regioni *interne* come abbiamo considerato nella presente Nota. Ciò formerà il soggetto di una prossima comunicazione nella quale darò ancora delle formule analoghe alle (11), nelle quali in luogo delle rotazioni degli elementi e delle dilatazioni, compariranno le componenti delle tensioni ».

Chimica. — *Alcune esperienze su composti pirrazolici* [1]. Nota di L. Balbiano e G. Marchetti.

I.

« Uno di noi ha dimostrato [2] che i cloruri dei radicali acidi, reagendo col 1-fenil-pirrazolo eliminano acido cloridrico e, sostituendo il radicale acido all'idrogeno metinico del nucleo pirrazolico, danno composti di natura acetonica, e più tardi il Dr. O. Severini [3] ha stabilito la posizione del gruppo sostituente. Rimaneva a dimostrare che anche i pirrazoli, che contengono l'idrogeno imidico, possono dare la stessa reazione coi cloruri acidi.

« Abbiamo tentato dapprima di preparare col 3-5-dimetil-pirrazolo il suo derivato benzoilico col metodo di Baumann [4]; agitando infatti una soluzione di dimetil-pirrazolo con idrato sodico e cloruro di benzoile e raffreddando per impedire lo sviluppo di calore che si ha nella reazione, si ottiene un olio leggermente colorato in giallo, che si raccoglie sul fondo del recipiente. Quest'olio è con molta probabilità il benzoil-derivato $C^3(CH^3)^2HN^2C^7H^5O$, il quale è però facilmente saponificato, anche dall'acqua, perchè nello spazio di poche ore lo strato oleoso separato dalla soluzione alcalina e sospeso in acqua ancora leggermente alcalina poco a poco si scioglie completamente e dalla soluzione si ha pirrazolo inalterato ed acido benzoico. Nello stesso modo, secondo le ricerche recentissime di Ed. Buchner [5] si comporta il derivato benzoilico del pirrazolo.

« Era nostro intendimento di preparare il benzoil-derivato per poi riscaldarlo in tubo chiuso e vedere se avvenisse la trasposizione del radicale acido: non essendo riusciti ad isolarlo, abbiamo sperimentato l'azione di un eccesso di cloruro di benzoile sul 3-5-dimetil-pirrazolo in tubo chiuso, perciò abbiamo riscaldato per 5 a 6 ore alla temperatura di 250°-260° gr. 10 di pirrazolo con 40 gr. di cloruro di benzoile. Il prodotto della reazione, massa nera catramosa, si versò in 250 a 300 c.c. di acqua, e quando il cloruro di benzoile fu decomposto, si salificò con carbonato sodico in polvere, rendendo la massa leggermente alcalina, indi si agitò ripetutamente con etere che lasciò indisciolto la maggior parte del catrame. L'estratto etereo colorato in bruno abbandonato a sè cristallizzò lentamente. I cristalli si depurarono per successive cristallizzazioni dall'alcole, decolorandoli con carbone animale. Una determinazione

(1) Lavoro fatto nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.
(2) Gaz. chim. Ital., vol. 19, p. 134.
(3) Rend. Acc. Lincei, vol. VII, 2° Semestre, pag. 377.
(4) Berl. Berich., 21, p. 2744.
(5) Liebig's Ann. 273, pag. 266.

di Azoto ci provò che il composto era un derivato dibenzoilico del 3-5-dimetil-pirrazolo.

« Difatti gr. 0,098 di sostanza secca sull'ac. solforico dettero cc. 7,8 di Azoto misurati alla temperatura di 8°,5 ed alla pressione ridotta a 0° di 740,^{mm}4.

	trovato	calcolato $C^{19}H^{16}O^2N^2$
N	9,33	9,21

La rendita in dibenzoil-derivato è all'incirca la quarta parte del pirrazolo impiegato; da 10 grammi ottenemmo gr. 2,5 di composto dibenzoilico.

« Questo nuovo composto cristallizza dall'alcole in piccoli prismi lucenti bianchi; è insolubile nell'acqua, poco solubile nell'alcool freddo, solubile nell'alcole caldo e nell'etere. Fonde a 124°-125,°5.

« I due benzoili hanno una differenza notevole di reazionabilità; quello attaccato all'azoto si lascia facilmente saponificare, mentre l'altro attaccato al carbonio resiste all'idratazione.

« Abbiamo trattato la soluzione alcoolica del composto con un eccesso di soluzione alcoolica di etilato sodico; riscaldando leggermente la soluzione si rapprese in una massa solida di benzoato sodico. Si trattò con acqua e si estrasse con etere. La parte acquosa conteneva benzoato sodico dal quale mediante l'acido cloridrico si mise in libertà l'acido benzoico, che si verificò al punto di fusione 121° ed all'odore caratteristico del suo vapore. La parte eterea colla distillazione dello sciogliente lasciò un olio che si sciolse in poco alcool bollente ed alla soluzione alcoolica si aggiunse tanta acqua calda finchè s'ottenne una leggera opalescenza; col raffreddamento si depositò una sostanza cristallizzata in begli aghi lunghi un centimetro, lucenti.

« L'analisi della sostanza condusse alla formola:

$$C^3(CH^3)^2\,C^7\,H^5\,O\,N^2\,H,\ 2H^2\,O.$$

« Difatti:

gr. 0,1997 di sostanza secca all'aria dettero gr. 0,4478 di CO^2 e gr. 0,1293 di H^2O.

gr. 0,0985, dettero c.c. 10 di Azoto misurati alla temperatura di 9° ed alla pressione ridotta a 0° di 744,^{mm}4.

« Da questi dati si calcola in 100 parti:

	trovato	calcolato
C	61,15	61,02
H	7,19	6,78
N	11,96	11,86

Questo benzoil-derivato cristallizza dall'alcole acquoso in lunghi aghi bianchi splendenti; è un po' solubile nell'acqua bollente, solubile nell'alcool e nell'etere. Riscaldato in tubicino di vetro a punti sottili fonde a 59°-60°, ma il liquido

non si fa completamente trasparente che a circa 90°. Bollito con soluzione acquosa-alcoolica di idrato potassico non viene saponificato. Si constatò la presenza dell' idrogeno imidico mediante il composto argentico. Si trattò la soluzione acquosa alcoolica del benzoilderivato con una soluzione acquosa di nitrato d'argento ammoniacale; si ebbe un precipitato bianco caseoso, che raccolto su filtro e lavato con acqua dette per la determinazione dell'argento il seguente risultato.

gr. 0,1891 di composto seccato sull'acido solforico lasciarono alla calcinazione gr. 0,0664 di argento.

« Ed in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^3(CH^3)^2C^7H^5ON^2Ag$
Ag	35,10	35,18

« Il composto benzoilico idratato perde l'acqua di cristallizzazione soggiornando nel vuoto sull'acido solforico e si converte in una massa amorfa, resina appiccaticcia, che sciolta nell'alcool acquoso riprende nuovamente le due molecole di acqua di cristallizzazione e con esse le proprietà primitive.

gr. 0,2692 di sostanza secca all'aria, dopo essere stati 7 giorni in un essicatore di Hempel nel vuoto sull'acido solforico perdettero gr. 0,041 di H^2O.

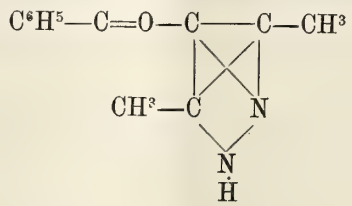
gr. 0,2143, dopo tre giorni perdettero gr. 0,0327 di H^2O e dettero alla combustione gr. 0,480 di CO^2 e gr. 0,1002 di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $2H^2O$
H^2O	15,23	15,26	15,26

		calcolato per $C^3(CH^3)^2C^7H^5ON^2H$
C	72,08	72,00
H	6,13	6,00

La formazione del composto argentico, e l'inalterabilità colla soluzione di idrato potassico, dimostrano che a questo derivato spetta la formola:



però non potemmo ottenere da esso nè un'ossima, nè un'idrazone. Abbiamo sperimentato tanto sul benzoil-derivato cristallizzato, quanto sull'amorfo ed anidro, adoperando in quest'ultimo caso come solvente l'alcool assoluto, ed abbiamo riottenuto sempre il composto inalterato.

« Questo fatto entra nella categoria di quelli citati da A. Hantzsch [1]

[1] Berl. Berich., t. 23, p. 2772.

e dimostra sempre più, confrontandolo col comportamento dell'1-fenil-4-acetil-pirrazolo, l'influenza dei gruppi alchilici sostituenti in posizione orto, sulla reazionabilità del CO rispetto all'idrossilamina ed alla fenilidrazina.

1-Fenil-3-5-difenil-pirrazolo e cloruro di benzoile.

« Al fine di vedere se il peso e la natura dei gruppi sostituenti avesse una qualche influenza sulla reazionabilità del CO acetonico rispetto ai due reagenti sumenzionati, abbiamo studiato il comportamento dell'1-fenil-3-5-difenil-pirrazolo col cloruro di benzoile.

« Si riscaldò in tubo chiuso per 10 ore alla temperatura di 250°-260° gr. 10 di trifenil-pirrazolo con 20 gr. di cloruro di benzoile. Il prodotto della reazione, massa bruna pastosa, si versò nell'acqua e quando tutto il cloruro di benzoile fu decomposto si saturò con carbonato sodico gli acidi liberi. Colla saturazione ed agitando la massa pastosa poco a poco indurì. Si filtrò, si lavò con acqua ed infine si cristallizzò ripetutamente dall'alcole.

« La rendita in questo caso è buona; si ebbe all'incirca 8 grammi di sostanza depurata.

« La determinazione dell'azoto condusse al seguente risultato:

gr. 0,1782 di sostanza secca nel vuoto sull'ac. solforico dettero c.c. 10,4 di Azoto misurati alla temperatura di 12° ed alla pressione ridotta a 0° di mm. 761.

	trovato	calcol. per $C^3(C^6H^5)^2C^7H^5ON^2C^6H^5$
N.	6,94	7,00

« L'1-fenil-3-5-difenil-4-benzoil-pirrazolo cristallizza dall'alcole in aghi fini splendenti raccolti a ciuffo, colorati leggermente in giallo; è pochissimo solubile nell'alcool freddo, poco solubile in quello caldo e nell'etere; insolubile nell'acqua. Fonde alla temperatura di 172°-173°. Bollito con soluzione acquosa alcolica di idrato potassico non si altera. Anche per questo composto non potemmo ottenere l'idrazone nè l'ossima, per cui rimane dimostrato, che la natura dei gruppi sostituenti non ha infiuenza sulla reazionabilità del CO acetonica, ma ostacola la reazione solo la posisione orto dei gruppi sostituenti.

« Il Dr. O. Severini [1] tentò inutilmente di introdurre nell'1-fenil-4-bromo-pirrazolo il radicale acetile, quantunque in esso pirrazolo esistano ancora gli atomi di idrogeno metinico nelle posizioni 3 e 5. Lo stesso comportamento presentano i derivati alchilici dei pirrazoli quando un gruppo alchilico occupa la posizione 4.

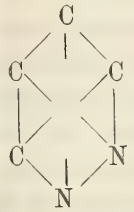
« L'1-fenil-4-metil-5-etil-pirrazolo quando viene riscaldato con un eccesso di cloruro di benzoile alla temperatura di 280°, per 6 ad 8 ore, non reagisce per niente, solo subisce una parziale e molto limitata resinificazione. Difatti

[1] L. c.

da 1 gr. di pirrazolo ne riottenemmo dopo tale trattamento circa gr. 0,8, inalterati. Se la temperatura viene elevata si produce una decomposizione profonda ed i tubi non resistono alla pressione.

II.

« Per sempre più estendere le nostre cognizioni sul nucleo pirrazolo, abbiamo tentato alcune reazioni che il prof. G. Ciamician (1) ed i suoi collaboratori hanno eseguito sul pirrolo, cioè abbiamo tentato di passare ad un nucleo:



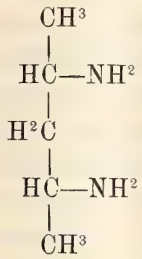
che Knorr (2) chiamò « piridizino » di cui probabilmente sono derivati l'etere dell'acido fenil-dimetil-piridizin-dicarbonico che egli preparò dall'etere diacetil-succinico e fenil-idrazina, ed il composto preparato da C. Paal (3), per azione della fenil-idrazina sull'aceto-fenon-acetone.

« Per azione del cloroformio sul pirrolo in presenza di alcoolato sodico, il Ciamician ottenne la β-cloro-piridina; noi abbiamo tentato la reazione col 3-5-dimetil-pirrazolo nelle stesse condizioni, ma riottenemmo nuovamente inalterata la stessa quantità di pirrazolo adoperato.

« Preparammo in seguito il composto sodico del dimetil-pirrazolo trattandone 10 grammi, riscaldato un po' al disopra del suo punto di fusione, colla quantità teorica di sodio. Il composto sodico si presentò sotto forma di una massa solida bianca, decomponibile dall'acqua e solubile nell'etere secco. Alla soluzione eterea aggiungemmo con precauzione poco a poco una soluzione eterea di cloroformio, raffreddando. Si ebbe un forte sviluppo di calore con deposito di cloruro di sodio e l'etere si colorò leggermente in giallo. La soluzione eterea si colorò in rosso nello svaporamento e rimase come residuo un olio colorato in rosso scuro. Si riprese un etere e si dibattè la soluzione eterea con acido cloridrico diluito. Dalla soluzione cloridrica si ricuperò all'incirca 2 grammi di pirrazolo inalterato. Nella parte eterea rimase una resina rossa che si sciolse nell'acido cloridrico fumante con colorazione violacea; ma non potemmo ottenere da essa nè un cloridrato cristallizzato, nè un cloroplatinato in istato analizzabile.

(1) Monografia sul Pirrolo.
(2) Berl. Berich., 18, p. 305.
(3) Berl. Berich., 17, p. 914.

« Abbiamo pure tentato di idrogenare il 3-5-dimetil-pirrazolo per passare ad una trimetil-endiamina



isomera della Cadaverina, ma sia adoperando zinco ed acido acetico, che acido cloridrico e stagno il pirrazolo rimase inalterato e si potè ricuperare nella quantità adoperata ».

Batteriologia. — *Sulle differenti proprietà biologiche che presentano talune varietà del diplococco lanceolato.* Nota del Socio Pio Foà.

« Già da qualche tempo ho segnalato due principali varietà del diplococco lanceolato (Pneumococco di Fränkel), le quali ho particolarmente distinte pel differente complesso di alterazioni anatomiche che esse erano capaci di provocare nel coniglio. Una delle varietà, ricavandosi più di frequente dall'essudato pneumonico, ho chiamato col nome di Pneumococco; l'altra, ricavandosi preferibilmente dall'essudato meningitico, ho chiamato col nome di Meningococco. Ma poichè tale denominazione empirica poteva dar luogo ad inesatte interpretazioni, ho preferito successivamente di distinguere le due varietà; l'una col nome di edematogena e l'altra con quello di fibrinogena, basandomi sulla qualità delle lesioni anatomiche che producono. Finalmente, avuto riguardo al meccanismo dell' azione patogena esercitata dalle due varietà, ho chiamato l'una: varietà *tossica*, e l'altra, varietà *settica*, poichè la prima produce rapidamente sintomi di avvelenamento; e l'altra sopravanza di gran lunga la prima nella rapidità con cui si moltiplicano nel sangue i singoli diplococchi.

« Ho dimostrato che in certi casi si può ottenere sperimentalmente di convertire l'una nell'altra varietà; ho pure dimostrato che una volta creato artificialmente in modo costante il tipo delle due varietà, questo si mantiene invariabile, per mutare che si faccia delle condizioni dell'esperimento, e che è possibile ottenere l'effetto patogeno ora dell'una, ora dell'altra varietà, ora di entrambi simultaneamente, adoperando delle mescolanze di esse in diverse proporzioni.

« A questi fatti ne aggiungo altri ricavati dalle mie ultime esperienze.

« Nello studio sull'immunità da diplococco pneumonico, ho trovato che prodotti solubili di questo microorganismo possono conferire l'immunità, ma in modo molto incostante. Trovai che facendo, invece, un estratto glicerico dei corpi stessi del microorganismo, si ricava una sostanza atta a conferire in modo costante una solida immunità verso il pneumococco. Ma se questo risultato è sicuro quando si adoperi la varietà edematogena, o tossica (Pneumococco), non è più tale quando s'adoperi la varietà fibrinogena o settica (Meningococco). In questo caso, l'estratto glicerico dei corpi dei rispettivi bacteri, dà dei risultati incerti e insufficienti rispetto all'immunità. Invece, a differenza dell'altra varietà, danno dei risultati migliori, i prodotti solubili del Meningococco. Insomma, fra le due varietà, rispetto alla produzione del principio immunizzante, vi è un modo inverso di comportarsi; l'una agisce principalmente col corpo dei bacteri; l'altra coi prodotti solubili.

« La spiegazione di questa differenza è con ogni verosimiglianza da ricercarsi in ciò che le due varietà producono sostanze non ugualmente diffusibili. La varietà tossica produce una sostanza assai poco diffusibile, il che dà ragione del trovarsene poco nel liquido filtrato della coltura, e dell'azione prevalentemente locale che il Pneumococco esercita nell'animale. La varietà settica, invece, fabbrica una sostanza molto diffusibile, il che dà ragione del rapido di moltiplicarsi nel sangue del diplococco; della nessuna azione locale; della scarsa azione esercitata dal corpo del bacterio e della molta azione esercitata, invece, dai filtrati delle rispettive colture.

« Ma questa non è la sola nuova differenza che ho trovato recentemente fra le due varietà di diplococchi lanceolati. Un'altra anche più importante ne rilevai, ed è questa che riassumo in brevi termini.

« Quando le due razze, o varietà di diplococchi, sieno ridotte a tipo costante e invariabile per mutare che si faccia delle condizioni dell'esperimento, e quando si preparino gli animali in modo da conferire loro l'immunità più solida col metodo più adatto, e quindi coll'estratto dei corpi dei bacteri pel pneumococco, colle colture filtrate pel Meningococco, o colle rispettive colture sterilizzate per entrambi, si trova che le due varietà non sono biologicamente equivalenti, poichè il coniglio sicuramente immune verso la varietà tossica, soccombe se viene infettato colla varietà settica, e così inversamente.

« La equivalenza delle due varietà descritte da alcuni autori probabilmente è dovuta al fatto, o che le stesse non erano costanti, il che si ottiene solo dopo molti passaggi, o che le due varietà erano simultaneamente rappresentate, come segue abbastanza spesso in natura. Separate nettamente che sieno le due varietà e rese che sieno assolutamente tipiche e costanti, esse non presentano più l'equivalenza biologica dei loro prodotti rispetto all'immunità.

« Sono note le ricerche di molti autori intese a dimostrare la proprietà terapeutica del siero di coniglio reso immune verso il diplococco lanceolato.

È noto che alcuni autori avrebbero trovato che il siero di coniglio immune ha azione specifica anche sull'uomo, avviandolo ad una più rapida guarigione dell'infezione pneumonica.

« Le ricerche numerosissime da me fatte, col variare all'infinito le condizioni dell'esperimento, mi hanno condotto alla conclusione che il siero del coniglio vaccinato in modo stabile contro il *Pneumococco* non ha alcuna azione terapeutica o antitossica, e non modifica affatto l'andamento dell'infezione pneumonica nel coniglio stesso. Onde alla teoria di un'azione specifica antitossica del siero di coniglio immune verso il *Pneumococco* mi è mancata fino ad ora la base sperimentale e non si possono spiegare gli effetti opposti, ossia terapeutici, ottenuti da alcuni autori sugli animali, se non ammettendo che essi adoperarono dei diplococchi a tipo incostante, o non affatto virulenti.

« La questione della siero terapia nel processo pneumonico non potrà dirsi risolta in senso positivo, se non quando si sarà ottenuto di salvare l'animale il più recettivo dall'infezione fatta col virus il più forte e il più costante. Fin ora nessuno ha dimostrato di avere ottenuto sperimentalmente un simile risultato.

« Studiando il siero del coniglio immune verso la varietà settica, gli effetti che se ne ottengono sono diversi da quelli prodotti dalla varietà tossica. Infatti, l'iniezione del siero di coniglio immune verso il meningococco fatta 24 ore circa prima dell'infezione, ritarda di 5 o 6 giorni la morte dell'animale; risultato questo, che da un lato lascia supporre, si possa pervenire fino al punto da salvare l'animale stesso; dall'altro lascia comprendere che un'azione specifica del siero in questi casi effettivamente sussista, poichè operando allo stesso modo con siero di coniglio normale, non si ottiene alcuna modificazione nell'andamento consueto dell'infezione.

« È importante il fatto che se l'infezione si fa simultaneamente coll'iniezione di siero, questa, nè preserva l'animale, nè ritarda la morte dello stesso; invece, il ritardo ha luogo, se il siero è iniettato 24 ore prima. Ciò significa che non si tratta di una sostanza presente nel siero che agisca come antiveleno, ma bensì di una sostanza che deve essere prima assimilata e forse elaborata dagli elementi dei tessuti, i quali alla loro volta reagiscono solo quando si trovano sotto lo stimolo dell'infezione, impedendo la propagazione dei bacteri nel sangue.

« Il meccanismo dell'immunità nelle infezioni settiche (carbonchio, dipl. lanceolato) è da considerarsi diverso da quello per le infezioni tossiche (tetano, difterite), e i criteri che si applicano a queste ultime non possono valere interamente per le prime, le quali devono essere studiate senza preconcetto, e accumulando i risultati sperimentali pazientemente raccolti, senza fretta di conchiudere ».

Astronomia. — *Osservazioni dell'ecclisse di sole del 16 aprile 1893 fatte al R. Osservatorio astronomico del Campidoglio.* Nota di A. Di Legge, presentata dal Socio Blaserna.

« Le circostanze di quest'ecclisse per Roma furono da me calcolate preventivamente sui dati della *Connaissance des Temps* pel 1893 (pag. 562).

« Eccone i risultati:

	Tempo medio civile del Campidoglio	Angolo di posizione
Principio dell'ecclisse	$16^h 20^m,6$	194°,2
Massima fase	17 2,7	
Fine dell'ecclisse	„ 39,8	114°,6
Grandezza del'ecclisse	0,250 posto il diametro del sole uguale ad 1.	

« L'ecclisse fu osservato da me e dal primo astronomo aggiunto signor F. Giacomelli per proiezione all'equatoriale di Merz, di $0^m,117$ di apertura, sull'immagine del disco solare del diametro di $0^m,42$.

« Il secondo astronomo aggiunto dott. A. Prosperi osservò ad un cannocchiale di Ramsden di $0^m,068$ di apertura coll'ingrandimento 70. I tempi erano presi da me e da Giacomelli ad un cronometro Dent a tempo medio, da Prosperi ad un pendolo siderale Fiorelli, le correzioni del cronometro e del pendolo vennero determinate con osservazioni meridiane fatte la sera del 15 e del 16 aprile.

« Dalle nostre osservazioni si ebbero i seguenti risultati:

1° contatto	Di Legge	$16^h 20^m 49^s,0$	tempo medio civile	del Campidoglio
	Giacomelli	„ „ 55,0	„	„
	Prosperi	„ „ 58,0	„	„
2° contatto	Di Legge	17 40 31,6	„	„
	Giacomelli	„ „ 26,6	„	„
	Prosperi	„ „ 35,8	„	„
Durata dell'ecclisse	Di Legge	1 19 42,6	„	„
	Giacomelli	„ „ 31,6	„	„
	Prosperi	„ „ 37,8	„	„

« Per la grandezza della fase massima, dedotta da varie misure prese sull'immagine proiettata del disco del sole, si ottenne 0,248 a $5^h,2^m$ circa.

« L'osservazione del primo contatto deve ritenersi migliore di quella del secondo in causa delle forti ondulazioni, che presentava il bordo solare alla fine dell'ecclisse.

« Durante l'ecclisse e specialmente verso la fine, il sole fu di tratto in tratto coperto dalle nubi ».

Meccanica. — *Sopra alcuni meccanismi.* Nota di D. Tessari (Riassunto di Memoria), presentata dai Socî Siacci e Favero [1].

« Premessa la definizione dell'eccentrico a feritoja, dimostro che le feritoje producenti un moto uniformemente accelerato dell'asta, possono essere generate da un piuolo preso comunque, e connesso ad una spirale d'Archideme, allorchè questa rotola sopra di una parabola. Estendendo poi questo risultato dimostro, che le feritoje producenti un moto dell'asta rappresentato dall'equazione: $s = a\,t^n$, possono essere generate da un piuolo preso comunque, e connesso ad una spirale avente per equazione polare: $r = \frac{na}{\omega^n}\theta^{n-1}$, allorchè questa rotola sopra di una parabola d'ordine n, avente per equazione: $x = \frac{an^n}{\omega^n}\,y^{n-1}$, essendo ω la velocità angolare costante del braccio movente. Ponendo la equazione della predetta spirale sotto la forma più semplice: $r = q\,\theta^m$, in cui q è una costante qualunque, ed m un numero intero maggiore di uno, e chiamandola spirale m.^{ma}, si dimostra, che essa può essere generata dal vertice di una parabola d'ordine m, che rotola sopra una spirale $(m - 1)$.^{ma} Definiti i punti che chiamo critici, mostro come questi possono vincersi col mezzo di altre feritoje producenti lo stesso moto dell'asta. Passo in seguito a dimostrare che le feritoje producenti un dato moto armonico dell'asta sono ellissi, generate dai punti connessi ad un circolo, il quale rotola internamente sopra di un altro circolo di diametro doppio, uguale alla corsa, ed il centro comune di tutte quelle ellissi coincide col centro di rotazione del braccio movente. In virtù della duplice generazione delle cicliche in generale, e della ellisse in particolare, risulta che una feritoja ellittica, il cui centro si muove lungo una retta passante pel centro di rotazione del braccio movente, produce un moto armonico, la cui corsa è uguale alla somma od alla differenza degli assi, secondochè il piuolo, ruotando sempre uniformemente per lo stesso verso, percorre quella feritoja ellittica pel verso opposto, oppure per lo stesso verso. Provo in seguito che fra gli eccentrici a scanalatura e quelli a feritoja esiste la seguente importante relazione: Le scanalature producenti un moto qualunque dell'asta, sono generate dal moto inverso di quello che genera le feritoje producenti lo stesso moto dell'asta, e reciprocamente. Da ciò si deduce subito, ad esempio, che le scanalature producenti un moto armonico dell'asta sono lumache di Pascal.

« Esamino finalmente quei meccanismi affini ai precedenti, nei quali la direzione dell'asta forma un angolo qualunque coll'asse del movente, e che chiamo ancora eccentrici. E dimostro che le scanalature atte ad imprimere all'asta un dato moto uniforme sono eliche tracciate sopra iperboloidi di

[1] V. pag. 441: *Relazioni di Commissioni.*

rivoluzione; e che le projezioni di tutte quelle eliche sopra un piano normale all' asse del movente, sono evolventi generali di un determinato circolo. Le feritoje producenti lo stesso moto uniforme dell'asta sono eliche tracciate sopra cilindri obliqui a base circolare; e le projezioni di tutte quelle eliche sopra un piano normale all'asse del movente sono linee trocoidi generate da un solo e determinato epiciclo.

« Esamino anolagamente le feritoje e le scanalature atte a produrre un moto uniformemente accelerato dell'asta, od il moto armonico della medesima, giungendo alla conclusione che la teoria di questi ultimi eccentrici è ridotta a quella degli eccentrici in cui l'asta è normale all' asse di rotazione del movente ».

Geologia. — *Notizie intorno alla natura del suolo di Roma.* Nota dell' ing. Enrico Clerici, presentata dal Corrispondente Fr. Bassani.

« A cominciare dal Gabrini e dal Ferber (1), tutti coloro che hanno parlato della costituzione geologica del suolo di Roma hanno, in pari tempo, fatto rimarcare la notevole differenza che si riscontra fra i terreni che rispettivamente formano le colline esistenti alla destra ed alla sinistra del Tevere.

« Da un lato prevalgono argille e sabbie ricche di conchiglie e di altre spoglie di corpi marini, dall'altro tufi vulcanici, marne, sabbie, calcari travertinosi, con conchiglie terrestri e d'acqua dolce.

« Il Ponzi nei suoi molteplici lavori mise sempre maggiormente in rilievo questa differenza talchè una certa meraviglia recò la scoperta fatta dal dott. Terrigi, ed annunciata a questa R. Accademia dall'illustre Quintino Sella, di marne sabbiose marine a foraminifere sul colle Quirinale alla quota abbastanza elevata di m. 30,40 sul mare (2).

« In quella stessa seduta il Ponzi, fatte alcune obbiezioni circa la qualità dei tufi che si trovarono nella stessa località, ritenne la scoperta interessantissima e tale da « provare che le rocce vulcaniche dal lato sinistro del Te- « vere riposano direttamente sulle marne plioceniche, senza l'intercorrenza « delle sabbie gialle, le quali forse mancano per sottrazione avvenuta prima « della deposizione dei tufi vulcanici ».

« L'esistenza del terreno marino alla sinistra del Tevere, come si vedrà

(1) Gabrini T., *Descrizione di una singolare petrificazione lungo la riva del Tevere presso il luogo detto l'Arco oscuro.* Antologia Romana, tomo VI, n. XXII, decembre 1779. — Ferber J. J., *Briefe aus Welschland über natürliche Merkwürdigkeiten dieses Landes.* Prag 1773.

(2) Terrigi G., *Considerazioni geologiche sul Quirinale.* Atti R. Acc. dei Lincei: Transunti, ser. 3ª, vol. I, seduta del 3 giugno. Roma 1887.

meglio in altra Nota, in cui sarà tenuto conto delle precedenti ricerche di Breislack, Brocchi ed altri, non poteva dirsi una vera e propria novità. Però il Ponzi ritornando, tre anni dopo, sullo stesso argomento (1) modificò la propria opinione sostenendo invece che le suddette marne sabbiose del Quirinale fossero addossate al tufo e che quest'ultimo costituisse il nucleo del colle.

« Non essendo stato esplorato il suolo a maggiore profondità nello stesso luogo studiato dal Terrigi, la questione poteva restar sospesa. Del resto nel rintracciare il terreno marino pliocenico alla sinistra del Tevere in Roma, a parte l'esatta corrispondenza dei singoli strati, non poteva esservi che questione di profondità esistendo esso alla destra nella città stessa ed alla sinistra a non grande distanza (10 o 12 km.) verso Monte Rotondo ed alla base dei Cornicolani. Anche il Ponzi molti anni prima lo aveva affermato.

« Il Terrigi continuando le sue ricerche ritrovò il terreno marino con foraminiferi in alcuni scavi per fondazioni di case all'angolo della via Balbo con l'attuale via Agostino Depretis e nei saggi estratti con trivellazione, fatta eseguire nel 1874 dall'ing. Vescovali, in piazza dell'Esquilino laddove una volta trovavasi l'ingresso della villetta Massimo (2).

« Alcuni anni dopo, le trivellazioni eseguite dall'ing. Perreau allo scopo di conoscere la natura dei terreni sui quali dovevasi fondare il palazzo per la Banca Nazionale confermarono l'esistenza nel colle Quirinale di argille a foraminifere (3) ed il fatto che i tufi non formano il nucleo del colle ma il tetto.

« Se i materiali estratti colla trivella permettono d'isolare e di studiare la fauna microscopica racchiusavi, essi non possono servire in modo assoluto per la comparazione con altri esistenti sopra terra e di facile accesso. Ma i lavori fatti per la sistemazione dell'Acqua Vergine nella piazza di Spagna ed alla salita di S. Sebastiano, oltre ad una fauna marina macroscopica e microscopica, mi offrirono buoni elementi per questa comparazione, ed ora non può esservi dubbio che le argille turchiniccie a pteropodi e globigerine ivi abbondantemente escavate siano perfettamente eguali a quelle che al Vaticano ed a M. Mario vengono estratte per la fabbricazione dei laterizi (4). Così oltre alla origine marina del sedimento fu possibile di stabilirne con sicurezza anche l'età.

« Decisi allora d'intraprendere un minuto esame di molti altri campioni

(1) Ponzi G., *Sui lavori del Tevere e sulle variate condizioni del Suolo Romano.* Atti della R. Acc. dei Lincei: Transunti, ser. 3ª, vol. IV, pag 203-208. Roma 1880.

(2) Terrigi G., *Fauna vaticana a foraminiferi delle sabbie gialle del plioceno subapennino superiore.* Atti dell'Acc. pont. de' nuovi Lincei, an. XXXIII, p. 34 e seg., estr., Roma 1880.

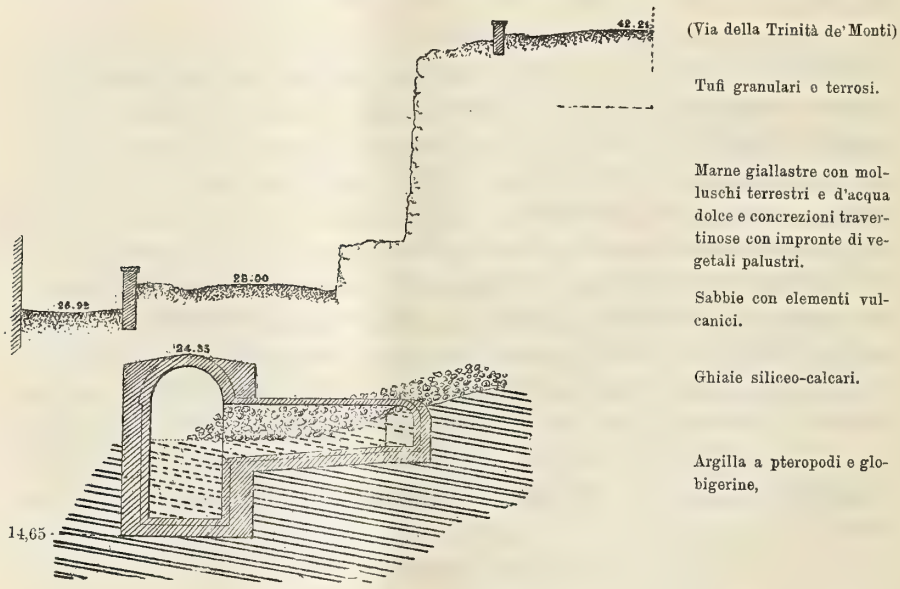
(3) Clerici E., *Sulla natura geologica dei terreni incontrati nelle fondazioni del palazzo della Banca Nazionale in Roma.* Boll. del R. Com. geolog. d'It., n. 9-10, Roma 1886.

(4) Clerici E., *Sulle argille plioceniche alla sinistra del Tevere nell'interno di Roma.* Boll. della Soc. geol. it., vol. X, Roma 1891. — Vedasi anche: Meli R., Boll. Soc. geol. it., loc. cit., pag. 25-29.

di argille raccolti quando l'attività edificatrice toccava il massimo, non che quelli di certe trivellazioni gentilmente comunicatimi dal R. Ufficio Geologico.

« A rendere più completo tale studio mi procurai, per la determinazione specifica delle foraminifere, la valida collaborazione del dott. G. Terrigi: ma sventuratamente per la morte che, nel novembre dello scorso anno, lo rapiva alla scienza ed agli amici, il progettato lavoro restò assai incompleto. Nondimeno l'importanza dell'argomento è tale che non sarà inutile la comunicazione di alcune notizie che vi si riferiscono.

« Come è noto l'acquedotto Vergine entra in città presso la porta del Popolo e passa sotto il Pincio in galleria ritornando quasi a fior di terra alla via di S. Sebastiano dove comincia la salita per andare al pubblico passeggio. In questo punto è stata costruita una grande piscina, o camerone sotterraneo, posta in comunicazione col canale d'arrivo dell'acqua. Alla quota di m. 19,50 sullo zero dell' idrometro di Ripetta s' incontrarono le argille turchiniccie che continuarono invariate per tutto lo scavo. Le pareti, ad eccezione del cielo, non richiesero straordinarie opere di sostegno sicchè queste non im-



Scala di 1 a 400.

pedirono menomamente di vedere l' andamento della stratificazione, costituito da tanti straterelli paralleli alti da 10 a 30 cent. ora più bluastri, ora più cenerognoli, ora carboniosi, ora sabbiosi, ora di argilla pura, alcuni ricchi di foraminifere, altri addirittura sprovvisti, come precisamente si osserva nelle cave della Valle dell'Inferno fra il Vaticano ed il Monte Mario. L'inclinazione guardata sui tagli fatti per le pareti longitudinali della piscina (il cui asse fa 17° a sinistra della linea N.S.) è di circa l'8 per °/₀; quella sulle pareti trasversali un poco minore, il 5 per °/₀.

« Al di sopra dell'argilla, per un paio di metri, si trovò un materiale giallastro argilloso mescolato con ghiaia e quindi ghiaia più grossa con sabbia silicea con qualche raro cristallino di augite e di sanidino. A sinistra, cioè verso O., il terreno era più profondamente rimescolato ed ingombrato da avanzi di antiche fondazioni. Lo stesso materiale costituito da pezzi dell'argilla turchina più o meno ingiallita mescolata a ghiaia rinvenni ad una quota molto più bassa (tra 12 e 13 m.), in fondo al vicolo Alibert cioè a 110 m. di distanza verso N.N.O., mentre si facevano le fondazioni per la chiesa del Collegio Francese. Ancora al disopra v'era un'argilla giallastra ricca di molluschi terrestri e d'acqua dolce.

« Nel seguente elenco, A indica le specie trovate nell'argilla giallastra, B quelle trovate nel sottoposto materiale argilloso mescolato con ghiaia.

Limax agrestis Lin. A
Amalia gagates Drap. (*Limax*) A
Hyalinia nitens Gmel. (*Helix*) A
» *pura* Adler (*Helix*) A
Helix pulchella Müll. A
» *carthusiana* Müll. A, B
» *cantiana* Mont. tipo e var. *minor* A
» *ammonis* Schm. A
» *variabilis* Drap. var. *alba* e var. *fasciata* A, B
» *pyramidata* Drap. A
Helix ventricosa Drap. A
» *acuta* Müll. A
» *nemoralis* Lin. A, B
» *aperta* Born. B
» *cincta* Müll. A
Stenogyra decollata Lin. (*Helix*) A
Cionella acicula Müll. (*Buccinum*) A
Pupa pygmaea Drap. A
Succinea Pfeifferi Rossm. A
Limnaea ovata Drap. A
Physa contorta Mich. B
Cyclostoma elegans Müll. (*Nerita*) A

« In un altro scavo fatto per l'impianto di un ascensore nel vicolo del Bottino proprio a ridosso del muraglione laterale della scalinata di S. Sebastiano, cioè appena 50 m. a S. della piscina, le argille sono apparse di nuovo intorno alla quota di m. 18, inclinate verso la massa del colle e costituenti una specie di collinetta molto distintamente scendente verso la piazza di Spagna. È ricoperta da ghiaie siliceo-calcari, ora un po' sabbiose, ora tenacemente conglomerate, e stratificate orizzontalmente. Ne furono visibili per un paio di metri; il soprastante terreno era rimaneggiato, trovandovisi il piano di posa dell'anzidetto muraglione, ma la loro potenza dovette essere maggiore.

« Le stesse ghiaie si ritrovarono alla piazza Mignanelli nell'ampliare un gruppo di fabbricati appoggiato al colle.

« Questa località è allineata con le altre tre già dette e distante dalla piscina 200 m. Sempre nella stessa direzione ed intorno a 500 m. di distanza, le ghiaie si trovarono nelle fondazioni del palazzo del Popolo Romano in via Due Macelli ed in quelle del fabbricato n. 80 (già 6) in via del Tritone, nella quale ultima località le ghiaie fornirono resti elefantini [1].

« Verosimilmente le argille turchine in questione costituiscono una col-

[1] Terrigi G., *Il colle Quirinale, sua flora e fauna lacustre e terrestre, fauna microscopica marina degli strati inferiori.* Atti dell'Acc. pont. de' nuovi Lincei, Roma 1888.

lina nell'interno del M. Pincio, alla quale è addossata la ghiaia ed altri sedimenti fluviali che finiscono per ricoprirla interamente. Questi sedimenti sono poi ricoperti da una ingente quantità di materiali vulcanici tufacei.

« I fossili macroscopici che raccolsi nell'argilla estratta per la costruzione della piscina sono i seguenti:

Erycina longicallis Phil.
Pecchiolia argentea Marit. (cfr.)
Arca aspera Phil.
Limopsis auritus Brocc.
Pecten (due piccole specie)
Nucula sulcata Bronn
Terebratulina caput-serpentis Phil.
Diacria tridentata Phil.
Cleodora pyramidata Lin.
Dentalium laevigatum Ponzi
" *elephantinum* Lin.
Cidaris remiger Ponzi
Trochocyathus mitratus E. H.
Flabellum Vaticani Ponzi

« Queste sono presso a poco anche le specie più comuni nelle argille del Vaticano e del M. Mario; lo stato di fossilizzazione è pure lo stesso. L'identità è ancora avvalorata dalla fauna microscopica, dai pezzi di legni di conifere e dalle minute fucoidi contenute nell'argilla. L'insieme delle specie caratterizzerebbe un deposito di mare profondo, una fanghiglia a globigerine, per la enorme abbondanza di esse. Però la mancanza delle pulvinuline e di altre specie proprie delle grandi profondità indica un deposito effettuato ad una profondità non molto rilevante e non molto lungi dalla spiaggia.

« Le numerose specie di cui segue l'elenco furono determinate dal Terrigi, perciò il paragone che se ne volesse fare con altri giacimenti del bacino di Roma, la cui illustrazione si deve al Terrigi, è pienamente giustificato.

Biloculina depressa D'Orb.
" *ringens* Lamk.
Miliolina agglutinans D'Orb.
" *trigonula* Lamk.
Spiroloculina tenuis Czjzek
" *limbata* D'Orb.
" *grata* Terquem
Haplophagmium globigeriniforme Parker et Jones
Textularia agglutinans D'Orb.
" *quadrilatera* Schwag.
" *gramen* D'Orb.
" *tenuis* D'Orb.
" *sagittula* Defr.
" *pala* Czjzek
Bigenerina nodosaria D'Orb.
" *digitata* D'Orb.
" *capreolus* D'Orb.
" *robusta* Brady
Clavulina parisiensis D'Orb.
" *cylindrica* Hantken
" *communis* D'Orb.
Bulimina pyrula D'Orb.
Bulimina ovata D'Orb.
" *Buchiana* D'Orb.
" *inflata* Seg.
Virgulina Schreibersi Czjzek
Bolivina punctata D'Orb.
" *dilatata* Reuss
Pleurostomella acuta Hantk. var. *buliminiformis*
" *alternans* Schw.
Cassidulina subglobosa Brady
Ellipsoidina (?) *ellipsoides* Seg. (?)
Lagena laevis Montg.
" *distoma* Parker et Jones
Nodosaria calomorpha Reuss
" *radicula* Lin.
" *inflexa* Reuss
" *perversa* Schw.
" *hispida* D'Orb.
" *mucronata* Neug.
" *Adolphina* D'Orb.
" *consobrina* D'Orb.
" *communis* D'Orb.
" *pyrula* D'Orb.

Nodosaria erculea Gümb.
Frondicularia inaequalis Costa
Cristellaria cultrata Montf.
" *crepidula* Ficht. et Moll
" *vortex* Ficht. et Moll
" *rotulata* Lamk.
" *convergens* Bornem.
" *Schloenbachi* Reuss
Uvigerina pygmaea D'Orb.
Globigerina bulloides D'Orb.
" " var. *triloba* Reuss
" *regularis* D'Orb.
" *sacculifera* Brady
" *aequilateralis* Brady (?)
Orbulina universa D'Orb.
" (doppia camera) *bilobata* D'Orb.
" *porosa* Terquem
Pullenia sphaeroides D'Orb.
Sphaeroidina bulloides D'Orb.
Discobrina globularis D'Orb.
Planorbulina rotula D'Orb.
Truncatulina lobatula Walker et Jacob
" *reticulata* Czjzek
" *Haidingeri* D'Orb.
" *Dutemplei* D'Orb.
" *Ungeriana* D'Orb.
" *refulgens* Montf.
" *tenera* Brady
" *Boueana* D'Orb.
" *variabilis* D'Orb.
Anomalina ariminensis D'Orb.
Rotalia Soldanii D'Orb.
Nonionina asterizans Fictel. et Moll.
" *umbilicatula* Montg.
" *depressula* Walk. et Jacob.

« Il versante occidentale del Monte Pincio è tuttora assai ripido e, come esso è in certo qual modo modellato sul nucleo di argilla a globigerine, così non farà molta meraviglia che tale argilla sia restata sconosciuta anche al Brocchi che fece minute indagini in parecchi luoghi al piede del monte e rivenne sempre sedimenti fluviali.

« Dalla località di piazza di Spagna dirigendosi verso il N. la costituzione del colle varia notevolmente. Alla piazza del Popolo si alternano, sabbie, marne, concrezioni travertinose, tufi ricomposti che il Brocchi (1) potè dettagliatamente esaminare facendosi in quell'epoca movimenti di terra per la sistemazione del pubblico passeggio. Il M. Pincio all'esterno delle mura prolungasi fin verso Ponte Molle in una serie di colline conosciute col nome di monti Parioli. Queste colline richiamarono già l'attenzione di L. v. Buch per il quale costituivano uno dei luoghi più rimarchevoli dei dintorni di Roma (2). Egli riconobbe la formazione travertinosa, tanto sviluppata in queste colline, identica a quella della cascata di Tivoli e nelle concrezioni trovò impronte di foglie di platano, castagno, noce, alloro, specialmente presso la villa di Papa Giulio. Il v. Buch non potè accertarsi su che roccia giacesse il travertino, ma al disotto vide uno strato di piccoli ciottoli policromi sottoposti a fina sabbia.

Nella costruzione della passeggiata dei M. Parioli, presso il I° miglio della via Flaminia, fu demolita una parte di quella collina nella quale s'inter-

(1) Brocchi G. B., *Dello stato fisico del suolo di Roma ad illustrazione della carta geognostica di questa città*, Roma 1820.

(2) v. Buch L., *Geognostische Beobachtungen auf Reisen durch Deutschland und Italien*, vol. II, pag. 41, Berlin 1809.

nano le catacombe di S. Valentino, le sole come osserva il Brocchi che non siano in roccia vulcanica.

« Alla base della collina vedesi un' argilla grigio-cenerognola, biancastra se asciutta, che non mostra molto chiaramente l'andamento della stratificazione, ma che ricorre orizzontalmente a quota lievemente più bassa nel fianco (nor-

Scala di 1 a 1000

1. Argilla grigia (nel mezzo della sezione: constatata mediante scavo). — 2. Sabbia grossolana ad elementi vulcanici (nel mezzo) e ghiaia a grossi elementi (a destra). — 3. Argilla cenerognola a foraminifere (in parte nascosta da frane). — 4. Sabbia ad elementi vulcanici. — 5. Sabbie quarzose giallognole a concrezioni travertinose (a sinistra contengono ghiaia ed elementi vulcanici).

male al taglio) della collina sul viale che conduce alla fonte di Acquacetosa, subito dopo gli avanzi della basilica di S. Valentino tornati in luce in seguito ai lavori di sterro. In quest' argilla ho trovato vestigia di molluschi marini (*Dentalium, Nucula*) ed abbondanti e ben conservate foraminifere. Il dott. Terrigi mi determinò le specie seguenti:

Miliolina seminulum Lin.
Haplophragmium globigeriniforme Parker et Jones
Bulimina pupoides D'Orb.
" *Buchiana* D'Orb.
" *ovata* D'Orb.
" *affinis* D'Orb.
Bolivina punctata D'Orb.
" *dilatata* Reuss
Pleurostomella alternans Schwag.
Lagena gracillima Seg.
" *elongata* Eheren.
Nodosaria communis D'Orb.
" *calomorpha* D'Orb.
" *hispida* D'Orb.
" *Roemeri* Neugeb.
" *glabra* D'Orb.
Nodosaria farcimen Sold.
" *robusta*
Cristellaria reniformis D'Orb.
" *vortex* Ficht. et Moll
" *rotulata* Lamk.
Uvigerina pygmaea D'Orb.
" *asperula* Czjzek
" *Brunnensis* Karr.
Globigerina bulloides D'Orb.
" var. *triloba* Reuss
" *inflata* D'Orb.
" *regularis* D'Orb.
" *rubra*
Orbulina universa Lamk.
Planorbulina rotula D'Orb.
Truncatulina lobatula Walk.
" *Ungeriana* D'Orb.

« Il residuo di lavaggio e l'insieme delle specie, mentre indicano un mare profondo almeno una cinquantina di metri, mostrano che quest' argilla è differente da quella della piazza di Spagna e del Vaticano. Le superfici che la limitano sopra e sotto essendo ondulate ed assai irregolari, essa ha potenza

variabile da 1 a 4 metri all'incirca. Riposa sopra una sabbia grossolana, ghiaiosa, ad elementi vulcanici, composta quasi a parti eguali di grani biancastri (quarzo, piromaca, calcari secondari) e di granuli verde bottiglia di augite. Alla parte destra della sezione questa sabbia diviene un cumulo di ghiaia a grossi elementi, con marcata disposizione in letti orizzontali. Alla parte superiore si passa all'argilla che ivi contiene qualche fila orizzontale di ciottoli. I pezzi che compongono la grossa ghiaia sono di natura fra loro molto diversa e stanno mescolati senza ordine. Vi si vedono calcari apennini, piromache, tufi vulcanici di almeno due qualità, pezzi di conglomerati, breccie, ed arenarie giallastre fossilifere con *Pecten varius, P. opercularis, Vola Jacobaea, Ostrea lamellosa, Pectunculus, Venus* ecc. e pezzi di argilla bigia ingiallita, a globigerine.

« L'argilla è ricoperta da uno straterello di sabbia costituita quasi totalmente da materiali vulcanici, con qualche pezzo di conglomerato fossilifero a *Pecten varius, P. polymorphus, Ostrea lamellosa* ecc., e poi da un potente banco di sabbia giallognola, quarzosa in basso, ricca di calcare più in alto e piena di concrezioni travertinose concentriche, subcilindriche, mammellonate, con impronte vegetali. Nella sabbia giallognola si trova qualche mal conservato esemplare di *Cyclostoma elegans* e di *Helix* nonchè foraminifere logorate (*Rotalia Beccarii, Polystomella crispa, Nonionina*). A sinistra la stratificazione è meno regolare e dimostra l'esistenza di una corrente.

« Dopo la sezione, a destra, fino alla villa Borghese le concrezioni prendono la prevalenza tanto da formare un travertino spugnoso con cavità sabbiose. La sommità delle colline è ricoperta da tufi granulari e terrosi che però non giungono ad esser visibili sulla muraglia travertinosa che fiancheggia la via Flaminia.

« Il particolare interesse di questa sezione, oltre l'origine marina dell'argilla sta nel fatto che essa giace in modo indiscutibile al disopra di materiali vulcanici e quindi dimostra che il mare occupava l'attuale valle del Tevere in un epoca in cui i vulcani erano già in piena attività [1]. In uno scavo che ho fatto appositamente ho trovato sotto la sabbia grossolana ad elementi vulcanici un'argilla dapprima giallastra, poi grigiastra, ora più ora meno sabbiosa che forse, con uno scavo più approfondito, si sarebbe

[1] I minerali vulcanici furono già notati in diversi sedimenti marini dei dintorni di Roma; così il Terrigi disse di aver trovato l'augite nelle sabbie di Acquatraversa (*I rizopodi fossili o foraminiferi dei terreni terziari di Roma studiati nelle sabbie gialle plioceniche*, Boll. della Soc. geogr. it., fasc. 10-12, Roma 1876) che allora riteneva per pliocene inf. mentre i vulcani sarebbero stati post-glaciali; frammenti di scorie e di tufi vulcanici nelle sabbie gialle del Vaticano (*Fauna vaticana* ecc., mem. cit); frammenti di pomici nelle marne giallastre finamente sabbiose del Quirinale (*Il colle Quirinale* ecc. mem. cit.), cristalli di augite con altri prodotti vulcanici anche nell'ultimo saggio della trivellazione di Capo di Bove a m. 42,50 sotto il livello del mare, nei saggi della trivellazione alla piazza del Grillo in Roma a — m. 14,32 e strati di tufo intercalati alle argille nella trivellazione di Pozzo Pantaleo (*I depositi lacustri e marini riscontrati nella trivellazione presso la via Appia antica.* Mem. del R. Com. geol. d'It., vol. IV,

dimostrata corrispondente alle argille vaticane. Le superfici che limitano sopra e sotto l'argilla descritta sono ondulate ed assai irregolari, al disopra per l'erosione precedente la deposizione delle sabbie giallastre a concrezioni travertinose, al disotto perchè l'argilla si posò sopra un cumulo di materie trascinate al fondo di quel mare.

« A complicare la costituzione delle ultime propaggini dei M. Parioli si aggiungono alcuni affioramenti di tufo per lo più grigio, che rappresentano forse i residui scampati all'erosione, di uno o due banchi assai più estesi la cui continuazione si può rintracciare all'altra sponda del Tevere. Questa ultima conclusione vale specialmente, e credo senza alcun dubbio, per quel tufo grigio grossolano che sta subito dopo la basilica di S. Valentino (e che non isfuggì all'occhio del v. Buch) la cui continuazione sarebbe il piccolo affioramento visibile presso la punta dei Nasoni subito dopo l'impianto di macchine per la triturazione del tufo bruno impiegato come pozzolana. Vi si scorge agevolmente che esso era già eroso quando fu ricoperto da sabbie ghiaiose. Su queste sta un tufo granulare tipico per aspetto e consistenza, ma contenente file di ciottoli calcari che ne dimostrano la deposizione in seno all'acqua.

« I Monti Parioli terminano a picco sul Tevere ai sassi di S. Giuliano con la collina di villa Glori. Prima della costruzione dell'argine e della strada lungo il fiume, vi era una cava di ghiaia ricoperta da sabbie giallognole a concrezioni che ivi costituiscono un potente masso di travertino giallo con fossili [1], in cui fu tentata l'apertura di una cava, e che è identico a quello che giace su ghiaia incontro all'altra riva del Tevere sulla strada del campo di Tor di Quinto ».

Fisico-chimica. — *Sulla pressione osmotica.* Nota di Gaetano Magnanini [2], presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

« Nel 6° fasc. di questi Rendiconti, seduta del 19 marzo trascorso, si trova una Nota del prof. Naccari, *Sulla pressione osmotica*, nella quale il chiarissimo autore espone un determinato modo di sperimentare coll'apparecchio di Pfeffer, ed alcune considerazioni, secondo le quali il principio della

---

Roma 1891). Se non si potesse avere alcun dubbio (come per i detti strati di tufo) sulla autentica giacitura di tali materie vulcaniche, la locuzione di *ghiaie non ad elementi vulcanici* o senza elementi vulcanici, di cui si è fatto uso finora per distinguere queste ghiaie da quelle nella cui composizione entrano in abbondanza i materiali vulcanici macroscopicamente visibili, non sarebbe più conveniente, perchè inesatta in senso assoluto; ma varrebbe ancora nel senso pratico e relativo, poichè in generale le due qualità di ghiaia differiscono per facies, giacitura ed età.

(1) Clerici E., *Sopra alcune formazioni quaternarie dei dintorni di Roma.* Boll. del R. Com. geol., an. 1885 n. 11 e 12.

(2) Dal Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Modena.

analogia fra la materia allo stato gazoso e la materia allo stato di soluzione diluita è contraddetto dalla esperienza.

« Il modo col quale viene condotto dal prof. Naccari l'esperimento è il seguente:

« All'osmometro del Pfeffer, preparato colle membrane di ferrocianuro di rame, viene applicato, in luogo del manometro ad aria compressa, un manometro ad aria libera, che è formato da due tubi verticali congiunti col mezzo di un tubo di gomma. Uno di questi tubi è fermamente congiunto all'osmometro, anzi è saldato a fuoco al cilindro di vetro, che, applicato con ceralacca alla bocca del vaso poroso, serve a chiuderlo (vedi fig. 1). La cellula è piena di una soluzione di zucchero all'uno per cento di concentrazione, per la quale si ha, alla temperatura ordinaria, una pressione di circa 54 cm. di mercurio. Il manometro è dunque costituito da un braccio esterno A e da un braccio interno, nel quale il punto B, livello del mercurio, segna il volume di soluzione contenuta nella celletta. Alzando ed abbassando il braccio esterno del manometro è possibile esercitare sulla soluzione contenuta nella celletta una pressione maggiore o minore. L'autore comincia col collocare l'osmometro così preparato, cioè il vaso poroso, nell'acqua pura, con ciò si determina la pressione osmotica la quale tende ad abbassare il livello B del manometro, e si ha un aumento di volume della soluzione per entrata di acqua nella cellula. L'autore innalzando il braccio esterno del manometro di tanto, che la differenza di livello BA sia eguale alla pressione osmotica, può impedire l'entrata di acqua, e per conseguenza anche l'aumento di volume della soluzione. Questa soluzione di zucchero all'1 % esercita così la sua pressione osmotica, occupa il volume determinato dal punto B, e fa equilibrio alla pressione di circa 54 cm. di mercurio, sollevati nel manometro (1).

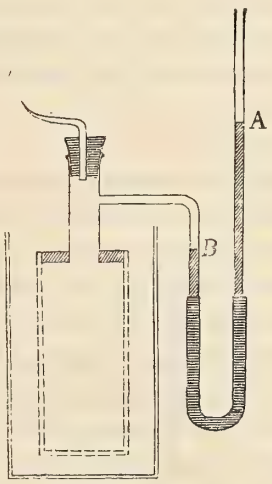


Fig. 1.

« In una seconda esperienza l'autore toglie l'acqua dal vaso esterno, e vi pone una soluzione di zucchero, più concentrata di quella che si trova nell'osmometro, e nella quale questo viene immerso. Con ciò il fenomeno è evidentemente differente. Invece che entri acqua nella cellula, si osserva che ne esce, e questa uscita di acqua è tanto più sensibile, quanto maggiore è la concentrazione della soluzione esterna. Se si immagina tolto il manometro, l'osmosi perdura fino a che le due soluzioni sono egualmente concentrate (2).

(1) Esperienza di Pfeffer.

(2) Supposto che la uscita di acqua dalla cellula non determini notevoli differenze di livello, e perciò pressioni estranee alle pressioni osmotiche.

Se non si toglie il manometro, questo subisce una pressione che è naturalmente opposta a quella della prima esperienza, e che tende a far entrare il mercurio nell'osmometro. L'autore, anche in questo caso, abbassando opportunamente il braccio esterno del manometro, diminuisce la pressione e la diminuisce di tanto che gli riesce ad impedire l'uscita di acqua dalla cellula. Nello stato di equilibrio che così viene raggiunto, il livello B del manometro è invariato, si ha cioè la stessa quantità di soluzione, alla medesima concentrazione (1 %) e che occupa il medesimo volume; in questa esperienza la *soluzione* interna sopporta una pressione tanto più differente dalla sua pressione osmotica, quanto maggiore è la differenza di concentrazione delle due soluzioni, la esterna cioè e la interna. Se la soluzione esterna è molto più concentrata, la pressione interna assume naturalmente un valore che può anche essere inferiore a quello dell'atmosfera.

« Da queste esperienze l'autore conclude:

« Viene così dimostrato in modo evidente, che un gaz, il quale si com-
« portasse come lo zucchero sciolto nell'acqua, potrebbe avere *a volume co-*
« *stante ed a temperatura costante*, e in uno stato di equilibrio, tutte le
« pressioni possibili al di sotto della pressione osmotica, e anche pressioni
« negative, se alcun che di simile si potesse immaginare per un gaz. Manca
« adunque ogni traccia della legge del Boyle e mancano le basi per appli-
« care alle soluzioni la teoria cinetica dei gaz ».

« A me pare veramente che questa conclusione, la quale se fosse vera distruggerebbe la bella teoria di Van't Hoff sullo stato della materia in soluzione diluita, non risulti come necessaria conseguenza del comportamento dello zucchero nelle esperienze del Naccari. Fra i diversi modi di dimostrare la cosa mi sembra molto semplice il seguente: Si immagini che l'acqua, o la soluzione esterna più concentrata, invece di essere contenuta in un vaso qualunque si trovi essa pure in un osmometro. Uno dei modi di disporre l'esperimento sarebbe questo; di costruire cioè un doppio osmometro formato da una parete semipermeabile *a b* (fig. II) che separa le due soluzioni; le altre pareti sieno impermeabili tanto allo zucchero come all'acqua. Se immaginiamo di togliere ad uno degli osmometri il manometro, lasciando aperta la cellula e collocarvi dell'acqua, noi ci troviamo precisamente nel caso con-

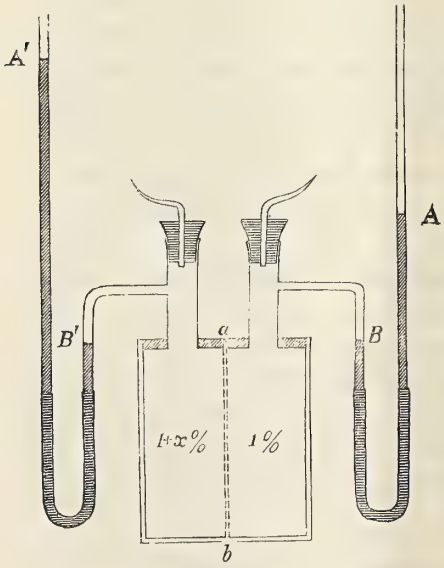


Fig. 2.

templato dalla prima esperienza del Naccari, cioè volendo evitare l'entrata di acqua l'osmometro che contiene zucchero (1 °/₀) ne dobbiamo esercitare in B col manometro una pressione eguale a 54 c. m. di mercurio circa. Supponiamo ora di collocare nel secondo osmometro la soluzione di zucchero più concentrata sino a B′, in contatto cioè col secondo manometro, e supponiamo per un momento di allontanare il manometro dal primo degli osmometri e mettere, in luogo della soluzione 1 °/₀ dell'acqua pura. Se si vuole evitare l'osmosi, cioè il passaggio di acqua attraverso *a b* si dovrà esercitare in B′ col secondo manometro una pressione eguale precisamente alla pressione osmotica della seconda soluzione, la quale sarà tanto maggiore quanto maggiore è la quantità $(1 + x)$ °/₀ di zucchero disciolto. Collocando invece, come nella soconda esperienza del Naccari, in entrambi gli osmometri due soluzioni di zucchero noi dobbiamo considerare separatamente le due pressioni osmotiche che vengono esercitate in B e B′. Se entrambe questo due pressioni sono rispettivamente controbilanciate dai manometri, cosichè l'altezza B′ A′ sia proporzionatamente maggiore della BA non si avrà osmosi (1), cioè la soluzione più diluita (1 °/₀) eserciterà in B la propria pressione osmotica, come se si trovasse in comunicazione con acqua pura, attraverso la parete semipermeabile. Ma se la pressione B′ A′ è più piccola della pressione osmotica propria alla soluzione più concentrata $[(1 + x)$ °/₀$]$, allora è chiaro che si dovrà avere un passaggio di acqua attraverso *a b* (2) nel senso da B a B′ fino ad ottenere equilibrio nelle pressioni. Volendo perciò impedire l'osmosi sarà necessario diminuire la pressione in B, abbassando il manometro A di un certo livello.

« Nella seconda delle esperienze del Naccari noi siamo in questo caso: che cioè in B′ non viene esercita nessuna pressione giacchè il secondo osmometro è aperto. È chiaro dunque che, affinchè l'osmosi non accada, sia necessario diminuire la pressione in B di tanto, quanto è il valore della pressione osmotica della soluzione più concentrata. Si intende come considerando per tal modo la differenza, possa anche risultare in B una pressione negativa (3).

« A me pare dunque che queste esperienze del prof. Naccari *si spieghino assai bene* colla teoria di Van't Hoff, ammettendo cioè la perfetta analogia fra le sostanze disciolte e le sostanze allo stato gazoso. Infatti si suppongano i due osmometri colle soluzioni di zucchero a 1 °/₀ ad $(1 + x)$ °/₀; sieno i due osmometri in equilibrio cioè non si abbia osmosi, e fra gli infiniti modi di ottenere questo equilibrio consideriamo dapprima quello che si presenta come più naturale, che cioè i due manometri segnino pressioni rispettivamente eguali alle pressioni osmotiche. Nel primo osmometro si osserverà

(1) È da osservare che in B e B′ si esercita anche la pressione atmosferica, la quale è eguale e di segno contrario per le due cellule.

(2) Giacchè l'acqua può passare attraverso a questa parete senza consumare lavoro.

(3) In ogni caso però praticamente mai inferiore a — 1 atmosfera.

allora una altezza manometrica BA di circa 54 cent., il cui peso [1] è sostenuto dalla tensione dello zucchero disciolto (1 %), e ciò come se questa sostanza si comportasse come un gaz. Nel secondo osmometro la colonna B'A' avrà una altezza maggiore proporzionatamente alla concentrazione $(1 + x)$; il peso di questa colonna di mercurio è anche esso sostenuto dalla maggiore tensione dello zucchero. Se io diminuisco la pressione manometrica in B', è naturale che lo zucchero, analogamente come lo farebbe un gaz, tenda ad espandersi, spingendo il punto B' in basso; avviene perciò una aspirazione di acqua attraverso la parete semipermeabile *a b*, aspirazione che è resa possibile dalla pressione atmosferica la quale gravita sull'acqua, ed alla quale aspirazione non si contrappone, che solo parzialmente, la pressione osmotica della soluzione più diluita. Se si toglie affatto il secondo manometro, cioè se si opera come il Naccari con un solo osmometro, la maggior pressione osmotica della soluzione più concentrata andrà tutta [2] apparentemente a detrimento della pressione osmotica della soluzione zuccherina più diluita; e dico *apparentemente* perchè di fatto la vera pressione osmotica è sempre quella; e non si tratta qui che di una diversa composizione e trasmissione delle pressioni nell'apparecchio.

« In conclusione, dunque, si può dire che l'obbiezione mossa dal Naccari alla teoria di Van't Hoff si basa sopra un equivoco: le differenti pressioni idrostatiche che egli misura ponendo successivamente l'osmometro nell'acqua e nella soluzione zuccherina, non corrispondono, come egli crede, alla pressione osmotica della soluzione all'uno per cento, ma bensì alla differenza fra la pressione osmotica della soluzione che si trova nella colletta e quella del liquido esterno; è chiaro che questa differenza può avere tutti i valori possibili. Solamente nel caso in cui il liquido esterno è formato da acqua semplice la pressione manometrica corrisponde alla osmotica; quando invece esternamente si trova una soluzione zuccherina, la colonna di mercurio del manometro, non esprimendo che la differenza fra le pressioni osmotiche dei due liquidi, non può essere considerata come equivalente alla pressione osmotica di uno di essi.

« Il risultato paradossale al quale arriva il prof. Naccari: che cioè una medesima soluzione, della stessa concentrazione, senza mutare volume e temperatura possa esercitare pressioni osmotiche differenti, è dunque del tutto *apparente* ».

(1) S'intende riferito alla unità di superficie.

(2) Per quanto lo permetta l'aspirazione.

Chimica fisica. — *Sul tiofosgene polimero* (1). Nota di G. Carrara, presentata dal Corrispondente Nasini.

« Rathke (2) descrivendo il polimero che si forma per azione della luce solare sopra il tiofosgene, suppose dapprima che questo composto dovesse essere un prodotto di condensazione di tre molecole di tiofosgene, e questo per analogia colle tioaldeidi. In seguito (3), non riuscendo a determinare il peso molecolare per mezzo della densità di vapore in causa della scomposizione che avveniva, prese un'altra via.

« Fece reagire l'anilina con il tiofosgene polimero ed ottenne un prodotto della formola $C_2S_2Cl_2(NC_6H_5)$. Dopo di che egli ritenne provato avere il tiofosgene polimero la formola doppia di quello liquido.

« Poi in seguito ad una serie di considerazioni sui prodotti di scomposizione, sulla formazione della trifenilguanidina per ulteriore azione dell'anilina sul primitivo prodotto ottenuto, e sulle analogie di comportamento tra il tiofosgene polimero e l'etere perclorometilformico ottenuto da Hentschel per clorurazione dell'etere metilformico (4), stabilì trattarsi del corrispondente prodotto solforato e che cioè il tiofosgene polimero non fosse che l'etere metilico dell'acido percloroditioformico

$$S = \overset{Cl}{C} - S.CCl_3.$$

« Sembrandomi non completamente provata l'asserzione di Rathke che dopo la formazione del composto con l'anilina non vi poteva essere più dubbio sulla grandezza molecolare del tiofosgene polimero; e che in mezzo a delle buone ragioni addotte a sostegno della formola di costituzione da lui proposte ve ne fossero di quelle che non erano del tutto soddisfacenti, io credetti opportuno di determinare il peso molecolare di questo polimero col metodo crioscopico in soluzione benzolica: feci inoltre alcune determinazioni di potere rifrangente di confronto col tiofosgene liquido e col perclorometilmercaptano onde vedere se esistesse tra loro qualche relazione che potesse dar ragione della formola di costituzione proposta dal Rathke.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Padova.
(2) Ann. Chem. Pharm. 167°-205.
(3) Berl. Ber. XXI, 2538, 1888.
(4) Journal für prakt. Chem. XXXVI, 100-305.

Concentrazione	abbass. term.	coefficiente d'abbass.	abbass. molec. per $(CSCl_2)_2$	Peso mol. calc. 230
12.69	2.75	0.216	49.8	226
8.62	1.90	0.220	50.6	222
7.09	1.59	0.224	51.5	218
5.41	1.21	0.223	51.2	219
3.53	0.80	0.226	51.9	216
2.13	0.49	0.230	52.9	213
1.04	0.25	0.239	54.9	205

« Il comportamento crioscopico dunque dà completamente ragione a Rathke e conferma che questo polimero ha una grandezza molecolare doppia di quella del tiofosgene liquido. È da notarsi il fatto che questo polimero ha un abbassamento molecolare sempre maggiore col diminuire della concentrazione, indizio di una dissociazione parziale nelle soluzioni più diluite.

« La determinazione di potere rifrangente del tiofosgene polimero venne fatta in soluzione benzolica per mezzo di uno spettrometro di Hildebrand di proprietà del prof. Nasini, che dava l'approssimazione di 5″ e col metodo delle minime deviazioni prismatiche. Gli indici di rifrazione si riferiscono alle righe α β e γ dello spettro delll'idrogeno ed alla riga D del sodio.

« Il potere rifrangente specifico venne calcolato con la solita equazione

$$R = R' \frac{100}{p} - R'' \frac{100 - p}{p}$$

dove R è la rifrazione specifica della sostanza disciolta rispetto alle formole n o n^2; R′ quella corrispondente della soluzione, R″ quella del solvente, p il percentuale di sostanza disciolta. I pesi specifici si riferiscono all'acqua a 4° e le pesate furono ridotte al vuoto.

« La concentrazione fu all'incirca la massima consentita del coefficiente di solubilità alla temperatura dell'esperienza.

I^a SOLUZIONE — (Temp. 12.4°)

Tiofosgene polimero . . 16.136 % $d_4^{12.4} = 0.96655$

per la soluzione trovai

$$\mu_{H_\alpha} = 1.51062\,; \quad \mu_D\, 1.51559\,; \quad \mu_{H_\beta} = 1.52804$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.52829\,; \quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 0.30975.$$

« Il benzolo impiegato aveva le seguenti costanti:

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.56591\,; \quad \frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 0.33259$$

per cui si calcola per il tiofosgene polimero:

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.33279\,; \qquad P\,\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=76.54=2\times38.27$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.19106\,; \quad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=43.94=2\times21.97.$$

II^a SOLUZIONE — (Temp. 11.9°)

Tiofosgene polimero . . 15.549 % $d_4^{11.9}=0.96457$

per la soluzione trovai

$$\mu_{H_\alpha}=1.51101\,; \quad \mu_D=1.51557\,; \quad \mu_{H_\beta}=1.52792\,; \quad \mu_{H_\gamma}=1.53836$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.52978\,; \quad \frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.31058.$$

« Il benzolo era identico a quello precedentemente impiegato. Per il tiofosgene polimero si calcola:

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.33352\,; \qquad P\,\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=76.70=2\times38.35$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+1)d}=0.19107\,; \quad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=43.94=2\times21.97.$$

Tiofosgene liquido $CSCl_2$.

« Questa sostanza che or sono pochi anni non si poteva avere che impura di solfuro di carbonio e cloruro di solfo adesso, in seguito ai lavori di Kern e di Klason [1], la si può ottenere purissima dal percloromethilmercaptano.

[2] Berichte XX, 2376.

« Quella che io impiegai proveniva dalla fabbrica Kahlbaum e bolliva esattamente a 73°. Il colore naturale del tiofosgene mi impedì di fare la determinazione rispetto alle linee β e γ dello spettro dell'idrogeno. Dovetti accontentarmi di eseguirle rispetto alla riga H_α e alla D del sodio.

« Ecco i risultati di una esperienza fatta alla temp. di 9°:

$$d_4^9=1.53951\,; \quad \mu_{H_\alpha}=1.53819\,; \quad \mu_D=1.54424$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=0.34958\,; \qquad P\,\frac{\mu_{H_\alpha}-1}{d}=40.20$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=0.20323\,; \quad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha}-1}{(\mu^2_{H_\alpha}+2)d}=23.37.$$

« Come si vede il potere rifrangente specifico del tiofosgene liquido è assai maggiore di quello del suo polimero: quindi il potere rifrangente molecolare del polimero è meno del doppio di quello del tiofosgene liquido.

Percloromethilmercaptano.

« Proveniva anche questo dalla fabbrica Kahlbaum ed era purissimo. Ecco i risultati delle esperienze fatte alla temp. di 11°.

$$d_4^{11} = 1.71785$$

$$\mu_{H_\alpha} = 1.54428\,; \quad \mu_D = 1.54835\,; \quad \mu_{H_\beta} = 1.55956$$

$$\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 0.31683\,; \qquad P\,\frac{\mu_{H_\alpha} - 1}{d} = 58.93$$

$$\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 0.18384\,; \quad P\,\frac{\mu^2_{H_\alpha} - 1}{(\mu^2_{H_\alpha} + 2)d} = 34.19.$$

« Riassumendo il valore della rifrazione atomica dello solfo nei composti esaminati e prendendo come rifrazione atomica del carbonio per la formola $n = 5.0$ e per la $n^2 = 2.48$ e del cloro per $n = 9.8$ e per $n^2 = 6.02$ si ha:

Nome	Formola	Rifr. atom. dello S per $\frac{\mu_\alpha - 1}{d}$	Rifr. atom. dello S per $\frac{\mu_\alpha^2 - 1}{(\mu_\alpha^2 + 2)}\,d$	
Tiofosgene polimero . . . . (media delle due esperienze)	C_2S_2C	13.71	7.45	
Tiofosgene liquido	$CSCl_2$	15.60	8.85	Diff. col tiofosgene polimero per $n = 1.89$ per $n^2 = 1.40$.
Percloromethilmercaptano.	CCl_3SCl	14.73	7.63	idem per $n = 1.02$ $n^2 = 0.18$

« Se si paragonano le rifrazioni atomiche dello zolfo qui trovate con quelle determinate dal Nasini e dal Costa [1] pel solfuro di carbonio e i due cloruri di zolfo, apparisce che nel tiofosgene e nei suoi derivati lo zolfo ha un potere rifrangente minore:

		Formula n	Formula n^2
Solfuro di carbonio	S=C=S	16.10	9.02
Cloruro di zolfo	$S_2\,Cl_2$	16.01	8.51
Bicloruro di zolfo	$S\,Cl_2$	16.12	8.51

« È importante a osservarsi il fatto che nel tiofosgene polimero lo zolfo ha un potere rifrangente assai minore che nel tiofosgene e minore anche che nel percloromethilmercaptano, almeno per la formola n. Ciò veramente non si

[1] Nasini e Costa, *Sulle variazioni del potere rifrangente e dispersivo dello zolfo nei suoi composti.* Pubblicazione dello Istituto Chimico della R. Università di Roma, anno 1891.

accorda nè con ciò che da molto tempo aveva osservato il Brühl, cioè che i polimeri hanno sempre un potere rifrangente maggiore di quello della combinazione più semplice, nè con ciò che aveva osservato il Nasini che l'accumularsi dello zolfo nella molecola produce una esaltazione nel potere rifrangente e dispersivo. E nemmeno si può spiegare questa diminuzione basandosi sulle formule di struttura, giacchè nel polimero del tiofosgene o etere metilico dell'acido percloroditioformico uno degli atomi di zolfo si trova nelle stesse condizioni che nel tiofosgene (C = S), e l'altro in quelle in cui si trova nel percloro metilmercaptano:

$$S = C\begin{matrix} Cl \\ Cl \end{matrix} \qquad S = \overset{Cl}{C} - S.CCl_3 \qquad Cl - S.Cl_3.$$

« Sarebbe quindi da aspettarsi che ciascun atomo di zolfo conservasse il suo valore. Il potere rifrangente del tiofosgene polimero dovrebbe risultare dalla somma dei poteri rifrangenti del tiofosgene e del percloro metilmercaptano con eliminazione del valore che spetta a due atomi di cloro: invece si ha un valore assai diverso: infatti per la formula n si calcolerebbe 79.53 invece di 76.62: per la formula n^2 45.52 invece di 43.94. Tutto considerato la formula proposta dal Rathke non sembra andare molto d'accordo coi dati ottici; ma d'altra parte dato che il composto è senza dubbio bimolecolare, non si può immaginare nessuna formula che si accordi con le esperienze ottiche, a meno che non si ricorra ad una formula a catena chiusa, giacchè, come è noto nel tiofene lo zolfo ha un potere rifrangente assai minore che nei solfuri ».

Chimica. — *Sopra l'azione delle ortodiammine aromatiche su alcune anidridi di acidi bibasici* (1). Nota di F. Anderlini, presentata dal Corrispondente Nasini.

« Fino dal 1876 il Biedermann pubblicò in una breve Nota (2) *Sull'azione dell'acido succinico, del cloruro di succinile*, e fa cenno anche dell'anidride succinica, sopra la metafenilendiammina (p. f. 140°) e descrive un prodotto di condensazione formatosi per eliminazione di due molecole di acqua.

« Lo stesso autore nel 1877 espose (3) il risultato delle sue ricerche *Sull'azione dell'anidride ftalica sopra alcune diammine aromatiche*, dimostrando che possono originarsi varî prodotti di condensazione a seconda che entrano in reazione una o più molecole dell'anidride con eliminazione di una o più molecole d'acqua.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Padova.
(2) Ber. d. d. chem. G. IX, 1168.
(3) Ber. d. d. chem. G. X, 1160.

« In uno studio sulla cantaridina (ritenuta come l'anidride di un acido bibasico, benchè probabilmente a torto) riferii sull'azione di questa sostanza colle diammine [1].

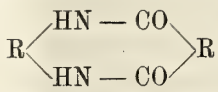
« Siccome il risultato delle mie esperienze di allora non mi permise di veder chiaro in modo da poterne ricavare utili illazioni per mancanza di confronti, mi proposi di studiare con qualche dettaglio le reazioni che intervengono fra le anidridi d'acidi bibasici, ed estenderle a quelle di natura lattonica, colle diammine.

« In questa prima Nota riferisco intorno all'azione delle due orto-diammine fenilenica e toluilenica sulle anidridi succinica, meleica e ftalica.

« Le condizioni delle esperienze di Biedermann (riscaldamento delle sostanze secche) sembrandomi poco atte per ottenere delle reazioni semplici e di poterne seguire l'andamento, ne cercai altre più rispondenti. A tale scopo determinai di far intervenire un menstruo inerte ed anidro per mettere le sostanze reagenti a contatto ed evitare, per quanto era possibile, il sussidio dell'azione violenta di una temperatura elevata. Trovai che il benzolo puro si prestava bene a ciò anche per la sua azione solvente sulle anidridi [2] e sulle basi diamminiche.

« Allorquando si mescolano le soluzioni benzoliche fredde di quantità equimolecolari delle due basi e delle anidridi sopraccennate si formano dei precipitati, immediatamente o dopo qualche istante, costituiti dai prodotti di addizione. Tali corpi per l'azione degli acidi e delle basi vengono scissi con separazione dell'acido corrispondente all'anidride o della base che vi è contenuta. Sono insolubili o quasi nel benzolo freddo, solubili nell'alcole di comune concentrazione e nell'acqua, anzi qualcuno è deliquescente. Abbandonate a sè le soluzioni si alterano con formazione di prodotti incristallizzabili colorati in bruno o giallo.

« Scaldati talora anche sotto i 100°, nel benzolo stesso, perdono una molecola di acqua e si formano dei prodotti di condensazione i quali si possono rappresentare schematicamente colla formola



giusta la equazione seguente:

[1] Acc. dei Lincei, vol. I, 2° sem. 1892, p. 223. — Gazz. chim., XXIII, 128.

[2] Non mi fu dato di trovare cenno intorno alla solubilità nel benzolo delle anidridi succinica, maleica, ftalica ed altre. La maleica è solubilissima anche a freddo e ciò permette di ottenerla affatto esente dal corrispondente acido, cosa non facile con altri mezzi. Le altre sono meno solubili a freddo, in ogni modo molto più degli acidi, per cui trovai molto vantaggiosa questa via per la loro depurazione.

Quelli finora da me preparati sono cristallizzabili, inalterabili all'aria, quando sono secchi, non così le loro soluzioni, presentano dei punti di fusione con decomposizione per eliminazione di prodotti gasosi ed il residuo per lo più assume struttura cristallina con punto di fusione diverso. Sono solubili nei carbonati alcalini, precipitano col nitrato d'argento in soluzione ammoniacale e reagiscono coll'anidride acetica dando dei composti cristallizzabili.

Azione della o-fenilendiammina sull'anidride succinica.

Prodotto d'addizione.

« Dal miscuglio delle soluzioni benziniche fredde della o-fenilendiammina coll'anidride succinica si separò un precipitato bianco, fioccoso, amorfo che venne raccolto su di un filtro, lavato con benzina tiepida e rapidamente fatto seccare nel vuoto. Essendo eccessivamente solubile negli alcoli metilico ed etilico e nell'acqua ho dovuto rinunziare ad una ulteriore depurazione essendo d'altra parte facilmente decomponibile pel calore. Benchè impiegassi materie prime molto pure, tuttavia all'analisi diede un numero, rappresentante il carbonio, superiore a quello richiesto dalla teoria. Ciò è probabile che dipenda dalla difficoltà di eliminare completamente il benzolo anche per un prolungato soggiorno nel vuoto accanto all'acido solforico e alla paraffina. Dopo dieci giorni di tale soggiorno diede all'analisi i numeri seguenti:

gr. 0,2894 di sostanza fornirono gr. 0,6184 di CO^2 e gr. 0,1548 di H^2O.

« In 100 parti:

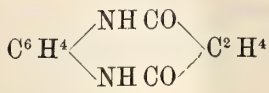
	trovato	calcolato per $C^6H^4(NH^2)^2.C^5H^4O^3$
C	58,27	57,69
H	5,94	5,76

« In tubo capillare a circa 50° si rammollisce a 80°, incomincia a gonfiarsi, e più oltre svolge bolle gassose. Abbandonato all'aria ne attira rapidamente l'umidità e si converte in una massa gommosa traslucida.

Prodotto di condensazione.

« Bollendo la sostanza precedente con alcole assoluto o più semplicemente nel benzolo in cui si produsse, e poi distillando fino a secco, si ottiene un residuo che fatto cristallizzare dall'alcole prima e poi dall'acqua si separa da questa in squame madreperlacee, col punto di fusione costante a 237° con rapida decomposizione per svolgimento di bolle gasose.

« Questo composto è la o-fenilensuccinildiimide colla cui formola



concordano i risultati numerici dell'analisi seguente:

I gr. 0,1361 di sostanza diedero gr. 0,3150 di CO^2 e gr. 0,0670 di H^2O.

II gr. 0,1215 di sostanza diedero c.c. 15,3 di N misurato a 15° e 765^{mm} pressione.

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{10}H^{10}O^2N^2$
C	63,12	—	63,15
H	5,48	—	5,26
N	—	14,76	14,73

« Solubile nell'acqua calda, poco nella fredda, solubile negli alcoli metilico ed etilico, insolubile nell'etere e benzolo.

o-Fenilendiammina con anidride maleica.

Prodotto di addizione.

« Il miscuglio fatto colle soluzioni fredde di o-fenilendiammina coll'anidride maleica si conserva limpido per qualche istante, solo assume una tinta gialla, e dopo poco si separa ad un tratto un precipitato giallo, amorfo, fioccoso, il quale abbandonato in seno al liquido assume dopo qualche ora a freddo, più rapidamente a dolce calore, una bella tinta rosso ranciata diventando cristallino. Raccolto su di un filtro e liberato dal benzolo venne sciolto in una piccola quantità di alcole caldo dal quale si depositò pel raffreddamento in cristallini brillanti di un bel giallo vivo, col punto di fusione 124°-125° con viva decomposizione.

I gr. 0,2229 di sostanza hanno dato gr. 0,4754 di CO^2 e gr. 0,0988 di H^2O.

II gr. 0,1088 di sostanza hanno dato c.c. 12,3 di N misurati a 16° e 760^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{10}H^{10}O^2N^2$
C	58,16	—	58,25
H	4,92	—	4,15
N	—	13,65	13,59

« In confronto degli altri questo corpo è relativamente più stabile perchè scaldato fino all'ebullizione nel benzolo, nel quale è quasi insolubile, e nell'alcole non si modifica sensibilmente. È solubile nell'acqua dalla quale non si può ottenere cristallizzato ed inoltre tanto in questo veicolo che nell'alcole si altera resinificandosi quando si abbandonano a se stesse le soluzioni per qualche giorno.

Prodotto di condensazione.

« La eliminazione di acqua dal corpo precedente fu effettuata scaldandolo nell'alcole assoluto. Una parte della sostanza entrò in soluzione formando un liquido giallo: pel raffreddamento si depositano dei fiocchi gialli formati da cristallini microscopici che, raccolti su di un filtro e seccati, furono aggiunti alla massa rimasta aderente alle pareti del recipiente in cui fu effettuato il riscaldamento, ed il tutto portato in soluzione nell'alcole metilico formando una soluzione colorata in giallo, che per l'azione del carbone animale sbiadì molto e pel raffreddamento lasciò deporre dei cristallini giallo-pallidi, il cui punto di fusione è a 240° con decomposizione. Una determinazione di nitrogeno mi diede numeri che sembrano accennare ad un prodotto di condensazione complicato.

« Del liquido giallo separato dal precedente corpo riuscii ad isolarne un altro cristallino che fondeva intorno a 168°, ma che non ho potuto analizzare finora perchè ottenuto in troppo esegua quantità.

o-Fenilendiammina con anidride ftalica.

Prodotto di addizione.

« Il prodotto di addizione che fu preparato, come i precedenti, venne fatto cristallizzare dall'alcole caldo. Dopo qualche ricristallizzazione si ottiene sotto forma di una massa cristallina leggera voluminosa con una tinta gialla pallida. Fonde a 144°-145° con viva decomposizione ed abbrunamento.

« L'analisi diede numeri concordanti colla formola $C^6 H^4 (NH^2)^2 . C^8 H^4 O^3$ gr. 0,1839 di sostanza diedero gr. 0,4416 di CO^2, gr. 0,0816 di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C^{14} H^{12} O^3 N^2$
C	65,48	65,62
H	4,93	4,68

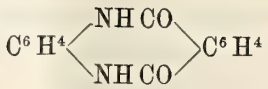
« Questa sostanza è la meno solubile delle congeneri nell'acqua, in essa si scioglie a caldo e si separa a freddo cristallizzata in squame gialle che presentano un punto diverso di fusione. La soluzione acquosa inoltre si altera facilmente e in poche ore. Cristallizzata dall'alcole si ottiene in aghetti microscopici di un giallo assai pallido.

Prodotto di condensazione.

« La o-fenilenftalildiamide, che è il prodotto di condensazione corrispondente al corpo ora descritto, si ottiene bollendo questo nell'alcole assoluto in apparato a ricadere. Dopo circa un'ora e mezza di bollitura si separano degli aghi bianchi, dal liquido ingiallito ancor bollente, che aumentano rapida-

mente ed allora in pochi minuti la trasformazione è completa. Procedendo in tal modo si ottiene ad un tratto la sostanza pura, o tutto al più è necessaria una nuova cristallizzazione dall'alcole.

« La formola



che spetta a questo corpo è appoggiata sull'analisi seguente:
I gr. 0,1608 di sostanza diedero gr. 0,4158 di CO^2 e gr. 0,0640 di H^2O.
II gr. 0,1640 di sostanza diedero c. c. 16 di N misurato a 14° e 760^{mm} press.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{14}H^{10}O^2N^2$
C	70,52	—	70,59
H	4,42	—	4,20
N	—	11,39	11,34

« La o-fenilenftalildiamide è insolubile nell'acqua, poco solubile nell'alcole bollente nel quale non si scioglie che dopo prolungata ebullizione specialmente quando i cristalli hanno un certo sviluppo. Il punto di fusione è a 278° con decomposizione.

Azione della o-toluilendiammina sull'anidride succinica.

Prodotto di addizione.

« Le soluzioni fredde di o-toluilendiammina e di anidride succinica nel benzolo danno luogo alla separazione di un precipitato bianco che, raccolto su di un filtro lavato con benzolo tiepido e poi rapidamente seccato nel vuoto, forma una massa leggera molto igroscopica e che attirando l'umidità si converte in una massa amorfa trasparente. In tubo capillare si decompone intorno a 90°. Riesce difficile eliminare tutto il benzolo nel vuoto accanto alla paraffina e all'acido solforico e perciò il numero che rappresenta il carbonio è superiore al richiesto dalla teoria come lo dimostra l'analisi seguente:
gr. 0,1315 di sostanza diedero gr. 0,2948 di CO^2 e gr. 0,0740 di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $CH^3.C^6H^3(NH^2)^2.C^4H^4O^3$
C	61,14	59,45
H	6,25	6,30

« Non riescii a far cristallizzare questo corpo per la sua eccessiva solubilità negli alcoli, metilico, etilico e nell'acqua, mentre è insolubile nel benzolo ed eteri del petrolio.

Prodotto di condensazione.

« Distillando fino a secco il benzolo, nel cui seno si è formato il corpo precedente, e mantenendolo per qualche minuto nell'acqua bollente si ottiene un residuo che ripreso con poco alcole bollente, da questo si separano dei cristalli, che, dopo una o due ricristallizzazioni, si presentano aggruppati in squame bianche di una bella lucentezza madreperlacea con punto di fusione costante a 185°-186° con decomposizione per svolgimento di gas. L'analisi fornì numeri che concordano colla formola

$$CH^3 C^6 H^3 \begin{matrix} \diagup NH\,CO \diagdown \\ \\ \diagdown NH\,CO \diagup \end{matrix} C^2 H^4$$

quali la ortotoluilensuccinildiamide richiede:
I gr. 0,1351 di sostanza diedero gr. 0,3186 di CO^2 e gr. 0,0748 di H^2O.
II gr. 0,1049 di sostanza diedero c. c. 12,6 di N misurato a 16° e 759^{mm} di press.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{11} H^{12} O^3 N^2$
C	64,31		64,70
H	6,15		5,88
N	—	13,87	13,72

« La o-toluilensuccinildiamide è solubile nell'acqua calda, poco nella fredda molto solubile nell'alcole caldo, insolubile quasi nel benzolo.

o-Toluilendiammina con anidride maleica.

Prodotto di addizione.

« Procedendo come ho descritto nel caso dell'anidride succinica, dal miscuglio delle soluzioni di anidride maleica e o-toluilendiammina ottenni un precipitato di un bel colore giallo vivo. Anche questo ho dovuto rinunziare a farlo cristallizzare per le stesse ragioni addotte per l'analogo corpo ottenuto coll'anidride succinica. Così pure il numero fornito da una prima analisi (I) dopo 11 giorni che fu abbandonato nel vuoto accanto alla paraffina ad acido solforico e ripetutamente verificata la costanza del peso, fu trovato troppo alto. La II analisi venne eseguita dopo una nuova triturazione ed un soggiorno nel vuoto mantenuto costantemente per circa un mese.
I gr. 0,1024 di sostanza diedero gr. 0,2316 di CO^2 e gr. 0,0520 di H^2O.
II gr. 0,1049 di sostanza diedero gr. 0,2324 di CO^2 e gr. 0,0526 di H^2O.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $CH^3.C^6H^3(NH^2)^2.C^4H^2O^2$
C	61,68	60,42	60,00
H	5,64	5,56	5,45

« Non mi riescì di isolare il prodotto di condensazione semplice in causa delle stesse difficoltà incontrate a separarlo dalle sostanze amorfe e colorate che l'accompagnano come venne già segnalato a proposito dell'azione della fenilendiammina sull'anidride maleica.

o-Toluilendiammina con anidride ftalica.

Prodotto di addizione.

« Ottenuto secondo il noto metodo il prodotto di addizione della o-toluilendiammina coll' anidride ftalica si presenta sotto forma di una polvere cristallina bianca, solubile nell'acqua e nell'alcole, dal quale venne fatto cristallizzare. Seccato nel vuoto sull'acido solforico fornì all'analisi dei numeri sufficientemente concordanti colla formola $CH^3C^6H^3(NH^2)^2.C^6H^4(CO)^2O$. gr. 0,1377 di sostanza diedero gr. 0,3348 di CO^2 e gr. 0,0690 di H^2O.

« In 100 parti:

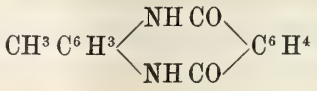
	trovato	calcolato per $C^{15}H^{14}O^3N^2$
C	66,31	66,66
H	5,56	5,18

« Dall'alcole questo corpo cristallizza in aghi microscopici bianchi che si decompongono intorno a 90° con sviluppo di gas. È solubile nell'acqua, insolubile nel benzolo. Da questo si ottiene il

Prodotto di condensazione

facendolo bollire nel benzolo fin che assume una tinta gialla. Distillando tutto il benzolo ed il residuo ripreso con poco alcole caldo da questo si separano pel raffreddamento dei cristalli aghiformi, lunghi e sottilissimi. Ricristallizzato dall'alcole si ottiene sotto forma di una massa cristallina assai voluminosa di un bel giallo di solfo, molto leggiera.

« I numeri risultanti dell'analisi concordano con quelli richiesti dalla formola



che è quella della o-toluilenftalidiamide.

I gr. 0,1342 di sostanza diedero gs. 0,3502 di CO^2 e gr. 0,0618 di H^2O.

II gr. 0,0836 di sostanza diedero c. c. 8 di N misurato a 14° e 759^{mm} di press.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{15}H^{12}O^2N^2$
C	71,16	—	71,42
H	5,19	—	4,76
N	—	11,10	11,11

« Il punto di fusione della o-toluilenftalildiammide, non si presenta netto, essa incomincia a rammollirsi a 140°, a 170° si gonfia svolgendo gas e sulle pareti del tubo capillare resta una sostanza solida che fonde intorno a 230° in un liquido giallo ».

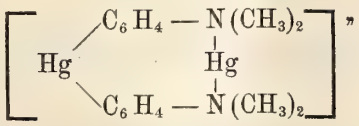
Chimica. — *Sopra alcuni sali della fenilidrazina e dell'α-metilfenilidrazina.* Nota di Siro Grimaldi, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Basi mercuriammoniche derivate dalla dimetilanilina.* Nota di L. Pesci, presentata a nome del Corrispondente G. Ciamician.

I.

« Facendo reagire l'ossido di mercurio sopra l'acetato di dimetilanilina, oppure trattando l'acetato mercurico con dimetilanilina, si ottiene un prodotto cristallino il quale rappresenta l'acetato di un diammonio complesso corrispondente alla formola

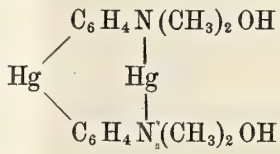


« Le esperienze che verrò man mano esponendo dimostrano difatti che in questo radicale vi hanno due atomi di mercurio, i quali occupano posti ben distinti in quanto l'uno di essi trovasi legato ai due atomi di azoto e funziona come il mercurio de' composti mercuriammonici, mentre l'altro atomo

si trova inserito in due nuclei benzolici come nel mercurio-difenile. Le stesse esperienze dimostrano che i posti rispettivi del mercurio e dell'azoto nella catena aromatica, sono in posizione *para*.

« Perciò propongo per questo diammonio la denominazione: *para-mercurio-difenilentetrametilmercuriodiammonio.*

Idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio.



« L'acetato di questo diammonio, stemperato nell'acqua e trattato con potassa caustica fornisce una sostanza cristallizzata in prismetti microscopici aventi apparentemente forme trimetriche.

« Questa sostanza si scioglie pochissimo nell'acqua fredda, alla quale comunica però reazione alcalina gagliarda. Si scioglie facilmente nell'acqua bollente. Per azione del calore ingiallisce a 150° e fonde a 179° in un liquido bruno.

« Analisi. Calcol. p Cto. C 28,49 H 3,26 N 4,15 Hg 59,35. Trovato C 28,23 H 3,51 N 4,25 Hg 59,25.

« *Acetato.* L'ossido giallo di mercurio, aggiunto a piccole porzioni ad uno sciolto acquoso concentrato di acetato di dimetilanilina, si discioglie facilmente, ma ad un dato momento la massa si rapprende in poltiglia cristallina composta di sottili aghi scoloriti.

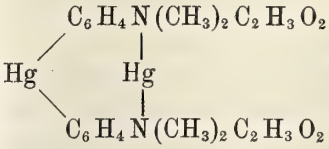
« Questo prodotto fu ottenuto anche facendo reagire sull'acetato mercurico la dimetilanilina.

« Gr. 66 di acetato mercurico furono sciolti in 400 c. c. di alcool di 50 C^{i}; a questa soluzione si aggiunsero gr. 50 di dimetilanilina sciolti in altrettanto di alcol forte. Il liquido, dapprima limpido, si trasformò in capo a pochi minuti in densa poltiglia di sottili aghi.

« Questa sostanza si scioglie facilmente nell'alcool bollente e per raffreddamento se ne separa ben cristallizzata. Si scioglie nel benzolo, nel cloroformio, nell'acido acetico. Nell'acqua è insolubile.

« Fonde a 162° formando un liquido limpido leggermente colorato di giallo.

« Analisi. Calcol. per



p Cto C 31,66 H 3,43 N 3,69 Hg 52,77. Trov. C 31,54 H 3,55 N 3,84 Hg 52,91.

« *Cloruro*. Questo sale fu preparato aggiungendo una soluzione di cloruro di sodio allo sciolto acetico dell'acetato; oppure trattando lo sciolto alcolico dello stesso acetato con soluzione parimente alcolica di cloruro di calcio. Cristallizza dall'alcol bollente in belle lamine esagonali brillanti scolorite. Si ottiene pure ben cristallizzato per raffreddamento della soluzione benzolica bollente. È insolubile nell'acqua. Alla luce si altera.

« Analisi. Calcol. p Cto Hg 56,26. Trov. 56,62.

II.

Azione dell'ioduro di metile sopra l'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio.

« Trattando l'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio con ioduro di metile, si forma ioduro di *para-mercuriodifenilenesametildiammonio*

$$Hg\begin{cases} C_6H_4N(CH_3)_3I \\ C_9H_4N(CH_3)_3I \end{cases}$$

(iodometilato di para-mercuriodimetilanilina).

« Gr. 60 di idrato, stemperati in circa 150 gr. di alcool metilico, furono addizionati di gr. 90 di ioduro di metile. La base a tutta prima si disciolse, poi si separò una polvere gialla. Si lasciò la massa a sè per ventiquattro ore, poi si fece bollire per qualche tempo in apparecchio a ricadere. Si ricuperò il ioduro di metile eccedente; si ricuperò pure l'alcol metilico, ed il residuo fu seccato all'aria.

« Era una sostanza polverosa, gialla, disseminata di minuti cristalli aghiformi. Non fu analizzata. Essa era molto parzialmente intaccata dall'idrogeno solforato. Trattata a lieve calore con uno sciolto molto diluito di solfidrato di bario, imbrunì e si rapprese in una massa composta di aghi scoloriti e di fiocchetti di solfuro di mercurio.

L'acqua bollente sciolse la sostanza cristallina e l'abbandonò poi per la massima parte, per raffreddamento, in forma di massa scolorita composta di sottilissimi aghi flessibili.

« Questo composto è pochissimo solubile nell'acqua fredda: si scioglie discretamente nell'alcol bollente: è insolubile nel cloroformio e nel benzolo.

« Non è alterato dalla potassa caustica neppure a temperatura dell'ebollizione.

« Esposto all'azione del calore si comporta in modo variabile, secondo che il riscaldamento è rapido o lento. Scaldando lentamente si ha ingiallimento

a 218° e fusione a 230°. Scaldando rapidamente, la fusione avviene a temperatura più bassa.

« Analisi. Calcol. per $Hg\begin{cases} C_6H_4N(CH_3)_3I \\ C_6H_4N(CH_3)_3I \end{cases}$ p Cto C 29,83 H 3,59 N 3,87 Hg 27,62 I 35,08. Trov. C 29,89 H 3,79 N 3,90 Hg 27,85 I 34,43.

Idrato di para-mercuriodifenilenesametildiammonio. Trattando il descritto ioduro, sospeso nell'acqua con ossido d'argento, si ottiene un liquido scolorito, fortemente caustico, il quale assorbe con avidità l'anidride carbonica dell'aria. Questo liquido, evaporato in atmosfera di idrogeno, si decompone ed abbandona una sostanza grumosa bianca solubile negli acidi.

« *Cloruro.* Lo stesso ioduro trattato con cloruro d'argento, in presenza dell'acqua fornisce un liquido scolorito il quale per evaporazioue lascia una sostanza incolora cristallizzata in aghetti sottili solubilissimi nell'acqua, solubili nell'alcol.

« *Cloromercurato.* La soluzione di cloruro, trattata con cloruro mercurico, fornisce un precipitato cristallizzato in laminette solubili facilmente nell'acqua bollente, pochissimo solubili nell'acqua fredda. Il prodotto cristallizzato dall'acqua bollente fonde a 225° decomponendosi e trasformandosi in una massa verdastra spumeggiante.

III.

« Il comportamento dell'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio di fronte all'ioduro di metile è una prova della natura ben distinta dei due atomi di mercurio contenuti in questa base. Il ioduro alchilico agisce soltanto sopra il mercurio mercuriammonico, che viene sotituito da due metili, mentre si produce ioduro mercurico, il quale resta combinato all'ioduro di para-mercuriodifenilenesametildiammonio formandone il iodomercurato.

« Una prova poi chiara e diretta della natura del descritto ioduro, si ha nel fatto che sostituendo con idrogeno il mercurio rimasto, si ottiene ioduro di trimetilfenilammonio.

« Tale sostituzione fu facilmente operata per mezzo del solfuro di sodio.

« Il ioduro para-mercuriodifenilenesametildiammonio fu sciolto alla temperatura del bagno maria in una soluzione di solfuro sodico al 50 p Cto. Si scaldò fino ad avere un lievissimo intorbidamento. La massa lasciata raffreddare, abbandonò delle belle lamine scolorite, splendenti, che furono raccolte sopra filtro. Il liquido separato da queste lamine, trattato con nitrato d'ammonio fornì un abbondate precipitato di solfuro di mercurio [1].

[1] È noto che il solfuro di mercurio in presenza dei solfuri alcalini si scioglie negli alcali caustici e che i sali ammoniacali lo riprecipitano completamente da queste soluzioni

« Il prodotto cristallino così ottenuto, fu fatto più volte cristallizzare dall'acqua bollente.

« Analisi. Calcol. per $C_6H_5(CH_3)_3NI$, p Cto C 41,06 H 5,32. Trov. C 41,79 H 5,89.

« Una parte di questo prodotto fu trattato con cloruro d'argento onde ricavarne cloruro di trimetilfenilammonio. La soluzione di questo cloruro trattata con sublimato corrosivo, fornì lunghi aghi scoloriti che fatti cristallizzare dall'acqua bollente fondevano a 187-188° con decomposizione. Il cloromercurato di trimetilfenilammonio fonde appunto a quella temperatura [1].

« Dalla stessa soluzione di cloruro si preparò il cloroplatinato il quale era in forma di tavole rombiche di colore giallo-rosso. Questo sale fu purificato mediante cristallizzazione dall'acqua bollente.

« Analisi. Calcol. per $[C_6H_5(CH_3)_3NCl]_2PtCl_4$ p Cto Pt 28,89. Trov. 28,82.

IV.

« Le posizioni rispettive del mercurio e dell'azoto nel para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio e quindi nel para-mercuriodifenilenesametildiammonio, furono stabilite mediante le esperienze seguenti.

Azione del solfuro di sodio sopra l'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio.

« Facendo reagire in quantità equimolecolari il monosolfuro di sodio e l'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio, questo perde il mercurio mercuriammonico, che si separa sotto forma di solfuro di mercurio, e si trasforma in *para-mercuriodimetilanilina* $Hg[C_6H_4N(CH_3)_2]_2$.

« La reazione ha luogo secondo l'equazione:

$$Hg\begin{matrix} C_6H_4N(CH_3)_2OH \\ | \\ C_6H_4N(CH_3)_2OH \end{matrix} + Na_2S = Hg\begin{matrix} C_6H_4N(CH_3)_2 \\ C_6H_4N(CH_3)_2 \end{matrix} + HgS + 2NaOH$$

(Volhard, Ann. 255, 252). Nella sopra esposta reazione si ha formazione di idrossido di sodio

$$Hg\begin{matrix} C_6H_4N(CH_3)_3I \\ C_6H_4N(CH_3)_3I \end{matrix} + Na_2S + 2H_2O = HgS + 2C_6H_5(CH_3)_3NI + 2NaOH$$

(1) Hübner, *Tolle u. Athenstädt.* Ann. 224, 352.

« Gr. 30 di base finamente divisa, furono stemperati in circa 150 c.c. di acqua ed addizionati di c,c. 26.7 di uno sciolto contenente monosolfuro di sodio nella proporzione del 13 p Cto. Si scaldò al bagno maria per alcune ore. Si ottenne una sostanza grigia che fu raccolta, lavata, seccata e trattata con benzolo bollente. Questo solvente separò dei fiocchi neri di solfuro di mercurio e disciolse una sostanza scolorita che abbandonò poi ben cristallizzata in aghi splendenti per raffreddamento. Il prodotto fu fatto nuovamente cristallizzare dello stesso solvente.

« Esso perde all'aria benzolo e sfiorisce. È poco solubile nell'alcol e nell'etere; si icioglie bene nel cloroformio. Fonde a 169°.

« Analisi. Calcol. per $Hg[C_6H_4N(CH_3)_2]_2$ pCto C 43,64 H 4,55 Hg 45,45. Trov. C 43,30 H 4,60 Hg 45,37.

« Questa sostanza corrisponde esattamente alla para-mercuriodimetilanilina descritta da Schenk e Michaelis [1].

Azione del bromo
sopra il cloruro di para-mercuriodifenilenesametildiammonio.

« Il cloruro di para-mercuriodifenilenesametildiammonio trattato con bromo in quantità corrispondenti a quattro atomi di questo per una molecola di cloruro, perde, sotto forma di bromuro, il mercurio il quale viene sostituito dal bromo e si produce cloruro di *para-bromotrimetilfenilammonio*.

« Gr. 2,7 di cloruro sciolti in alcol etilico furono addizionati della quantità teorica di bromo. Si ottenne un liquido leggermente colorato di giallo che fu evaporato sul bagno maria Il residuo fu stemperato in acqua e trattato con idrogeno solforato allo scopo di decomporre il bromuro di mercurio formatosi. Separato il solfuro di mercurio, si evaporò nuovamente e si ottenne una sostanza cristallizzata in belle lamine rombiche, scolorite, solubilissime nell'acqua.

« La soluzione acquosa di questo prodotto fornì mediante il cloruro di platino un precipitato giallo che dall'acqua bollente cristallizzò in aghetti trasparenti.

« Analisi. Calcol. per $[C_6H_4Br(CH_3)_3NCl]_2PtCl_4$ p Cto Pt 23,45. Trov. 23,11.

« La stessa soluzione acquosa addizionata di ioduro di potassio fornì un precipitato bianco il quale cristallizzò dall'acqua bollente in prismi scoloriti, opachi, fusibili a 185° con decomposizione e produzione di una sostanza che si sciolse nell'alcol comunicandogli una colorazione violetta.

[1] Ber. XXI, 1501.

« Analisi. Calcol. per $C_6H_4Br(CH_3)_3NI$ p Cto C 31,58 H 3,80 I 37,13 Br 23,39. Trov. C 32,20 H 3,99 I 36,86 Br 23,83 (1).

« Questa sostanza corrisponde per la sua composizione e per le sue proprietà all'ioduro di para-bromotrimetilfenilammonio descritto da Würster e Beran (2).

Azione dell'ioduro di metile sopra la para-mercuriodimetilanilina.

« Allo scopo di completare le indagini sulla costituzione di questi prodotti sperimentai la metilizzazione della para-mercuriodimetilanilina preparata col metodo di Schenk e Michaelis, facendo cioè reagire la para-bromodimetilanilina con amalgama di sodio (3).

« Ottenni, come era prevedibile, il ioduro di para-mercuriodifenilenesametildiammonio (iodometilato di para-mercuriodimetilanilina)

$$Hg\begin{cases} C_6H_4N(CH_3)_3I \\ C_6H_4N(CH_3)_3I \end{cases}$$

già descritto nella II parte di questa Nota.

« Gr. 5 di mercuriodimetilanilina furono trattati con alcol metilico e ioduro di metile in apparecchio a ricadere, facendo bollire per più ore. Si distillò per ricuperare il ioduro di metile eccedente e l'alcol metilico. Il residuo trattato con acqua bollente si sciolse quasi per intero. Per raffreddamento si separò una sostanza scolorita cristallizzata in lunghi e sottili aghi flessibili.

« Il prodotto ricristallizzato dall'acqua bollente si comportò al calore esattamente come il ioduro di para-mercuriodifenilenesametildiammonio ottenuto metilizzando l'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio. Le due sostanze messe nelle stesse condizioni, ingiallirono a 218° e fusero a 230°.

« Analisi. Calcol. p Cto C 29,83 H 3,59 Hg 27,62. Trov. C 29,29 H 4,08 Hg 27,78.

« Per meglio constatare l'identità di questo ioduro con quello descritto, ne trasformai una parte in cloruro e ne preparai poscia il cloromercurato. Questo cloromercurato fondeva esattamente a 225°, con decomposizione come fu già detto per il cloromercurato proveniente dall'altro ioduro.

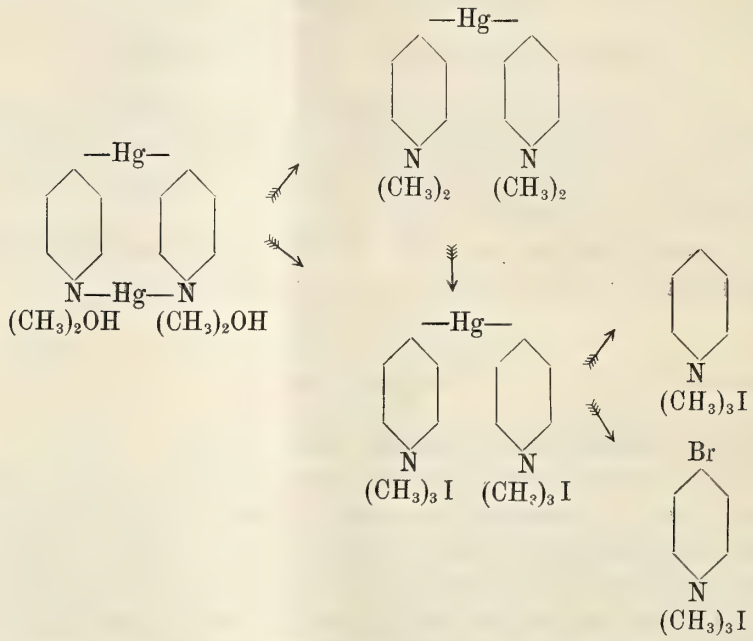
(1) Il bromo fu calcolato sottraendo al peso della miscela di ioduro e bromuro d'argento, la quantità teorica di ioduro d'argento.

(2) Ber. XII 1820.

(3) Ber. XXI, 1501.

« È inutile aggiungere che l'azione dell'ioduro di metile fu sperimentata anche sulla mercuriodimetilanilina ottenuta dall'idrato di para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio e che si ebbe un risultato identico.

« Le reazioni dimostrative della costituzione del para-mercuriodifenilentetrametilmercuriodiammonio, e del para-mercuriodifenilenesametildiammonio, si possono riassumere nello schema seguente



« I fatti osservati in queste ricerche inducono naturalmente a considerare la *mercuriofenilamina* e l'idrato di *metilfenilmercuriammonio* come composti, aventi una costituzione ben diversa da quella che fu da me a' medesimi attribuita [1].

« Ho istituito delle indagini in proposito ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

F. Del Beccaro. *Sul teorema di Wilson generalizzato.* Presentata dal Segretario Blaserna.

[1] Rendic. Acc. Lincei, vol. I, 312, 431.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Corrispondente Favero, relatore, a nome anche del Socio Siacci, legge una Relazione sulla Memoria del prof. Tessari: *Sopra alcuni meccanismi.* La Relazione conclude col proporre che del precedente lavoro siano pubblicati i principali risultati nei Rendiconti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, poste ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe (1).

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi dà annuncio delle perdite fatte dall'Accademia nelle persone dei Soci seguenti:

Passerini Giovanni, morto il 17 aprile in Parma; Socio naz. per la Botanica dal 1883 — Mauro Francesco, morto il 5 aprile in Napoli; Corrispondente per la Chimica dal 1888 — De Candolle Alfonso, morto il 4 aprile in Ginevra; Socio straniero per la Botanica dal 1882.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste un opuscolo del Corrisp. Riccò, un volume contenente gli *Atti* del Congresso internazionale di Botanica che ebbe luogo in Genova nel 1892, e i fascicoli 3° e 4° contenenti i *Risultati scientifici ottenuti dalle campagne fatte col yacht del Principe Alberto di Monaco.*

Il Corrispondente D'Ovidio offre due sue Note a stampa intitolate: *Sopra alcune classi di sizigie binarie — Applicazione di un teorema sulle forme algebriche alle binarie di quinto ordine.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Emden; la Società geografica di Helsingfors; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Società degli antiquari di Londra; il Comitato geologico di Pietroburgo.

(1) Vedi pag. 407.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia della Crusca di Firenze; la Società zoologica di Londra; l'Università di Lund.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 7 maggio 1893.

Agnelli P. — Memoria biografica su Lorenzo Respighi. Piacenza, 1893. 8°.

Albert I de Monaco. — Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. III, IV. Monaco 1892-93. 4°.

Antonelli A. — L'amblyopie transitoire. Paris, 1892. 8°.

Atti del Congresso Botanico internazionale di Genova 1892. Genova, 1893. 8°. (Dono del Prof. Penzig.).

Berlese A. N. — Ancora sulla questione della cura preventiva a base di solfato di rame onde preservare la vite dagli attacchi della peronospora. S. l. e a. 8°.

Brunetti L. — L'organo valvulare regolatore la nutrizione del cuore e del muscolo animale della locomozione, scoperto dal metodo di tannizzazione dei tessuti animali. Padova, 1893. 8°.

De Toni G. B. — G. Passerini. Parma, 1893. 8°.

D'Ovidio E. — Applicazione di un teorema sulle forme algebriche alle binarie di quinto ordine. Palermo, 1893. 8°.

Id. — Sopra alcune classi di sizigie binarie. Torino, 1893. 8°.

Gosio B. — Sulla conservazione della birra per mezzo dell'acido carbonico. Roma, 1893. 4°.

Keeler J. E. — Visual observations of the spectrum of β lyrae. Note on the spectrum of P. Cygni. S. l. e a. 8°.

Lemoine E. — La géométrographie ou l'art des constructions géométriques. Paris, 1892. 8°.

Relazione della Giunta superiore del Catasto a S. E. il Ministro delle Finanze. 1893. Roma, 1893. 4°.

Riccò A. — Lavori eseguiti nel R. Osservatorio dell'Università di Catania. Catania, 1893. 8°.

Stossich M. — Il genere Angiostomum Du Jardin. Trieste, 1893. 8°.

Id. — Note elmintologiche. Trieste, 1893. 8°.

Id. — Osservazioni elmintologiche. Zagreb, 1892. 8°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 21 maggio 1893.

A. Messedaglia Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Istologia. — *Intorno all'origine del quarto nervo cerebrale (patetico o trocleare) e di una questione di Isto-fisiologia generale che a questo argomento si collega.* Nota II [1] del Socio C. Golgi.

II.

« Il secondo punto sul quale mi sono prefisso di richiamare l'attenzione dei colleghi è quello del significato funzionale delle grandi cellule monopolari delle eminenze bigemine, nel senso dei loro rapporti periferici, quali elementi d'origine di fibre nervose spettanti ad un determinato nervo.

« Dalla precedente esposizione risulta che, sotto questo rapporto, la questione ormai è posta nettamente, essendo ristretta alla determinazione se le stesse cellule siano centro d'origine di fibre del quinto, la così detta radice discendente del quinto, oppure delle fibre destinate a formare il patetico.

« Come nelle note storiche su quanto è stato detto intorno alle cellule chiamate vescicolari, ho creduto di dover prendere le mosse da Deiters, così, per ciò che riguarda il secondo fra i punti da me considerati — quello della destinazione delle fibre che nelle stesse cellule riconoscono la loro origine — dovrei fare punto di partenza lo Stilling [2], il primo fra gli anato-

[1] V. p. 379.

[2] Stilling, *Disquisitiones de structura et functionibus cerebri.* Jenae, 1846.

mici che, seguendo il decorso delle fibre nervose, ricercò l'oridine reale dei nervi entro i così detti nuclei di sostanza grigia. E da questo ricordo risulterebbe che, mentre Stilling per primo ha indicato con sorprendente precisione la zona di sostanza grigia entro le eminenze bigemine da dove ha origine il patetico (benchè poi dallo stesso nucleo facesse derivare anche una radice del quinto), viceversa il Meynert, fino dal 1867, opponendosi a Stilling, mentre pel primo recisamente affermava che le cellule vescicolari sono di spettanza del quinto, faceva derivare il patetico dalle cellule multipolari disseminate nella sostanza grigia più interna delle eminenze bigemine ed al di sotto dell'acquedotto di Silvio.

« Su tale questione, dovendo io ritornare con speciale lavoro più analitico e meglio documentato, qui ricorderò soltanto che in favore della prima fra le surricordate due opinioni, trovasi schierata la grande maggioranza degli anatomici, basta dire che col Meynert figurano Krause, Húguenin, Merkel (1) Duval (2) Schwalbe (3) Told (4); in favore della seconda stanno Deiters, Henle e Stieda, e che, mentre i primi, seguendo Meynert, sono assai recisi nelle loro affermazioni, i secondi invece si circondano di riserve, senza dire che qualcun di essi ammette che lo stesso nucleo grigio possa rappresentare un comune centro d'origine, così per le fibre di una fra le radici del quinto, come per quelle del patetico.

« Poichè è stato da me affermato che le cellule *monopolari* delle quali ho potuto fornire la più esatta descrizione (dando anche la prova diretta che l'unico prolungamento di esse, a breve distanza dall'origine, diventa senz'altro il cilinder-axis di una fibra nervosa), sono elementi di partenza per fibre nervose destinate a formare il patetico, così il mio còmpito ora si riduce nettamente:

1° ad ottenere, con nuove ricerche, la prova, che l'unico prolungamento, di cui dette cellule sono provvedute, va direttamente a far parte del noto caratteristico fascio, che dall'estremo limite postero-inferiore-interno delle eminenze bigemine posteriori, gradatamente assottigliandosi, va a perdersi nella zona di confine tra le eminenze bigemine posteriori ed anteriori, od anche più in là di questa zona, entro le eminenze bigemine anteriori;

2° che le fibre di tale fascio, all'estremità posteriore delle eminenze bigemine posteriori, anzichè ripiegarsi in basso per formare la così detta radice discendente del quinto, facendo una rapida curva con convessità all'esterno, entra nel *velum medullare*.

(1) I. Merkel, *Die trophische Wurzel des Trigeminus*. Unters. d. anat. Instituts zu Rostock 1874 e Centralblatt 1874, p. 902.

(2) L. c.

(3) L. c.

(4) C. Told, *Lehrbuch der Gewebelehre*. Dritte Auflage 1888, p. 266-267.

« Dei risultati da me ottenuti colle ricerche fatte coi diversi metodi all'uopo indicati (sezioni seriali trattate col carmino e col metodo di Weigert, colorazione nera colle varie modificazioni colle quali, nell'intento di modificare i risultati, i miei metodi devono essere applicati), mi limito a fare ora un cenno affatto riassuntivo.

« Gli argomenti per poter affermare che l'unico prolungamento delle cellule monopolari va direttamente a far parte del fascio nervoso decorrente, con andamento arcuato, dalle eminenze bigemine superiori (anteriori) alla estremità postero-interna delle eminenze bigemine inferiori (posteriori), mi vennero più particolarmente forniti dalla colorazione nera. Sebbene, come si è detto, le cellule monopolari si siano dimostrate eccezionalmente ribelli alla detta colorazione, tuttavia i risultati ottenuti, per quanto scarsi, sono stati sufficienti per far riconoscere che il prolungamento unico delle cellule in questione o direttamente o previo un giro più o meno vizioso, a seconda della situazione dei corpi cellulari, portandosi all'indietro, prende parte alla formazione dell'accennato fascio arcuato, o, viceversa, che questo fascio risulta essenzialmente costituito dal prolungamento delle cellule monopolari. I pochi risultati ottenuti colla colorazione nera, furono pure bastevoli per farmi riconoscere la particolarità già accennata riguardo alle fibre nervose (prolungamenti nervosi) dello stesso fascio, quella dell'emissione di tenuissime e scarse fibrille collaterali, che vanno a perdersi nella circostante sostanza grigia.

« Il metodo di Weigert, poi, più specialmente mi ha giovato per la evidente constatazione, sopratutto nelle sezioni dall'indietro all'avanti, secondo il piano orizzontale delle eminenze bigemine (piano parallelo a quello del pavimento del quarto ventricolo), della continuazione diretta, mediante una marcata curva a convessità esterna, degli elementi del detto fascio fin entro il *velum medullare*, o, viceversa, la continuazione delle fibre nervose della valvola di Vieussens, da dove emana il quarto, per lungo tratto — e con accertata continuità — fin entro il fascio arcuato, la cui origine e formazione, in corrispondenza della prima comparsa delle cellule monopolari, incomincia nel dominio delle eminenze bigemine anteriori. Nello studiare colle sezioni seriali, il modo di comportarsi di questo fascio, non è difficile verificare che, nel suo decorso dall'avanti all' indietro, mentre gradatamente assume una propria individualità, in pari tempo va scostandosi dalle fibre che si possono riferire alla radice discendente del quinto.

« Altro fatto, che nella questione ha pure un valore diretto, è che, nelle sezioni fatte in serie e trattate, sia col carmino, sia col metodo di Weigert, le stesse cellule monopolari non soltanto sono disseminate a gruppi di 2, 3, 4, 5 lungo il decorso del fascio, e formano un ragguardevole accumolo in prossimità dell'uscita del patetico, ma alcune si possono sempre trovare anche all'esterno delle eminenze bigemine accollate allo stesso fascio d' uscita od anche in corrispondenza dei fasci profondi del velum medullare posteriore.

In questi rapporti, essendo cosa ovvia il verificare che il prolungamento di quelle isolate cellule s'unisce alle fibre formanti il la valvola di Vieusens, così altra prova più positiva della partecipazione diretta delle cellule monopolari alla formazione del patetico difficilmente potrebbesi ottenere.

« Infine, per mio conto, credo di dover attribuire un valore, in questo caso, però, indiretto, anche ad altro criterio, quello del tipo di cellule nervose centrali, al quale, in base ai miei studi, possono essere riferite le grandi cellule monopolari. Basandomi sui risultati dei miei studi sulle cellule nervose centrali, in generale, e particolarmente quelli sul midollo spinale, io ho potuto affermare che « le cellule nervose MOTRICI sono colle fibre nervose in rapporto diretto non isolato ». Ebbene, da quanto ho esposto sul modo di comportarsi delle cellule nervose monopolari, risulta che esse appunto corrispondono al tipo generale delle cellule motrici: infatti, colle fibre che escono dai centri esse sono bensì in rapporto diretto, però non ISOLATO, giacchè le fibre collaterali da me sopra descritte sono evidentemente destinate ad effettuare dei rapporti collaterali.

« Credo poi non inutile rilevare che, colla fatta esposizione io sono ben lontano dal voler asserire che tutte le cellule monopolari abbiano quella destinazione. Tanto meno io credo di dover fare ora questa discussione, in quanto che, convinto che la funzione specifica delle cellule centrali non sia già una qualità intrinseca delle cellule medesime, ma sia subordinata ai rapporti periferici, a priori, salvi i risultati di ulteriori più speciali ricerche, non soltanto io non potrei escludere la possibilità di altra destinazione ma inclino anzi ad ammettere che altre destinazioni ed altri rapporti veramente abbiano luogo. S'intende, poi, che, riguardo alla costituzione della valvola di Vieussens, io devo ammettere che le sue fibre abbiano una diversa provenienza.

III.

« La questione d'indole generale di cui è fatto cenno nel titolo di questa Nota, non è punto rigorosamente collegata colla questione riguardante l'origine del patetico. Essa potrebbe, anzi, venire sollevata qualunque fosse la destinazione (pei rapporti funzionali) del prolungamento nervoso delle cellule monopolari qui particolarmente considerate. La questione che ora volli accennare, emana dalla fatta verifica dell'esistenza, entro gli organi nervosi centrali, di una categoria di cellule, le quali sono provvedute di un solo prolungamento che non può essere altrimenti caratterizzato che come prolungamento-fibra-nervosa, e si presentano completamente sprovvedute di prolungamenti protoplasmatici.

« Se, nel passato, in base alle osservazioni fatte coi comuni metodi, potevasi ammettere, come di fatto s'ammetteva su larga scala (Deiters, Gerlach, Boll., ecc.), l'esistenza di cellule nervose mancanti di prolungamento nervoso

e quindi fornite di soli prolungamenti protoplasmatici, dopo l'applicazione del metodo della colorazione nera il riconoscimento del prolungamento nervoso essendo diventata cosa affatto ovvia (1), la sua presenza potè essere dimostrata anche nelle cellule che, e da Deiters e da Gerlach e da Boll ecc., ne erano state dichiarate prive. Dalla qual verifica è venuto che, volendo definire le cellule nervose centrali io ho creduto di poterlo fare affermando « doversi considerare cellule nervose centrali quelle che sono provvedute di speciale prolungamento, sempre unico, destinato a mettersi in rapporto con una o più fibre nervose ». Come, per caratterizzare la natura nervosa delle cellule centrali giudicava indispensabile la presenza del prolungamento nervoso, così io non mettevo pur dubbio che nelle stesse cellule nervose *centrali* (riguardo alle cellule nervose dei gangli cerebro-spinali è noto come da tempo esse siano state riconosciute mono o bipolari) dovesse ritenersi costante la presenza anche dei così detti prolungamenti protoplasmatici. Epperò il tipo generale delle cellule nervose centrali finora includeva — senza eccezione — la presenza delle due categorie di processi: i protoplasmatici ed il nervoso (2). Ma ecco che, fra gli elementi i quali, almeno per la loro sede, sono di rigorosa spettanza dei centri nervosi, ora fanno atto di presenza anche delle cellule che sono classicamente nervose, sebbene sprovvedute di prolungamenti protoplasmatici! Ebbene, non può certo far meraviglia se la constatazione delle eccezionali cellule nervose centrali aventi la singolare caratteristica di essere sprovvedute dei prolungamenti protoplasmatici, a me sembra fatto meritevole di speciale considerazione.

« Non è certo il caso che io rifaccia qui la storia delle diverse dottrine messe in campo a proposito dei prolungamenti protoplasmatici. Ricorderò solo che, dimostrate prive di fondamento anatomico le anastomosi, tanto volentieri ammesse dagli anatomici e fisiologi antichi a facile spiegazione dei rapporti funzionali fra le cellule nervose; che, riconosciuto pure insussistente il reticolo descritto da Gerlach e da altri, quale prodotto dell'indefinita suddivisione degli stessi prolungamenti protoplasmatici, reticolo, che, in mancanza delle anastomosi, credevasi indispensabile per l'effettuazione dei rapporti funzionali medesimi, in base ad una serie di dati e di argomenti, esclusa la diretta partecipazione dei prolungamenti protoplasmatici alla formazione delle fibre nervose, io ho

(1) Veramente Obersteiner, affatto recentemente, ha creduto di poter ancora scrivere che i metodi di Golgi, per la colorazione nera, non permettono di riconoscere con sicurezza il prolungamento nervoso. Ciò prova soltanto che Obersteiner non è ancora riuscito ad ottenere dei buoni preparati.

(2) Contro la mia affermazione che le cellule nervose centrali sono — almeno di regola — provvedute di un solo prolungamento nervoso, Ramón y Cajàl, Kölliker e v. Gehuchten, hanno recentemente accampato osservazioni dirette a far ammettere l'esistenza (quale fatto costante in determinate località della corteccia cerebrale), di cellule fornite di 2, 3 e perfino 4 prolungamenti nervosi. — Su questo punto i risultati miei continuano ad essere decisamente in contraddizione con quelli degli osservatori ora nominati.

creduto di dover ammettere che il significato funzionale dei detti prolungamenti si debba ricercare nel riguardo della nutrizione degli elementi nervosi. Nessuno ha finora dimostrato privi di fondamento i miei argomenti o insussistenti i miei dati di fatto; malgrado ciò, contro l'opinione da me sostenuta è ora sorta una viva opposizione, la quale, a mio giudizio, è fatta più a base di concetti dottrinali che di fatti nuovi dimostrati.

« Riguardo alla funzione specifica degli elementi nervosi centrali ed al modo di effettuazione dei rapporti tra fibre e cellule nervose, i prolungamenti protoplasmatici ed i prolungamenti nervosi, si vorrebbero ora mettere sulla stessa linea. Ma poichè i fatti spesso sono in troppo evidente contraddizione colla dottrina, non si ha riguardo ad adattare quelli a questa, e su questo indirizzo si sostiene « che la divisione dei prolungamenti di un elemento nervoso in protoplasmatici e cilindrassili non può mantenersi, poichè in certe circostanze un prolungamento protoplasmatico può prendere i caratteri di un prolungamento nervoso. » Più precisamente ancora, si insiste nell'affermare che certe fibre nervose « non sono altro che prolungamenti protoplasmatici, i quali, causa la loro immensa lunghezza, hanno assunto i caratteri morfologici di prolungamento cilinder-axis, e, di più, si sono circondati della protettrice guaina mielinica (v. Gechuchten) ».

« La formula sintetica di questi nuovi concetti è dovuta a Ramón y Cajal, il quale l'ha espressa sotto il nome di teoria della *polarizzazione dinamica degli elementi nervosi*. Secondo questa teoria, i prolungamenti protoplasmatici formerebbero degli apparati di percezione o di ricevimento, ed i prolungamenti cilindrassili degli apparecchi di applicazione dell'eccitamento nervoso. Dalle fibre nervose di senso, od a trasmissione centripeta, l'eccitamento derivante dalla periferia verrebbe trasmesso, per un'azione di contatto, ai prolungamenti protoplasmatici (ed in questo senso tali prolungamenti sono apparati di recezione), questi trasporterebbero lo stimolo ai corpi cellulari, da questi lo stimolo sarebbe trasmesso od applicato, per la via del prolungamento nervoso, alle parti periferiche. In altri termini, la direzione della corrente nervosa, per tutte le categorie di cellule nervose, non sarebbe più dal prolungamento cilinder-axis alla cellula, ma precisamente viceversa: dal prolungamento protoplasmatico alla cellula, e da questa al prolungamento nervoso e periferico. È in armonia a questa dottrina che v. Gechuchten pure insiste nel sostenere che pei prolungamenti delle cellule nervose debbasi ora adottare una divisione basata « sul senso secondo il quale si fa la trasmissione dell'eccitamento nervoso, e precisamente di distinguere tra *prolungamenti a conduzione cellulipeta e prolungamenti a conduzione cellulifuga* ».

« Intorno a questi nuovi concetti, i quali, circa il modo di considerare il significato delle diverse parti costitutive delle cellule nervose, vorrebbero includere una rivoluzione, io non farò che un breve commento: riconosco che anche negli studi anatomici non è soltanto opportuno, ma necessario, che

il ricercatore, data una serie di nuovi dati ben accertati, col considerarli in modo sintetico, coordinandoli con altri, tenti formulare delle leggi e dei concetti dottrinali di valore generale, però fondamentale e imprescindibile condizione per tutto questo deve essere che le leggi formulate e i concetti dottrinali elaborati siano in armonia coi fatti, od una vera emanazione di essi. Così pure, trovo giusto, non soltanto che certe leggi fisiologiche sperimentalmente dimostrate, ma ben anco taluni concetti intuitivi possano spingere e dare indirizzo all'indagine anatomica, diretta a verificare l'eventuale esistenza di dati che varrebbero a dar fondamento alla teoria, sempre che i fatti vengano poi esposti quali sono. Ma quando vedo che, con un lavoro precisamente inverso, si crea la teoria per adattare ad essa i dati anatomici; quando osservo che, a servizio della teoria, perfino si modificano i fatti già dimostrati, e che, con poco studio, si potrebbero verificare; quando, appunto come accade per la teoria della polarizzazione dinamica, tra l'altro trovo (per dire di qualche esempio speciale) che negasi la presenza delle cellule di nevroglia, là ove la ricerca più ovvia dimostra la presenza di quegli elementi in eccezionale abbondanza, oppure affermasi che i più tipici cilinder-axis di fibre nervose non sono che prolungamenti protoplasmatici di eccezionale lunghezza, in essi cilinder-axis, volendosi verificare perfino i caratteri morfologici di prolungamenti protoplasmatici; e ciò perchè secondo la teoria, i prolungamenti cilinder-axis, dotati di sola conducibilità *cellulifuga*, non potrebbero rappresentare gli apparati di *recezione*, mentre a quelle fibre nervose, perchè di senso, non si può non attribuire una conducibilità in senso inverso; quando, io dico, mi trovo davanti a questi procedimenti, allora pel rispetto che io devo ai metodi ed ai criteri della scienza d'osservazione, io devo chiedere se ciò sia veramente fare dell'anatomia e non piuttosto della fantasia.

« Restringendo la discussione, all'esiguo punto da me ora considerato, io non posso a meno di osservare che le speciali cellule nervose delle quali ho sopra riprodotto una figura (fig. 1ª), e la cui principale caratteristica sta nella mancanza di prolungamenti protoplasmatici (avendo l'unico prolungamento di cui sono provvedute i classici caratteri di prolungamento nervoso), rispetto alla teoria della polarizzazione dinamica rappresentano un vero punto interrogativo. E invero, se mancano gli apparati di recezione, indispensabili per la teoria, non si comprende come possa compiersi, attraverso quelle cellule, il ciclo delle correnti nervose cellulipete e cellulifughe. Ed è superfluo il dire che l'obbiezione riguardante questa speciale categoria di cellule [1], non potrebbe non avere un riflesso sulla dottrina, in quanto riguarda le cellule nervose centrali in generale.

[1] La notata analogia, fosse pure omologia, di queste cellule con quelle dei gangli cerebro-spinali, naturalmente non esclude che, nelle condizioni nelle quali si trovano nei vertebrati superiori, esse siano, a tutto rigore, cellule nervose centrali.

« Ma rispetto alle cellule nervose in generale, di altro dato credo debbasi tener conto per poter ammettere le supposte azioni per contiguità, non per continuità, tra fibre di applicazione ed i corpi cellulari e loro prolungamenti, specialmente protoplasmatici; quello dell'esistenza di un sottile rivestimento, verosimilmente di natura *neurocheratinica*, avente forma reticolare o di strato continuo, rivestimento interessante non soltanto i corpi cellulari, ma anche i loro prolungamenti, e sul quale, già da tempo, io ho richiamato l'attenzione.

« Io pel primo, col reticolo nervoso diffuso, sul quale ho insistito con una serie di lavori, ho descritto e fatto constatare i rapporti più fini e più stretti che finora siano stati osservati tra fibre e cellule nervose i loro prolungamenti, epperò nessuno più di me potrebbe sentirsi autorizzato ad ammettere i rapporti di contiguità di cui sopra; se non che l'esistenza del detto rivestimento, che, se veramente di natura neurocheratinica, dovrebbe avere azione isolatrice, per me costituisce altro ostacolo, e non dei meno significanti, all'ammissione delle supposte correnti nervose per contiguità ».

Zoologia. — *Ulteriori ricerche sui Leptocefali.* Seconda Nota preliminare del prof. B. Grassi e del dott. S. Calandruccio.

« Le nostre ricerche sono in parte sperimentali ed in parte morfologiche (1). Dal punto di vista sperimentale con nuove prove abbiamo riconfermato che il *L. diaphanus* è la larva della *Congromuraena balearica*, dimostrando così senza fondamento le contrarie induzioni del dott. Facciolà (2).

« Il *Conger vulgaris*, come già altra volta pubblicammo, passa per vari stadî larvali, di cui i principali possono ritenersi tre.

« Cominciamo col primo stadio, che si dice larva di leptocefalo tenioide, cioè molto appiattito e che è precisamente il *Leptocephalus stenops*, quale vien descritto dal Bellotti.

« Essa è caratterizzata dalla dentatura larvale (denti lunghi, sporgenti, formanti una sorta di rastrelliera in corrispondenza alla rima boccale), dalla regione caudale brevissima (essendo perciò l'ano e il meato orinario vicini all'estremità posteriore). Il sistema di punteggiatura del corpo, corrisponde a quello del *L. Morrisii*, ma i punti della linea laterale sono limitati quasi alla regione della coda: mancano pure i punti ai lati della pinna anale (3).

« In questa larva, mentre si conserva quasi tenioide e poco muta di

(1) Riserbiamo i particolari al lavoro esteso, accompagnato dalle figure. Quivi rettificheremo in molti punti le ricerche anatomiche del dott. Facciolà.

(2) Il lavoro del dott. Facciolà è di pura induzione. Egli non cita la nostra nota, antecedente alla sua di circa un anno e dà tutto come nuovo!

(3) Eccezionalmente ne trovammo uno.

lunghezza, verificasi un accorciamento notevole dell'intestino e dell'apparato urinario, ed un corrispondente estendersi in avanti della pinna anale, allungandosi perciò la regione della coda e impiccolendosi quella del tronco. E così che nel tratto, in cui la pinna anale si è prolungata in avanti, vengono a trovarsi punti laterali, cioè ai lati della pinna anale: sono punti spettanti primitivamente al tronco e secondariamente trovantisi nella ragione caudale.

« A poco a poco si passa al secondo stadio (*L. Morrisi*, a corpo crasso) e poi al terzo (*L. punctatus*, a corpo più o meno tondeggiante). Da questo si passa a poco a poco al grongo definitivo. Nel secondo stadio accade un po' per volta la caduta dei denti larvali e la formazione dei denti definitivi; questo fenomeno può prolungarsi anche nel terzo stadio. In complesso i denti definitivi nascono internamente rispetto ai larvali: pare che denti definitivi possano svilupparsi anche al posto dei larvali.

« Quest'è in breve la storia del *Conger vulgaris*, con piccole differenze individuali.

« Simili fatti verificansi per il *Conger mystax*, il quale passa per stadî finora descritti come *L. haeckeli*, *yarelli*, *bibronii* e *gegenbauri* (vedi le concise, ma chiarissime descrizioni del Bellotti), oltrechè, com'è sottinteso, per lo stadio di *L. Köllicheri* (v. l'altra nostra Nota preliminare).

« Trasformazioni in sostanza poco differenti verificansi anche per l'*Ophychthys serpens*, per la *Congromuraena balearica* e per la *Muraena* (sp. ?).

« Il Leptocefalo della Morena nello stadio da noi osservato si avvicina specialmente al *L. taenia*, mancando però le linee obblique di punti sotto ciascun solco muscolare.

« Nel mare abbiamo trovato dei pesciolini molto giovani, trasparenti, a sangue quasi incoloro, a denti scarsissimi e piccolissimi. Essi furono da noi giudicati leptocefali del 1° gruppo del Bellotti (a corpo più o meno tondeggiante) avviati a trasformarsi in anguille. E in realtà opportunamente allevati acquistarono i caratteri delle anguille ordinarie, mutando alquanto la forma della testa, impiccolendo in ogni dimensione [1], contemporaneamente pigmentandosi, e acquistando denti numerosi e relativamente grandicelli. Poi tornarono ad ingrandire appunto come fanno altre specie della famiglia dei Murenoidi. Perciò anche le anguille passano per uno stadio larvale. Abbiamo forti ragioni per ritenere che ad esse corrisponda oltre alla forma leptocefaloide sopra accennata, in uno stadio precedente, il *Leptocephalus brevirostris*, od altre leptocefalo senza punti.

« Dal lato morfologico, lo studio dello sviluppo della colonna vertebrale e la maniera di comportarsi dei visceri (accorciamento particolare dell'intestino e dell'apparato urinario) danno un'altra solida basa a quanto già altra volta so-

[1] Nell'acquario si è verificato l'accorciamento di più d'un centimetro, ed opportune osservazioni dimostrano che ciò molto probabilmente succede sempre anche in natura

stenne uno di noi (il Grassi) sulla morfologia della colonna vertebrale. Il corpo vertebrale si forma attorno alle membrane della corda e non dalle membrane della corda, come altri ha creduto. Esso comincia a formarsi nei Leptocefali al terzo stadio sopradetto. Però la membrana interna della corda presentasi differenziata in regioni vertebrali ed intervertebrali: il qual fatto è certamente molto importante dal punto di vista morfologico.

« Notevolissimo si è lo scheletro gelatinoso: esso forma quasi un doppio astuccio non segmentato attorno agli organi assili (midollo spinale, corda, vasi principali): l'astuccio interno è assai più rigido e più sottile dell'esterno, l'uno intimamente riunito all'altro.

« Lo scheletro gelatinoso dei Murenoidi trova riscontro nella coda delle Appendicolarie, tracce dello stesso scheletro riscontransi in altri Teleostei, nei Selaci e nell'Anfiosso. Perciò abbiamo forse sottocchi una disposizione morfologica avente grande valore filogenetico.

« L'impiccolimento del corpo, che verificasi durante le metamorfosi sopra accennate, non avviene ugualmente in tutti gli organi.

« Risalta molto l'accorciamento delle fibre muscolari striate dei miomeri.

N. B. Dopochè erano già state corrette le bozze della presente Nota, il dott. Facciolà ha pubblicato un'altra Memoria, nella quale collo stesso metodo induttivo, onde dieci anni fa ha foggiate molte nuove specie di Leptocefali, ora viene a conchiudere con noi che si tratta di larve normali. Al *Conger mystax* riferisce gli stessi leptocefali, che noi già prima gli avevamo attribuiti in parte induttivamente e in parte sperimentalmente e che in questa seconda Nota gli abbiamo attribuiti tutti quanti in via sperimentale. Al *Conger vulgaris* riferisce (oltre al Loptocefalo Morrisi) il *L. inaequalis* Facciolà: dalla descrizione nuova datane dal Facciolà stesso risulta *ad evidentiam*, che questa nuova specie era stata da lui fabbricata a spese dei *L. punctatus* e *stenops*, quali sono descritti dal Bellotti. Perciò in questa parte i risultati del Facciolà s'accordano coi nostri. Naturalmente egli non cita affatto le nostre ricerche.

Matematica. — *Sopra i sistemi di rette cremoniani.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio Cerruti.

« In questa Nota, procedendo con metodo analogo a quello tenuto in un precedente lavoro (1), io tratto di una doppia classe di sistemi algebrici di rette, e di una corrispondente doppia classe di superficie omaloidi. Appartengono alla prima classe le note congruenze cremoniane (2), ed appartengono

(1) *Sopra un sistema di rette* (3, 4). Questi Rend., marzo 1893.

(2) Queste congruenze vennero considerate, e così denominate dall'Hirst. Cfr. *On the cremonian congruences,* nei Proceedings of the London Math. Society, an. 1883.

alla seconda i sistemi prodotti da una terna di forme di 2ª specie in corrispondenza birazionale allo stesso modo come il sistema (3, 4) del lavoro suaccennato venne prodotto per forme proiettive. Anche a questi ultimi sistemi conviene dare il nome di *cremoniani*; ma, per distinguerli dai primi, noi diremo gli uni di *1ª specie* e gli altri di *2ª specie*. Il lettore vedrà che il sistema di formule che incontreremo importa simultaneamente lo studio di entrambe le specie di sistemi.

§ I.

Due monoidi. — I sistemi di rette cremoniani di 2ª specie.

« 1. Siano

(1) $$\chi_1 \varphi_1 + \chi_2 \varphi_2 + \chi_3 \varphi_3 = 0$$

(2) $$\chi_1 \varphi'_1 + \chi_2 \varphi'_2 + \chi_3 \varphi'_3 = 0$$

(3) $$\chi_1 \theta_1 + \chi_2 \theta_2 + \chi_3 \theta_3 = 0$$

ove le $\varphi, \varphi', \theta$ sono funzioni omogenee di tre parametri $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ e χ_1, χ_2, χ_3 sono numeri arbitrarii variabili, le equazioni di tre reti omaloidiche di elementi, e poniamo le equazioni

$$z_i \equiv \sigma \xi_i + \tau \eta_i \ldots \quad 1') \qquad , \qquad z'_i \equiv \sigma' \xi'_i + \tau' n'_i \ldots \quad 2')$$

con $a)$ $\quad \eta_i = \varphi_1 \alpha_i + \varphi_2 \beta_i + \varphi_3 \gamma_i$

$a')$ $\quad \eta'_i = \varphi'_1 \alpha'_i + \varphi'_2 \beta'_i + \varphi'_3 \gamma'_i \qquad (i = 1, \ldots, 4)$

e (3') $$\theta_1 p_x + \theta_2 q_x + \theta_3 r_x = 0$$

ove ξ_i, ξ'_i sono le coordinate di due punti arbitrarii, $p_x = 0, q_x = 0, r_x = 0$ equazioni di tre piani arbitrarii, $\alpha_i \beta_i \gamma_i$ le coordinate dei vertici di un triangolo arbitrario il cui piano non passi per ξ_i, ed $\alpha'_i \beta'_i \gamma'_i$ quelle dei vertici di un triangolo analogo rispetto ad ξ'_i. Per mezzo delle 1') e 3') la stella (ξ_i) è riferita cremonianamente alla stella di piani (ξ''_i), ove $\xi''_i = (pqr)_i$ $(i = 1, \ldots, 4)$; e lo stesso accade fra le stelle $(\xi'_i), (\xi''_i)$ per mezzo delle 2') e 3'). Se si suppone che le φ siano dell'ordine n, le φ' dell'ordine n', e le θ dell'ordine m nelle $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$; e se, inoltre, si suppone che vi siano α_{rs} elementi $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$ fondamentali r^{pli} per la rete 1), e fondamentali s^{pli} per la rete 3), noi avremo

(4) $$(\xi_i) \; \mathfrak{C}^{M}_{R} (\xi''_i)$$

$$M = mn - \Sigma \alpha_{rs} rs, \; (r = 0, 1, \ldots, n-1; s = 0, 1, \ldots, n-1) \; (^1)$$

ove, per brevità, abbiamo creduto introdurre il simbolo $\mathfrak{C}^{M}_{R}$ per rappresentare la relazione cremoniana reciproca che lega le stelle (ξ_i), (ξ''_i) allo stesso modo come il simbolo $\overline{\wedge}$ rappresenta la semplice relazione lineare.

(1) Cfr. Iung, *Sulle trasformazioni birazionali* ecc. Rend. Ist. lomb., a. 1886. Si osservi che le nostre limitazioni pei valori di r, s non sono quelle del Iung; ma, mentre tali limitazioni non infirmano il valore di M, sono necessarie per noi, specialmente pel contenuto dei numeri 2 e 4.

« In modo analogo si ha

$$(4') \qquad (\xi'_i)\ \mathfrak{C}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{M}'}\ (\xi''_i)$$

$$\mathrm{M}' = mn' - \Sigma\, \alpha'_{r's'}\, r's' \,,\ (r' = 0\,,1\,,\dots,n-1\,;\ s' = 0\,,1\,,\dots,n-1)$$

ove $\alpha'_{r's'}$, r', s' hanno, rispetto alle reti 2) e 3), significato analogo a quello delle α_{rs}, r, s rispetto alle reti 1) e 3).

« 2. Per mezzo della (4), e dal cercare le intersezioni degli elementi corrispondenti, si genera una superficie di rappresentazione parametrica

$$(5) \qquad z_i \equiv (\theta_1 p_\eta + \theta_2 q_\eta + \theta_3 r_\eta)\, \xi_i - (\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi)\, \eta_i$$
$$(i = 1\,,\dots,4)\,;$$

e queste formule dànno, pel sistema lineare rappresentativo delle sezioni piane di essa superficie, la equazione:

$$(6) \qquad (\theta_1 p_\eta + \theta_2 q_\eta + \theta_3 r_\eta)\, \mathrm{A}_\xi - (\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi)\, \mathrm{A}_\eta = 0$$

ove $\mathrm{A}_1 : \mathrm{A}_2 : \mathrm{A}_3 : \mathrm{A}_4$ sono parametri variabili colle curve del sistema.

« Questa equazione mostra che i punti fondamentali del sistema rappresentativo sono, oltre quelli corrispondenti agli α_{rs} elementi multipli delle reti 1) e 3) quegli altri, fuori di essi, comuni alle curve

$$\theta_1 p_\eta + \theta_2 q_\eta + \theta_3 r_\eta = 0 \ ,\ \theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi = 0$$

e questi sono in numero eguale ad

$$\mathrm{N} = (m+n)\, m - \Sigma\, s\,(r+s)\, \alpha_{rs}\,.$$

« Cosicchè, essendo le curve (6) dell'ordine $m+n$, l'ordine della superficie rappresentata, superficie che diremo Σ, sarà

$$= (m+n)^2 - \Sigma\,(r+s)^2 \alpha_{rs} - (m+n)\, m + \Sigma s\,(r+s)\alpha_{rs}$$
$$= mn - \Sigma\, rs\, \alpha_{rs} + n^2 - \Sigma\, r^2\, \alpha_{rs} = \mathrm{M} + 1 = \mathrm{N}$$

per essere, giusta la ipotesi fatta della omaloidicità della rete (1):

$$n^2 - \Sigma\, r^2\, \alpha_{rs} = 1\,.$$

« In modo analogo, per mezzo della (4') si genera una superficie Σ' di rappresentazione parametrica

$$(5') \qquad z_i \equiv (\theta_1 p_{\eta'} + \theta_2 q_{\eta'} + \theta_3 r_{\eta'})\, \mathrm{A}_\xi - (\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi)\, \mathrm{A}_{\eta'}$$

di sistema lineare rappresentativo

$$(6') \qquad (\theta_1 p_{\eta'} + \theta_2 q_{\eta'} + \theta_3 r_{\eta'})\, \mathrm{A}_\xi - (\theta_1 p_{\xi'} + \theta_2 q_{\xi'} + \theta_3 r_{\xi'})\, \mathrm{A}_{\eta'} = 0$$

e di ordine

$$= (m+n')^2 - \Sigma\,(r'+s')^2\, \alpha'_{r's'} - (m+n')\, m + \Sigma\, s'\,(r'+s')\, \alpha'_{r's'}$$
$$= mn' - \Sigma\, r's'\, \alpha'_{r's'} + n'^2 - \Sigma\, r'^2 s'_{r's'} = \mathrm{M}' + 1 = \mathrm{N}'\,.$$

« E così noi arriviamo intanto, in una maniera diversa da quella tenuta da Jung [1], il quale procede per via sintetica al risultato che la superficie generata da due stelle in corrispondenza cremoniana reciproca del grado M è un monoide dell'ordine $\mathrm{M}+1$; anzi qui noi diamo delle formule semplici e nello stesso tempo generali per lo studio di un tal monoide.

« 3. Per mezzo delle (5) il monoide Σ è proiettato stereograficamente

[1] *Sulle superficie generate da due sistemi cremoniani reciproci di grado m.* Rend. Acc. Lincei. An. 1885.

dal punto ξ_i sul piano $\sigma \equiv (\alpha\,\beta\,\gamma\,x) = 0$, e per mezzo delle (5′) è, invece, proiettato stereograficamente il monoide Σ' dal punto ξ'_i sul pian $\sigma' = (\alpha'\beta'\gamma'x) = 0$. Facendo dunque intervenire la relazione cremoniana $(\xi_i)\,\mathfrak{C}^{\mathrm{P}}\,(\xi'_i)$, ove

$$\mathrm{P} = nn' - \Sigma\, r''s''\, \alpha''_{r''s''}$$

ed ove $\alpha''_{r''s''}, r'', s''$ hanno, rispetto ad (1) ed (1′), significato analogo a quello che avevano α_{rs}, r, s rispetto ad 1) e 3); e dicendo $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2$ le due proiezioni sterreografiche suaccennate, si può dire che i sistemi di rette cremoniani di 2ª specie, sistemi che indicheremo col simbolo $\mathrm{K}_{\mu,\nu}$ ($\mu =$ ordᵉ., $\nu =$ classe) sono quelli che provengono dal congiungere i punti di Σ ai corrispondenti di Σ' nella successione $\mathfrak{P}_1\,\mathrm{C}\,\mathfrak{P}_2^{-1}$, dove per C deve ora intendersi la $(\sigma)\,\mathfrak{C}^{\mathrm{P}}\,(\sigma')$ sezione della $(\xi)\,\mathfrak{C}^{\mathrm{P}}\,(\xi')$ con σ, σ' [1].

« Procedendo quindi come al nº. 1 della mia Nota citata, o addirittura operando sulle (5) e (5′), e ponendo

$$\begin{array}{lll} p_\alpha = \mathrm{P}_1,\, p_\beta = \mathrm{P}_2,\, p_\gamma = \mathrm{P}_3 & , & p_{\alpha'} = \mathrm{P}'_1,\, p_{\beta'} = \mathrm{P}'_2,\, p_{\gamma'} = \mathrm{P}'_3 \\ q_\alpha = \mathrm{Q}_1,\, q_\beta = \mathrm{Q}_2,\, q_\gamma = \mathrm{Q}_3 & , & q_{\alpha'} = \mathrm{Q}'_1,\, q_{\beta'} = \mathrm{Q}'_2,\, q_{\gamma'} = \mathrm{Q}'_3 \\ r_\alpha = \mathrm{R}_1,\, r_\beta = \mathrm{R}_2,\, r_\gamma = \mathrm{R}_3 & , & r_{\alpha'} = \mathrm{R}'_1,\, r_{\beta'} = \mathrm{R}'_2,\, r_{\gamma'} = \mathrm{R}'_3 \end{array}$$

$$(8) \qquad \begin{cases} \mathrm{X} = \theta_1\,\mathrm{P}_\varphi + \theta_2\,\mathrm{Q}_\varphi + \theta_3\,\mathrm{R}_\varphi \\ \mathrm{X}' = \theta_1\,\mathrm{P}'_{\varphi'} + \theta_2\,\mathrm{Q}'_{\varphi'} + \theta_3\,\mathrm{R}'_{\varphi'} \end{cases}$$

noi abbiamo, a rappresentare le rette di $\mathrm{K}_{\mu,\nu}$, le formule

$$\begin{aligned} (9)\quad p_{ik} \equiv \mathrm{XX}'\,(\xi\xi')_{ik} &- \mathrm{X}\,(\theta_1\,p_{\xi'} + \theta_2\,q_{\xi'} + \theta_3\,r_{\xi'})\,(\xi\eta')_{ik} \\ &- \mathrm{X}'\,(\theta_1\,p_\xi + \theta_2\,q_\xi + \theta_3\,r_\xi)\,(\eta\xi')_{ik} \\ &+ \quad (\theta_1\,p_\xi + \theta_2\,q_\xi + \theta_3\,r_\xi)\,(\theta_1 p_{\xi'} + \theta_2\,q_{\xi'} + \theta_3\,r_{\xi'})\,(\eta\eta')_{ik} \\ &\qquad\qquad (ik = 12, \ldots, 34). \end{aligned}$$

« Se poniamo anche qui (cfr. Nota cit.)

$$(\xi, \alpha, \beta, \gamma)\,(\xi', \alpha', \beta', \gamma') \equiv h, a, b, c, a', l, e, g', b', e', m, e', g, f', n$$

e poi indichiamo coi medesimi simboli muniti di opportuni indici le coordinate delle rette che essi rappresentano, noi avremo

$$(\xi\eta')_{ik} = \varphi'_1\,a_{ik} + \varphi'_2\,b_{ik} + \varphi'_3\,c_{ik}$$
$$(\eta\xi')_{ik} = \varphi_1\,a'_{ik} + \varphi_2\,b'_{ik} + \varphi_3\,c'_{ik}$$

$$b)\quad (\eta\eta')_{ik} = l_{ik}\,\varphi_i\varphi'_i + m_{ik}\,\varphi_2\varphi'_2 + n_{ik}\,\varphi_3\varphi'_3 + e_{ik}\,\varphi_1\varphi'_2 - e'_{ik}\,\varphi_2\varphi'_1 + f_{ik}\,\varphi_2\varphi_3' + \\ - f'_{ik}\,\varphi_3\varphi'_2 + g_{ik}\,\varphi_3\varphi'_1 - g'_{ik}\,\varphi_1\varphi'_3$$

epperò le formule (9) si potranno scrivere, sotto forma più esplicita, come segue:

$$(10)\quad \left.\begin{aligned} p_{ik} \equiv \mathrm{XX}'\,h_{ik} &- \mathrm{X}\,(\theta_1 p_{\xi'} + \theta_2 q_{\xi'} + \theta_3 r_{\xi'})(\varphi_1 a'_{ik} + \varphi_2 b'_{ik} + \varphi_3 c'_{ik}) \\ &- \mathrm{X}'(\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3\,r_\xi)(\varphi'_1 a_{ik} + \varphi'_2 b_{ik} + \varphi'_3 c_{ik}) \\ &+ (\theta_1\,p_\xi + \theta_2\,q_\xi + \theta_3\,r_\xi)\,(\theta_1\,p_{\xi'} + \theta_2\,q_{\xi'} + \theta_3\,r_{\xi'}) \times \\ \times &\begin{cases} + (l_{ik}\varphi_1\varphi'_1 + m_{ik}\varphi_2\varphi'_2 + n_{ik}\varphi_3\varphi'_3 \\ + e_{ik}\varphi_1\varphi'_2 - e'_{ik}\varphi_2\varphi'_1 + f_{ik}\varphi_2\varphi'_3 - f'_{ik}\varphi'_2\varphi_3 + g_{ik}\varphi_3\varphi'_1 - g'_{ik}\varphi_1\varphi'_3) \end{cases} \end{aligned}\right\} (ik = 12, \ldots, 34).$$

[1] Per uno studio intorno ai sistemi di rette che si hanno dal congiungere i punti omologhi di due superficie che si corrispondono univocamente (ma che non ha che fare col contenuto del presente scritto) si può confrontare la Memoria del sig. Marino Pannelli, inserita negli Atti della R. Acc. dei Lincei an. 1890.

« Indicando con A_μ l'invariante simultaneo del complesso lineare di coordinate A_{ik} e della retta di coordinate μ_{ik} ($\mu = h, a, b, \ldots, g, f', n$; $ik = 12, \ldots, 34$), si ha pel sistema lineare rappresentativo di $K_{\mu,\nu}$ la equazione

$$
\begin{aligned}
& XX'A_h - X(\theta_1 p_{\xi'} + \theta_2 q_{\xi'} + \theta_3 r_{\xi'})(\varphi'_1 A_a + \varphi'_2 A_b + \varphi'_3 A_c) \\
& \quad - X'(\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi)(\varphi_1 A_{a'} + \varphi_2 A_{b'} + \varphi_3 A_{c'}) \\
(11) \qquad & \quad + (\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi)(\theta_1 p_{\xi'} + \theta_2 q_{\xi'} + \theta_3 r_{\xi'})\Theta_A = 0
\end{aligned}
$$

dove ora abbiamo trovato conveniente di porre

$$
\begin{aligned}
(12) \qquad \Theta_A = {} & A_l \varphi_1 \varphi'_1 + A_m \varphi_2 \varphi'_2 + A_n \varphi_3 \varphi'_3 + A_e \varphi_1 \varphi'_2 - A_{e'} \varphi_2 \varphi'_1 + \\
& + A_f \varphi_2 \varphi'_3 - A_{f'} \varphi_3 \varphi'_2 + A_g \varphi_3 \varphi'_1 - A_{g'} \varphi'_3 \varphi_1 .
\end{aligned}
$$

§ II.

I sistemi di rette cremoniani di 1ª specie ed altri enti.

« 4. Per mezzo delle a), a'), che possono pure essere sostituite dalle

$$
\begin{aligned}
\varphi_1 u_\alpha + \varphi_2 u_\beta + \varphi_3 u_\gamma &= 0 \\
\varphi'_1 u_{\alpha'} + \varphi'_2 u_{\beta'} + \varphi'_3 u_{\gamma'} &= 0
\end{aligned}
$$

ove $u_\theta = \Sigma \theta_i u_i$ ($\theta \equiv \alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$) e le u_i sono coordinate di piani, il piano σ è birazionalmente riferito al piano σ', e corrispondentemente ad ogni sistema di valori dei parametri $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$ le a), a') dànno le coordinate di due punti corrispondenti. Indicando dunque con $H_{\mu,\nu}$ il corrispondente sistema di rette si ha che le formule di rappresentazione delle sue rette sono

$$
\begin{aligned}
(13) \qquad p'_{ik} \equiv {} & l_{ik} \varphi_1 \varphi'_1 + m_{ik} \varphi_2 \varphi'_2 + n_{ik} \varphi_3 \varphi'_3 + e_{ik} \varphi_1 \varphi'_2 - e'_{ik} \varphi_2 \varphi'_1 + \\
& + f_{ik} \varphi_2 \varphi'_3 - f'_{ik} \varphi_3 \varphi'_2 + g_{ik} \varphi_3 \varphi'_1 - g'_{ik} \varphi_1 \varphi'_3 \\
& (ik = 12, \ldots, 34)
\end{aligned}
$$

ed il sistema lineare rappresentativo corrispondente è

$$(12') \qquad \Theta_A = 0$$

« Siccome le φ sono del grado n e si annullano al grado r'' negli elementi $\alpha''_{r''s''}$ e le φ' sono del grado n' e si annullano al grado s'' negli stessi elementi, così le (12) saranno del grado $n + n'$ e si annulleranno al grado $r'' + s''$ in $\alpha''_{r''s''}$. Le curve (12') avranno dunque a comune, ulteriormente e a due a due, altri punti in numero di

$$
\begin{aligned}
& (n + n')^2 - \Sigma \alpha''_{r''s''} (r'' + s'')^2 = \\
& = 2(nn' - \Sigma \alpha''_{r''s''} r'' s'') + n^2 - \Sigma \alpha''_{r''s''} r''^2 + n'^2 - \Sigma \alpha''_{r''s''} s''^2 = 2(P+1)
\end{aligned}
$$

per essere: $\quad n^2 - \Sigma \alpha''_{r''s''} r''^2 = n'^2 - \Sigma \alpha''_{r''s''} s'' = 1$.

« Questo numero rappresenta perciò il gradro della rigata comune ad $H_{\mu,\nu}$ e ad un complesso lineare arbitrario. Osservando, col tagliare σ, σ' per mezzo di un piano arbitrario π (*Hirst*, l. c.) che $\mu = P$, se ne cava $\nu = P + 2$, poichè $2(P+1)$ è la somma dell'ordine e della classe del sistema; e ciò conduce al risultato, notissimo del resto per altra via, che una corrispondenza cremoniana di grado P fra due piani sovrapposti ha $P + 2$ punti uniti.

« 5. Avvicinando le fomule (10) alle (13), cioè, nel considerare le (10), tenendo presenti le (13), le (10) sono una rappresentazione del sistema $H_{p,p+2}$ sul sistema $K_{\mu,\nu}$. Non è difficile trovare le formule inverse; dopo un breve esame si trova, in fatti,

$$(10') \quad p'_{ik} \equiv XX' h_{ik} - X(\theta_1 p_\xi' + \theta_2 q_\xi' + \theta_3 r_\xi')(\varphi_1 a'_{ik} + \varphi_2 b'_{ik} + \varphi_3 c'_{ik}) \\ - X'(\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi)(\varphi'_1 a_{ik} + \varphi'_2 b_{ik} + \varphi'_3 c_{ik}) - p_{ik} \\ (ik = 12, \dots, 34).$$

« 6. Due raggi corrispondenti di $H_{p,p+2}$, $K_{\mu,\nu}$ non sono in generale in un piano. Se si pone $\theta_1 p_\xi + \theta_2 q_\xi + \theta_3 r_\xi = \Phi$, $\theta_1 p_{\xi'} + \theta_2 q_{\xi'} + \theta_3 r_{\xi'} = \Phi'$ su un raggio di $K_{\mu,\nu}$ un punto ha per coordinate espressioni della forma

$$x_i \equiv \varrho \{ X \xi_i - \Phi \eta_i \} + \varrho' \{ X' \xi'_i - \Phi' \eta'_i \} \quad (i = 1, \dots, 4)$$

mentre, invece, sul corrispondente raggio di $H_{p,p+2}$ espressioni della forma

$$x_i \equiv \varrho \eta_i + \varrho' \eta'_i \qquad (i = 1, \dots, 4)$$

in entrambi i casi $\varrho : \varrho'$ essendo un parametro variabile con un punto del raggio. Ora il piano proiettante da ξ'' il secondo raggio ha per equazione

$$(\xi'' \eta \eta' x) = 0$$

ed il piano proiettante da ξ'' il primo raggio ha per equazione la (3'). Perciò sul primo piano e sul primo raggio si dovrà avere

$$\varrho : \varrho' = (\xi' \xi'' \eta \eta') X' : -(\xi \xi'' \eta \eta'') X$$

mentre che sul secondo piano e sul secondo raggio si avrà

$$\varrho : \varrho' = X' : -X .$$

« Ne concludiamo le seguenti formule di rappresentazione piana di due classi di superficie omaloidi, la seconda delle quali venne già considerata dal Jung [1], dal sig. Visalli [2] e da me [3], cioè:

$$(14) \quad x_i \equiv (\xi' \xi'' \eta \eta') X' \{ X \xi_i - \Phi \eta_i \} - (\xi \xi'' \eta \eta') X \{ X' \xi'_i - \Phi' \eta'_i \} \; (i = 1, \dots, 4)$$

$$(15) \quad x_i \equiv X' \eta_i - X \eta'_i \; (i = 1, \dots, 4).$$

« Corrispondono ad esse i sistemi lineari di curve rappresentative di equazioni

$$(16) \quad (\xi' \xi'' \eta \eta') X' \{ X a_\xi - \Phi a_\eta \} - (\xi \xi'' \eta \eta') X \{ X' a_{\xi'} - \Phi' a_{\eta'} \} = 0$$

$$(17) \quad X' a_\eta - X a_{\eta'} = 0$$

ove $a_1 : a_2 : a_3 : a_4$ sono parametri variabili colle curve del sistema.

« Facendo intervenire le (13), e ponendo $(\xi' \xi'')_{lm} = k'_{lm}$, $(\xi \xi'')_{lm} = k_{lm}$ $(lm = 12, \dots, 34)$ le (16) possono pure essere scritte nella forma

$$(18) \quad XX' (a_\xi p'_k - a_{\xi'} p'_k) + X \Phi' a_{\eta'} p'_k - X' \Phi a_\eta p'_{k'} = 0$$

[1] *Sulle superficie generate* ecc. Rend. Acc. Lincei, an. 1886.

[2] Rend. Acc. Lincei, settembre 1886.

[3] *Sulla superficie del 5° ordine dotata di curva doppia del 5° ordine.* Rend. Acc. Lincei, vol. VI, an. 1890, nota in pie' della pagina 223. Infatti, salvo le notazioni, le equazioni (15) sono precisamente quelle date in quella nota.

§ III.

Due altre classi di superficie omaloidi. Si mette in evidenza qualche caso speciale.

« 7. Se, indicando con ϑ_i, ε_i $(i = 1, \dots, 6)$ due sestuple qualunque di quantità, noi poniamo:

$$(19)\quad \begin{vmatrix} r_{i,i+1} & r_{24} & r_{34} \\ \vartheta_i & \vartheta_5 & \vartheta_6 \\ \varepsilon_i & \varepsilon_5 & \varepsilon_6 \end{vmatrix} = \mathrm{R}_i \ (i = 1, 2, 3;\ i+1 \equiv 1 \text{ per } i = 3 \text{ ed } \mathrm{R} \equiv \mathrm{H}, \mathrm{A}, \mathrm{B}, \dots, \mathrm{F}', \mathrm{N} \text{ quando } r \equiv h, a, b, \dots, f', n)$$

e poi nelle formule (22) del nostro lavoro citato « *Sopra un sistema di rette* (3, 4) » poniamo, al posto delle p_{ik} una volta le espressioni (10) ed un'altra le (13), noi otteniamo le formule di rappresentazione piana di una doppia classe di superficie omaloidi che, con linguaggio della geometria a più variabili, possono essere chiamate *proiezioni*, sul nostro spazio, dei sistemi di rette considerati nei paragrafi precedenti. Indicando con z_i le coordinate di un punto di una superficie della 1ª classe, e con z'_i quelle di un punto della corrispondente superficie nella seconda classe, in grazia delle (19) e delle supposizioni fatte, noi abbiamo:

$$(20)\quad z_i \equiv \mathrm{XX'\,H}_i - \mathrm{X}\,\Phi'\,(\varphi'_1\,\mathrm{A}_i + \varphi'_2\,\mathrm{B}_i + \varphi'_3\,\mathrm{C}_i) - \mathrm{X'}\Phi(\varphi_1\mathrm{A}'_i + \varphi_2\mathrm{B}'_i + \varphi_3\mathrm{C}'_i) + \Phi\Phi'\,z'_i \quad (i = 1, \dots, 4)$$

$$(21)\quad z'_i \equiv \mathrm{L}_i\varphi_1\varphi'_1 + \mathrm{M}_i\,\varphi_2\varphi'_2 + \mathrm{N}_i\,\varphi_3\varphi'_3 + \mathrm{E}_i\,\varphi_1\,\varphi'_2 - \mathrm{E}'_i\,\varphi_2\,\varphi'_1 + \mathrm{F}_i\,\varphi_2\varphi'_3 - \mathrm{F}'_i\,\varphi_3\varphi'_2 + \mathrm{G}_i\,\varphi_3\varphi_1' - \mathrm{G}'_i\,\varphi_1\,\varphi'_3 \quad (i = 1, \dots, 4)$$

ed i sistemi lineari rappresentativi corrispondenti sono:

$$(22)\quad \mathrm{XX'}u_{\mathrm{H}} - \mathrm{X}\Phi'(\varphi'_1 u_{\mathrm{A}} + \varphi'_2 u_{\mathrm{B}} + \varphi'_3 u_{\mathrm{C}}) - \mathrm{X'}\,\Phi(\varphi_1\,u_{\mathrm{A}'} + \varphi_2 u_{\mathrm{B}'} + \varphi_3 u_{\mathrm{C}'}) + \Phi\Phi'\,u_{z'} = 0$$

$$(23)\quad u_{z'} = u_{\mathrm{L}}\,\varphi_1\,\varphi'_1 + u_{\mathrm{M}}\,\varphi_2\,\varphi'_2 + u_{\mathrm{N}}\,\varphi_3\,\varphi'_3 + u_{\mathrm{E}}\,\varphi_1\,\varphi'_2 - u_{\mathrm{E}'}\,\varphi_2\,\varphi'_1 + u_{\mathrm{F}}\,\varphi_2\,\varphi'_3 - u_{\mathrm{F}'}\,\varphi_3\,\varphi'_2 + u_{\mathrm{G}}\,\varphi_3\,\varphi'_1 - u_{\mathrm{G}'}\,\varphi_1\,\varphi'_3 = 0$$

essendo $u_1 : u_2 : u_3 : u_4$ le coordinate del piano di una sezione.

« La forma delle (22) e (23) mostra chiaramente che i sistemi di curve da esse rappresentati sono ordinatamente contenuti nei sistemi (11) e (12′); e che perciò, finchè le ϑ_i, ε_i sono assolutamente arbitrarie, le (20) rappresentano una superficie dell'ordine $\mu + \nu$, e le (21) una superficie dell'ordine $2\,(\mathrm{P} + 1)$. Ma se le ϑ_i sono i valori che prendono le p_{ik}, o le p'_{ik}, date dalle (10), o dalle (13), per un sistema di valori dei parametri $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$, allora le (20) rappresenteranno una superficie dell'ordine $\mu + \nu - 1$, o dell'ordine $2\,\mathrm{P} + 1$. Infatti, in una forma più concisa, le (20) e (21) possono essere scritte così:

$$\begin{vmatrix} u_z & u_\varepsilon & u_p \\ \vartheta_5 & \varepsilon_5 & p_{24} \\ \vartheta_6 & \varepsilon_6 & p_{34} \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} u_z & u_\varepsilon & u_{p'} \\ \vartheta_5 & \varepsilon_5 & p'_{24} \\ \vartheta_3 & \varepsilon_6 & p'_{34} \end{vmatrix} = 0$$

« Ne segue che pel suddetto sistema di valori di $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$ questi due determinanti acquistano due colonne identiche; epperò le curve da essi rappresentate hanno un ulteriore punto comune.

« Se anche le ε_i sono scelte come le ϑ_i corrispondentemente ad un altro sistema di valori dei parametri $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3$; allora nei sistemi (20) e (21) interviene un nuovo punto fondamentale, e le superficie rappresentate saranno rispettivamente dell'ordine $\mu + \nu - 2$, 2 P.

« Il numero $\mu + \nu$ si può esprimere in funzione dei numeri M, M'. In fatti applicando il modo tenuto da me nel § III dell'art. *Su certi luoghi che s'incontrano* ecc. (1) si trova $\mu = \mathrm{MM}' + \mathrm{M} + \mathrm{M}'$ e $\nu = \mu + 1$ (2). Le superficie rappresentate dalle (20) saranno dunque dell'ordine $2\mu + 1$, dell'ordine 2μ, o dell'ordine $2\mu - 1$.

« 8. Per fare un esempio semplice di quanto si è esposto, e che nello stesso tempo serva di aggiunta a delle nostre ricerche anteriori sugli enti che ora incontriamo, supponiamo le a), a'), 3') nella forma

$$a_1) \quad \eta_i \equiv \lambda\alpha_i + \mu\beta_i + \nu\gamma_i \quad , \quad a'_1) \quad \eta'_i \equiv \mu\nu\alpha'_i + \nu\lambda\beta'_i + \lambda\mu\gamma'_i$$

$$3_1) \quad \lambda p_x + \mu q_x + \nu r_x = 0 \qquad (i = 1, \dots, 4)$$

cioè supponiamo le stelle (ξ), (ξ'') riferite linearmente fra loro e reciprocamente, e riferite quadraticamente alla (ξ'). Allora noi abbiamo nelle (20) le formule di rappresentazione piana di una superficie d'ordine 11, o 10, o 9 a seconda della scelta delle ϑ_i, ε_i, e nelle (21), che nel caso attuale diventano:

$$z'_i \equiv (\mathrm{L}_i + \mathrm{M}_i + \mathrm{N}_i)\lambda\mu\nu + \mathrm{E}_i\lambda^2\nu - \mathrm{E}'_i\mu^2\nu + \mathrm{F}_i\mu^2\lambda - \mathrm{F}'_i\nu^2\lambda + \mathrm{G}_i\nu^2\mu - \mathrm{G}'_i\lambda\mu$$
$$(i = 1, \dots, 4)$$

quelle di una superficie del 6° ordine con 6 rette ed una curva doppia del 9° ordine (3) o quelle di una superficie del 5° ordine con 10 rette ed una curva doppia del 5° ordine (4), o quelle di una superficie del 4° ordine a conica doppia (5).

« 9. Anche le (17) ci dànno, con una particolare circostanza, una su-

(1) Rend. Circ. Mat. di Palermo, t. I, an. 1887.

(2) Cfr. anche l'art. del sig. Loria. *Sugli enti geometrici generati da forme fond.* ecc. nel Giornale della Società di Letture e Conversazioni scientifiche di Genova, an. 1887.

(3) Cfr. Caporali, Mem. di Geom., pag. 202, caso 2°. Non sarà senza interesse fare il raffronto colle superficie del 6° ordine che abbiamo incontrato nel n. 10 del nostro citato lavoro: *Sopra un sistema di rette* (3, 4), e coll'altra, pure del 6° ordine, che equivale ad una proiezione della congruenza del 3° grado, menzionata nello stesso lavoro. Queste due ultime superficie del 6° ordine si trovano pure menzionate dal Caporali nei casi 4° e 3° rispettivamente del loc. cit.

(4) Questa superficie è anche data dalle (15) e dal corrispondente sistema lineare (17) se, avendo preso per a), 3') le a_1), 3'$_1$) si prendono poi per a') le $\eta'_i = \lambda\alpha'_i + \mu\beta'_i + \nu\gamma'_i$ $(i = 1, \dots, 4)$. (Cfr. i miei precedenti lavori sull'argomento).

(5) Osservazione analoga alla precedente, purchè, p. e., si abbia $\alpha \equiv \alpha'$.

perficie che abbiamo già incontrata trattando del sistema (3, 4) nel lavoro dianzi citato.

« Infatti, nel caso attuale, si ha:

$$X = p_\alpha . \lambda^2 + q_\beta . \mu^2 + r_\gamma . \nu^2 + (p_\beta + q_\alpha)\lambda\mu + (q_\gamma + r_\beta)\mu\nu + (r_\alpha + p_\gamma)\nu\lambda$$

$$X' = (p_\alpha + q_\beta + r_\gamma)\lambda\mu\nu + q_\alpha . \mu^2\nu + q_\gamma . \mu^2\nu + r_\beta . \nu^2\lambda + r_\alpha . \nu^2\mu + p_\gamma . \lambda^2\mu + p_\beta . \lambda^2\nu$$

$$a_\eta = \lambda a_\alpha + \mu a_\beta + \nu a_\gamma \quad , \quad a_{\eta'} = \mu\nu . a_{\alpha'} + \nu\lambda . a_{\beta'} + \lambda\mu . a_\gamma ,$$

cosicchè le (17) sono ora curve del 4° ordine con 9 punti comuni; dei quali 6 sono i punti $X = 0$, $X' = 0$ e 3 i vertici del triangolo di riferimento nel piano rappresentativo. La superficie rappresentata è dunque del 7° ordine (1), possiede 9 rette, una conica φ ed una cubica piana ψ senza punti comuni. La conica φ è l'immagine della $X = 0$ che contiene 6 dei punti fondamentali, e la cubica è l'immagine della $X' = 0$ che li contiene tutti e 9. La conica ha per equazioni (ved. n. 6 equ. 15)

$$x_i \equiv \lambda\alpha_i + \mu\beta_i + \nu\gamma_i \quad (i = 1, \dots, 4)$$

quando per λ, μ, ν si siano sostituite quelle funzioni, quadratiche, di un parametro, che annullano X; e la cubica ha per equazioni

$$x_i \equiv \mu\nu\alpha'_i + \nu\lambda\beta'_i + \lambda\mu\gamma'_i \quad (i = 1, \dots, 4)$$

quando per λ, μ, ν si siano poste quelle funzioni (ellittiche) di un parametro che annullano X'. Riferendosi ora al piano rappresentativo, ed utilizzando le (15), si possono trovare molte altre proprietà della superficie (2), alcune delle quali sono evidenti; ma non è mica nostra intenzione fermarci su esse. Ci basta, coi pochi esempii che abbiamo dati, l'aver mostrata l'utilità che si può cavare dalle formule generali stabilite innanzi: ed il gran numero di enti che per mezzo di esse possono venire studiati con abbastanza semplicità ed eleganza.

« 10. È probabile che in altro lavoro noi torneremo sull'argomento che forma oggetto del presente scritto ».

Matematica. — *Curve aggiunte minime.* Nota di Federico Amodeo, presentata a nome del Socio Cremona.

« Nella classica Memoria dei sigg. Brill e Nöther (*Ueber die algebraischen Functionen und ihre Anwendung in der Geometrie*, Math. Ann., VII) allorquando si parla delle relazioni che esistono fra il genere della curva

(1) Questo fatto si può dedurre dalla genesi stessa della superficie applicando il principio di corrispondenza su una retta; ma si possono confrontare in proposito le Note citate del Jung e del sig. Visalli.

(2) Per es. si trova che le 9 rette della superficie incontrano tutta la cubica piana ψ e 6 soltanto incontrano la conica φ; che vi sono 15 altre coniche appoggiate ciascuna in un punto a ψ ed in nessun punto a φ, 18 altre appoggiate ciascuna in un punto a φ ed in un punto a ψ, e 3 altre appoggiate soltanto in due punti a φ ecc.

data e l'ordine e la dimensione delle serie lineari complete segate su quella dalle curve aggiunte di ordine $\geq m-3$, si dice: « *Wir setzen hierbei keineswegs voraus, dass die adjungirten Curven nicht zerfallen. Darum ist es aber auch nicht nothwendig, Curven von niederer, als* (m—3). *Ordnung besonders zu betrachten, da man solche durch Zufügen einer festen Curve immer zu einer adjungirten Curve der* (m—3) *oder höherer Ordnung machen kann* ». E probabilmente ciò ha impedito che l'attenzione dei geometri si portasse sopra le curve aggiunte di ord. $<(m-3)$; le quali, per l'importanza che assumono in infinite famiglie di curve ancora non studiate, meritano di avere una trattazione speciale, e di prendere in moltissimi casi il posto eminente che hanno le curve aggiunte di ord. $(m-3)$ nelle curve non razionali, finora studiate.

« Io mi propongo in questa Nota di far vedere come la considerazione delle curve agg. di minimo ordine che una curva può avere ne induce a classificare infinite curve in base ad una rappresentazione canonica molto più semplice di quella che finora si è usata (¹). Questa classificazione poggia sul teorema del § 4, che dà la relazione fra l'ordine e la dimensione delle serie lineari segate su queste curve dalle curve agg. minime, relazione che rimane invariata per ciascuna famiglia e si esprime semplicemente così $N = kR$, ed è nient'altro che una maggiore determinazione del teorema di Clifford (²), rimasto finora invariato nella sua forma primitiva $N \geq 2R$. Per $k=1$ si avrebbe la prima famiglia di curve, costituita dalle già tanto studiate *curve razionali*, la quale però io escludo fin da ora dalle mie considerazioni; per $k=2$ si avrebbero le curve della seconda famiglia quelle rappresentate da curve di ordine 2R di un S_R, e che *non siano suscettibili di rappresentazioni più semplici;* ecc, ecc.

« A convincere il lettore della bontà delle mie affermazioni basterà un esempio. Si vogliano studiare le curve piane di ordine 20, provviste di curve aggiunte minime di ordine 12 (il che darebbe secondo le notazioni qui usate $\alpha=5$), e di genere $p=6\times20-\frac{1}{2}6\times9-\frac{1}{2}6.7\,t=93-21\,t=93,72$ (per $t=0,1$). Colle rappresentazioni finora note sarebbero da studiare rispettivamente le curve C_{93}^{184} di un S_{92}, C_{72}^{142} di un S_{71}; invece queste curve, che appartengono alla 7ma famiglia, sono rappresentabili con curve C_{93}^{84} di un S_{12}, C_{72}^{36} di un S_6 e quindi basta studiare queste per conoscere le proprietà delle curve suddette. Ciò non esclude che queste curve possano essere rappresentate con curve canoniche derivanti dalle curve aggiunte di ordine più elevato, ma è naturale che la rappresentazione più semplice si avrà appunto con le curve agg. di più piccolo ordine.

(¹) Finora la rappresentazione canonica delle curve di genere p è fatta dalle curve C_p^{2p-2} di un S_{p-1} che il sig. Castelnuovo ha chiamato *curve canoniche*, e il sig. Klein chiama *curve normali* φ.

(²) V. Clifford, *On Classification of Loci*, Philosophical Transaction, 1878.

« Cosicchè lo studio di infinite curve di genere sufficientemente elevato si può ridurre allo studio delle curve normali di un S_R di ordine multiplo della dimensione dello spazio in cui sono immerse.

« In altra Nota che già è pronta mostrerò come ciò permette di studiare molte famiglie di curve *singolari* di cui le curve *iperellittiche* costituirebbero la prima famiglia.

« Non vi è quasi bisogno di far notare come i teoremi sulle curve agg. minime potrebbero avere la loro applicazione e il loro interesse anche nella teoria delle funzioni razionali esistenti sulle sup. di Riemann, che rappresentano gli enti algebrici di quel genere assegnato.

§ 1. — Serie canonica relativa alle curve $C^{m-3-\alpha}$.

« Consideriamo sulla curva C_p^m di ordine m e genere p, la serie lineare completa determinata dalle curve agg. di ordine $m-3-\alpha$, per $\alpha \geq 0$.

« Le curve agg. di ordine $m-3-\alpha$ sono determinate da $\frac{(m-3-\alpha)(m-\alpha)}{2}$ costanti, debbono avere nei punti s-upli della curva C_p^m dei punti $(s-1)$-upli, inoltre nessuna di esse può comprendere la curva C_p^m, quindi la dimensione della serie lineare completa determinata da queste curve sulla C_p^m è eguale alla dimensione del sistema delle curve stesse ed è

$$R \geq \frac{(m-3-\alpha)(m-\alpha)}{2} - \Sigma \frac{s(s-1)}{2}:$$

sussisterebbe il segno eguale se i passaggi delle curve agg. per i punti multipli della curva data fossero tutti indipendenti linearmente.

« Supponiamo che fra le $\Sigma \frac{s(s-1)}{2}$ condizioni lineari cui debbono soddisfare le $C^{m-3-\alpha}$ agg., ϱ siano linearmente dipendenti dalle rimanenti: introducendo il valore di p, si ha

$$R = p - 1 - \left[m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} \right] + \varrho.$$

E siccome ogni curva $C^{m-3-\alpha}$ agg. sega la curva C_p^m fuori dei punti multipli ancora in

$$N = 2p - 2 - m\alpha$$

punti, ne risulta che il sistema delle $C^{m-3-\alpha}$ agg. determina sopra la curva C_p^m una serie (*serie canonica relativa alle* $C^{m-3-\alpha}$)

$$g_{2p-2-m\alpha}^{p-1-\left[m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}\right]+\varrho}$$

lineare completa. La quale è certamente *speciale*, perchè ogni suo gruppo insieme ad un gruppo determinato su C_p^m da una qualunque C^α di ordine α del piano costituisce un gruppo della *serie canonica* segata su C_p^m dalle curve agg. di ordine $m-3$.

« La serie *residua* di questa serie rispetto alle curve agg. di ordine $m-3$ è pel teorema di *Riemann e Roch* una serie di ordine $m\alpha$ e di dimensione

$$R' = m\alpha - p + 1 + R$$

ovvero

$$R' = \varrho + \frac{\alpha(\alpha+3)}{2},$$

e quindi deriva che la serie segata dal sistema lineare formato da tutte le curve C^α di ordine α del piano è una serie lineare $g_{m\alpha}^{\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ contenuta nella serie completa $g_{m\alpha}^{\rho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$. Viceversa se la serie $g_{m\alpha}^{\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ segata dalle curve C^α del piano è speciale e contenuta nella serie completa $g_{m\alpha}^{\rho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ la serie lineare completa residua di questa è di dimensione R, e quindi è pure R la dimensione delle curve agg. di ord. $m-3-\alpha$, e perciò fra le condizioni lineari, imposte a queste curve dai passaggi per i punti multipli della C_p^m, ϱ sono dipendenti linearmente dalle rimanenti. E quindi:

« *La condizione necessaria e sufficiente perchè le curve* C^α *di ordine* α *del piano seghino sopra la curva* C_p^m *una serie speciale contenuta in una serie* $g_{m\alpha}^{\rho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ *lineare completa, ovvero perchè fra le condizioni lineari imposte alle curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$ *dai passaggi per i punti multipli di* C_p^m, ϱ *siano conseguenza delle rimanenti, è che la curva* C_p^m *sia proiezione di una curva speciale normale di ordine* $m\alpha$ *e dello stesso genere di un* $S_{\rho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$.

« O altrimenti:

« *Se fra le condizioni lineari imposte alle curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$ *della* C_p^m, ϱ *sono conseguenza delle rimanenti, la curva* C_p^m *è proiezione piana di una curva speciale di* $m\alpha^{mo}$ *ordine e dello stesso genere contenuta in un* $S_{\rho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ *e normale per questo spazio.*

« Per $\alpha = 1$ si ha in particolare: *Se fra le condizioni lineari imposte alle curve agg. di ord.* $m-4$ *dai passaggi per i punti multipli di* C_p^m, ϱ *sono conseguenza delle rimanenti, la curva* C_p^m *è proiezione piana di una curva dello stesso ordine e dello stesso genere di un* $S_{\rho+2}$; il cui reciproco è vero.

§ 2. — Limiti del numero ϱ.

« Fra i punti d' intersezione variabili di una $C^{m-3-\alpha}$ agg. con la curva C_p^m il numero di quelli che sono conseguenza dei rimanenti è

$$N - R = p - 1 - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho.$$

« La serie completa segata dalle curve $C^{m-3-\alpha}$ essendo speciale, deve dare

$$N - R \geq R \quad ;$$

quindi deve essere

$$\varrho \leq \frac{\alpha}{2}(m-3-\alpha) \quad :$$

cioè:

« *Il numero delle condizioni lineari imposte dai passaggi delle curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$ *per i punti multipli della* C_p^m *che sono dipendenti linearmente dalle rimanenti ha per limite superiore* $\frac{\alpha}{2}(m-3-\alpha)$.

« E quindi:

« *La dimensione delle curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$ *può essere al massimo eguale a* $p-1-\frac{m\alpha}{2}$ *ed al minimo eguale a* $p-1-\left[m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}\right]$.

« *Il numero* $N-R$ *dei punti d'intersezione variabili che sono conseguenza dei rimanenti può essere al minimo* $p-1-\frac{m\alpha}{2}$, *ed al massimo può essere eguale a* $p-1-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$.

« Se in particolare poniamo $\alpha=0$, si ha $\varrho=0$, $R=p-1$, $-R=p-1$ e si ritrovano i noti teoremi:

« *I passaggi delle curve aggiunte di ord.* $m-3$ *per i punti multipli della curva* C^m_p *rappresentano tutte condizioni indipendenti per queste curve;*

« *La dimensione delle curve agg. di ord.* $m-3$ *è* $p-1$;

« *La serie completa segata dalle curve agg. di ord.* $m-3$ *ha l'ordine eguale al doppio della dimensione.*

§ 3. — Condizioni di esistenza per le curve aggiunte minime.

« Perchè la curva C_p^m possa avere curve agg. $C^{m-3-\alpha}$ devono essere soddisfatte le due condizioni

$$2p-2-m\alpha \geq 0, \qquad p+\varrho > m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}.$$

Se è

$$p \geq m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}+1$$

ne risulta

$$2p-2-m\alpha \geq (m-\alpha-3)\alpha$$

cioè

$$2p-2-m\alpha \geq 0$$

e quindi esistono certamente curve agg. di ordine $m-3-\alpha$.

« Si può quindi affermare che:

« *Esistono certamente curve agg. alla* C_p^m *dell'ordine* $m-3-\alpha$ *allorquando è* $p > m\alpha-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$, *e il loro numero è* ∞^R (1).

(1) Il teorema suddetto è enunciato dal sig. Bobek nella Memoria *Ueber Dreischaarcurven* (Wien, Ber. XCVIII, 1889). Si può giungere alla stessa conclusione ragionando così:

Però la suddetta condizione mentre *è sufficiente*, *non è necessaria* poichè anche quando fosse $p \leq m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$, potrebbe essere $p+\varrho > m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$ e $2p - 2 - m\alpha \geq 0$, e quindi potrebbero esistere curve agg. di ord. $m - 3 - \alpha$.

« Ma in tal caso è da notare che: se esistono curve $C^{m-3-\alpha}$ agg., la serie segata dalle curve C^α del piano deve essere necessariamente *speciale* e *parziale*; mentre se non esistono le $C^{m-3-\alpha}$, la detta serie non sarà speciale e quindi o è essa stessa completa (quando ha luogo il segno eguale) oppure è contenuta nella serie completa di maggiore dimensione $m\alpha - p$ non speciale, e quindi:

« *Le curve* C_p^m *per le quali* $p \leq m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$ *e non hanno curve aggiunte* $C^{m-3-\alpha}$ *sono proiezioni di curve normali dell'ordine* $m\alpha$ *e genere* p *di uno* $S_{m\alpha-p}$ (la curva è quindi non speciale).

« È specialmente importante, per le applicazioni che ne avremo a fare in seguito, il seguente teorema, che si ricava dal penultimo teorema enunciato:

« *Se una curva* C_p^m *di ordine* m *e di genere* p *è obbligata a non avere curve agg. di ordine* $m - 3 - (\alpha + 1)$, *essa deve necessariamente soddisfare alla seguente condizione*:

$$p \leq m(\alpha+1) - \frac{(\alpha+1)(\alpha+4)}{2};$$

chè se avesse luogo il segno $>$ le curve $C^{m-3-(\alpha+1)}$ esisterebbero certamente: il reciproco di questo teorema non è vero.

« Riunendo il primo e ultimo teorema si ha:

« *Tutte le curve per le quali si ha*

$$m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} < p \leq m(\alpha+1) - \frac{(\alpha+1)(\alpha+4)}{2}$$

posseggono certamente per curve aggiunte minime quelle di ordine $m - 3 - \alpha$.

« Come controllo dei precedenti teoremi si può anche notare che essi si possono facilmente tradurre negli altri due seguenti riguardanti il numero dei punti doppi della C_p^m:

« *Se il numero* δ *dei punti doppi di una curva* C_p^m *di ord.* m *e genere* p *è minore di* $\frac{(m-\alpha-1)(m-\alpha-2)}{2}$ *la curva certamente possiede curve agg. di ord.* $m - 3 - \alpha$.

Allorquando si avvera la condizione $p > m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2}$, la serie lineare segata dalle curve C^α del piano sulla curva C_p^m è certamente una serie speciale (parziale o completa) e quindi per ogni gruppo di αm punti segato da una C^α deve passare almeno una curva agg. di ord. $m - 3$, e poichè la curva C^α in generale non passa per i punti multipli di C_p^m, la curva C^{m-3} deve segare la C^α negli αm punti che essa ha comuni con C_p^m che sono $> \alpha(m-3)$, e quindi deve spezzarsi in una curva agg. di ordine $m - 3 - \alpha$ e nella C^α.

« *Se una curva non deve avere curve agg. di ord.* $m-3-(\alpha+1)$ *deve il numero dei suoi punti doppi essere* $\delta \geq \frac{(m-\alpha-2)(m-\alpha-3)}{2}$.

« È bene infine tener presente che il più piccolo valore di p che può soddisfare alle condizioni di esistenza delle curve $C^{m-3-\alpha}$ si ottiene allorquando ϱ raggiunge il valore massimo: in tal caso la seconda condizione citata in principio di questo § si riduce a questa

$$p \geq \frac{m\alpha}{2}+1$$

e coincide con la prima; sicchè:

« *Tutte le curve* C_p^m *per le quali* $\varrho = \frac{\alpha}{2}(m-3-\alpha)$ *avranno curve agg. di ord.* $m-3-\alpha$ *se è* $p \geq \frac{m\alpha}{2}+1$.

§ 4. — Classificazione di curve.

« Fra le curve C_p^m che hanno come curve aggiunte minime quelle di ord. $m-3-\alpha$; per le quali, per quanto innanzi abbiamo notato, deve essere

$$p \leq (\alpha+1)\,m - \frac{1}{2}(\alpha+1)(\alpha+4),$$

vogliamo ora considerare quelle per le quali il genere sia precisamente

$$p = (\alpha+1)\,m - \frac{1}{2}(\alpha+1)(\alpha+4) - \frac{1}{2}(\alpha+1)(\alpha+2)\,t \qquad (1$$

e per le quali il numero ϱ sia $= \frac{\alpha(\alpha+1)}{2}t$, dove supporremo che t varii da 0 a $\frac{m-\alpha-3}{\alpha+1}$. È facile verificare che siffatte curve avranno certamente per curve minime agg. le $C^{m-3-\alpha}$, e che il valore di ϱ soddisfa alla condizione assegnata nel § precedente.

« Per queste curve i numeri N e R avranno i seguenti valori:

$$N = (\alpha+2)\left[(m-3-\alpha)-(\alpha+1)\,t\right], \quad R = (m-3-\alpha)-(\alpha+1)\,t;$$

e quindi, nell'ipotesi che le curve aggiunte di ord. $m-3-\alpha$ non abbiano punti fissi fuori dei punti multipli di C_p^m, si ha per questa curva la relazione

$$N = (\alpha+2)\,R$$

relazione interessantissima, la quale precisa per infinite classi di curve quella relazione che da Clifford in poi è stata fino ad ora data sotto la forma

$$N \geq 2R$$

« Da questa relazione possiamo ricavare i seguenti teoremi:

« *Tutte le curve* C_p^m *che hanno per curve aggiunte minime quelle di ordine* $m-3-\alpha$, *e di cui il genere è rappresentato dalla (1 e che sono proiezioni di curve speciali dello stesso genere di ord.* $m\alpha$ *normali dello spazio*

$S_{\frac{\alpha(\alpha+1)t}{2}+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$ (*ovvero per le quali il numero dei passaggi delle curve* $C^{m-3-\alpha}$ *per i punti multipli di* C_p^m *dipendenti linearmente da rimanenti è* $\varrho = \frac{\alpha(\alpha+1)t}{2}$) *sono segate dalle curve agg. minime secondo una serie lineare completa speciale* $g^R_{(\alpha+2)R}$ *che ha l'ordine eguale ad* $(\alpha+2)$ *volte la dimensione.*

« *Le curve* C_p^m *suddette hanno come rappresentazione canonica delle curve semplici di egual genere, di ordine* $(\alpha+2)_R$ *e normali dello spazio* S_R.

« Cosichè siamo indotti a dividere queste curve in famiglie, ciascuna delle quali ha come rappresentazione in uno spazio assegnato una curva di ordine eguale ad un dato multiplo della dimensione dello spazio stesso. Ed ognuna ha come carattere rilevantissimo l'ord. più piccolo delle curve aggiunte che può possedere.

« Essendo già noto che tutte le curve razionali, eccezione fatta per le coniche, hanno per curve agg. minime quelle di ordine $m-2$, e che per esse si ha

$$N = R ,$$

noi possiamo estendere il nostro risultato anche al caso di $\alpha = -1$, e abbiamo:

« *Tutte le curve razionali formano la 1ª famiglia delle curve che qui si considerano; esse sono rappresentate mediante curve normali di ordine* R *di un* S_R.

« Per $\alpha = 0$ si ha: $t = 0, 1, \ldots m-3$, $\varrho = 0$, $p = m-2, m-3, m-4, \ldots 2, 1$, quindi p può prendere tutti i valori possibili da 1 a $m-2$, e si hanno *tutte* le curve che hanno per curve agg. minime quelle di ord. $m-3$. Quindi:

« *Tutte le curve non razionali di ordine* m, *e di genere* $\leq m-2$ *sono quelle che appartengono alla 2ª famiglia; esse sono rappresentabili mediante curve di ordine* 2R *normali di un* S_R. *Ed è noto pure che queste curve possono diventare singolari nel loro genere, ed allora costituiscono la classe delle curve iperellittiche, che sono rappresentabili mediante curve doppie razionali normali di ord.* R *dello* S_R.

« Per α qualunque, se in particolare su una curva della famiglia $(\alpha+2)^{ma}$, esiste una serie $g^1_{\alpha+2}$, allora ogni punto della curva individua un gruppo di questa serie, e quindi la serie canonica delle curve agg. di ord. $m-3-\alpha$ è composta mediante i gruppi della $g^1_{\alpha+2}$, e la curva è rappresentabile mediante una curva razionale di ord. R dello S_R considerata come $(\alpha+2)^{upla}$.

« Di queste curve, che sono singolari nel loro genere, tratteremo in altro lavoro ».

Matematica. — *Serie residue nella serie canonica delle curve aggiunte di ordine $m-3-\alpha$.* Nota di FEDERICO AMODEO, presentata dal Socio CREMONA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane nel piano.* Nota di FEDERIGO ENRIQUES, presentata dal Socio CREMONA.

« 1. Secondo il sig. Lie [1] dicesi *gruppo continuo* di trasformazioni sopra n variabili (o in un S_n) un insieme continuo di trasformazioni, dipendenti da un numero finito di parametri, tale che il *prodotto* $T\pi$ di due trasformazioni del gruppo sia ancora una trasformazione di esso, ed insieme ad una trasformazione π comparisca nel gruppo anche l'inversa π^{-1}.

« Io prendo in esame i gruppi continui di trasformazioni birazionali (o cremoniane) del piano e dimostro che essi possono trasformarsi birazionalmente in uno dei seguenti *tipi*:

« 1.° *Gruppo* ∞^8 *delle omografie e suoi sottogruppi.*

« 2.° *Gruppo* ∞^6 *delle trasformazioni quadratiche che mutano in sè il sistema lineare delle coniche con due punti base distinti e quindi i due fasci di raggi coi centri in quei punti base, e suoi sottogruppi* (*o*, se si vuole, *gruppo delle inversioni rispetto ai circoli del piano e suoi sottogruppi*).

« 3.° *Gruppo* ∞^{n+5} *delle trasformazioni di Jonquières (d'ordine n) che mutano in sè il sistema lineare* ∞^{n+1} *delle curve d'ordine n con un punto* $(n-1)$*plo ed in esso le* $n-1$ *tangenti fisse, e suoi sottogruppi.*

« 2. Si abbia nel piano un gruppo continuo ∞^n di trasformazioni cremoniane, di cui π,T sieno due trasformazioni generiche. Un sistema lineare ∞^k $(k \geq 1)$ di curve algebriche viene trasformato da π in un altro sistema ∞^k di curve d'un certo ordine n; la T trasforma il nuovo sistema in un altro pure di curve d'ordine n che è il trasformato del primitivo nella trasformazione del gruppo $T\pi$; l'insieme di tutti i trasformati del primitivo sistema nelle trasformazioni del gruppo costituisce un sistema continuo (in generale non lineare) trasformato in se stesso da tutte le trasformazioni del gruppo, ossia costituisce ciò che dicesi un *corpo* del gruppo stesso. Questo sistema di curve d'ordine n è immerso nel sistema lineare di tutte le curve d'ordine n,

[1] *Theorie der Transformationsgruppen* (Leipzig-Teubner, 1888. 90).

e quindi appartiene ad un sistema lineare di dimensione minima di curve del detto ordine, che resulta da esso individuato; un tal sistema lineare deve pure esser trasformato in se stesso dalle trasformazioni del gruppo, giacchè altrimenti il corpo di curve prima costruito risulterebbe comune ad esso e ad un suo trasformato e quindi appartenente ad un sistema lineare (comune ai due) di dimensione minore. In questo modo partendo da un sistema ∞^k ($k \geq 1$) di curve algebriche, si può ottenere un sistema lineare di curve (di genere maggiore od uguale del primitivo) trasformato in sè stesso dalle trasformazioni cremoniane d'un gruppo continuo ∞^n. Un tal sistema appartiene ad un sistema determinato dai suoi punti base (colle date molteplicità) che è pure trasformato in se stesso; infatti soltanto dalle molteplicità della curva generica di un sistema lineare nei punti fondamentali di questo e dal suo ordine, dipendono l'ordine e la molteplicità della curva corrispondente in una trasformazione cremoniana.

« 3. Il sistema lineare delle curve d'ordine $n-3$ *aggiunte* alla curva generica d'ordine n d'un sistema lineare C, dicesi *sistema aggiunto* di C; dal sistema aggiunto si possono forse staccare delle curve fisse (fondamentali pel dato sistema) ed il sistema residuo dicesi aggiunto *puro* di quello dato: il sig. Castelnuovo (1) ha stabilito che quando un sistema lineare viene birazionalmente trasformato in un altro, l'aggiunto puro del primo si trasforma nell'aggiunto puro del secondo.

« Dato un gruppo continuo di trasformazioni cremoniane si costruisca nel piano (come ho indicato) un sistema lineare, di genere p arbitrariamente grande, trasformato in se stesso; anche il sistema aggiunto puro di esso (che è ∞^{p-1}) dovrà essere un corpo per il gruppo. Si consideri poi l'aggiunto puro di questo sistema aggiunto e così via; gli ordini dei successivi sistemi vanno decrescendo e quindi il procedimento deve avere un termine; d'altra parte ciò non può avvenire, finchè non si giunga ad un sistema di curve razionali od ellittiche, poichè una curva di genere > 1 ha almeno un fascio di curve aggiunte. Si perviene così a trovare un sistema lineare (∞^1 almeno) di curve razionali o ellittiche trasformato in se da tutte le trasformazioni del gruppo.

(1) *Ricerche generali sopra i sistemi lineari di curve piane* (Acc. Torino M. 1891). Il procedimento (qui brevemente esposto) con cui dato un sistema lineare trasformato in sè da una trasformazione birazionale si deduce un sistema di genere 0,1 pure trasformato in se stesso, è stato usato dal sig. Castelnuovo (Acc. Lincei 1892). Lo enunciò nel 1885 il sig. S. Kantor (Comptes rendus) chiamandolo: *Principio della diminuzione delle funzioni* φ, senza però dimostrare il teorema citato sulla invariantività del sistema aggiunto che non è affatto incluso nel noto teorema del sig. Noether sull'invariantività (rispetto a trasformazioni biunivoche della curva e non del piano) della serie $\underset{2p-2}{\overset{p-1}{g}}$ segata sopra una curva d'ordine n e genere p dalle sue aggiunte d'ordine $n-3$ (cfr. anche Castelnuovo, Acc. Tor. M. c, pag. 6).

« 4. Un sistema lineare di curve ellittiche può sempre trasformarsi birazionalmente in uno dei seguenti d'ordine minimo [1]:

« *a*) sistema lineare di quartiche con due punti base doppi;

« *b*) sistema lineare di cubiche;

« *c*) fascio di curve d'ordine $3r$ con 9 punti base *rpli*.

« Se un sistema *a*) viene trasformato in se dalle trasformazioni cremoniane d'un gruppo continuo, anche il sistema delle coniche per i due punti base (che è l'unico la cui curva generica incontra in 4 punti mobili la curva generica del sistema) deve essere trasformato in se stesso; le trasformazioni che mutano in se questo sistema di coniche (contenente la rete delle rette del piano) sono quadratiche e corrispondono alle trasformazioni proiettive in se d'una quadrica o d'un cono quadrico; perciò sono ∞^6 o ∞^7 secondochè i punti base del sistema sono distinti o infinitamente vicini; nel loro gruppo è contenuto un sottogruppo di ∞^4 omografie aventi i due punti base uniti [2].

« Se un sistema *b*) senza punti base o con un punto base è trasformato in se dalle trasformazioni cremoniane d'un gruppo continuo, queste trasformazioni sono omografie poichè ogni altra trasformazione eleva l'ordine della curva generica del sistema.

« Dico che accade egualmente per ogni altro sistema *b*) o per un sistema *c*).

« Si possono trattare insieme i due casi dicendo che il sistema trasformato in se è un sistema lineare di curve d'ordine $3r$ ($r \geq 1$) con punti base *rpli* in numero di due almeno. Consideriamo le coniche per due punti base (*rpli*) del sistema e le curve trasformate nella trasformazione generica π del gruppo: sia n l'ordine di queste curve ed $h_1\, h_2 \ldots$ le moltiplicità che esse hanno nei punti base del sistema, $\varrho_1\, \varrho_2 \ldots$ quelle che eventualmente esse possono avere in altri punti fissi fuori dei detti punti base. Le curve d'ordine n d'un tal sistema segano (come le coniche di cui sono le trasformate) in $4r$ punti mobili le curve d'ordine $3r$ del sistema primitivo; avremo dunque:

$$3rn = r\Sigma h_i + 4r$$

cioè:

$$3n = \Sigma h_i + 4.$$

« Siccome poi le curve del sistema sono razionali deve aversi:

$$n(n-3) - \Sigma h_i(h_i - 1) - \Sigma \varrho_h(\varrho_h - 1) = -2\,,$$

ossia (tenendo conto della relazione precedente):

$$n^2 - \Sigma h_i^2 - \Sigma \varrho_h(\varrho_h - 1) = 2.$$

(1) Cfr. Guccia (Circ. di Palermo, t. 1887). Il caso del fascio era stato anteriormente trattato dal sig. Bertini (Ann. di Mat. 3. 9).

(2) Per la letteratura relativa alle trasformazioni proiettive d'una quadrica in se, cfr. Clebsch-Lindemann 2° Bd. s. 356 e segg.

« D'altra parte le curve del sistema s'incontrano (due a due) in due punti variabili, quindi:

$$n^2 - \Sigma h^2_i - \Sigma \varrho^2_h = 2;$$

si deduce dunque:

$$\Sigma \varrho_h = 0,$$

e perciò tutte le quantità ϱ_h sono nulle, cioè il sistema ∞^3 trasformato di quello delle coniche per due punti base *rpli* del primitivo sistema C, non ha punti base fuori di quelli di C. Ora un tal sistema ∞^3 (come quello di cui è il trasformato) è determinato dai punti base, e poichè le quantità intere h_i non mutano variando la trasformazione scelta nel gruppo continuo, si conclude che il sistema ∞^3 è fisso; siccome poi al gruppo appartiene la trasformazione identica (per la definizione di gruppo), così si deduce che il sistema delle coniche per due punti base di C è trasformato in se da tutte le trasformazioni del gruppo. Queste trasformazioni sono dunque (come abbiam notato) quadratiche ed in particolare omografiche; ma le trasformazioni quadratiche che mutano in se il sistema delle coniche elevano il grado delle curve d'ordine $3r$ aventi solo due punti *rpli* in due punti fondamentali, perciò il gruppo non può esser composto che delle omografie contenute nel detto gruppo di trasformazioni.

« Così dall'esistenza d'un sistema lineare di curve ellittiche mutato in se dalle trasformazioni d'un gruppo continuo, si trae che le trasformazioni sono omografie (casi *b*), *c*)), o trasformazioni quadratiche mutanti in se il sistema delle coniche per due punti (caso *a*)).

« 5. Dobbiamo ora esaminare il caso d'un gruppo continuo di trasformazioni cremoniane che mutino in se un sistema lineare di curve razionali, il quale sistema può sempre supporsi determinato dai punti base colle date molteplicità (per un'osservazione del § 2).

« Cominciamo dal mostrare che se il sistema è un fascio può sempre costruirsi un altro sistema più ampio di curve razionali pure trasformato in se stesso. Basta per ciò trasformare birazionalmente il fascio in quello delle rette per un punto O [1] ed allora il gruppo si muta in un gruppo di trasformazioni di Jonquières d'un certo ordine n in cui alle rette corrispondono le curve (d'ordine n) d'una rete omoloidica col punto base O $(n-1)$plo, quindi le curve d'ordine n con O $(n-1)$plo aventi come punti semplici i punti base (fuori di O) comuni alle dette reti omoloidiche, formano un corpo per il gruppo.

[1] Cfr. Noether (Math. Ann. Bd. III).

« Ciò posto un sistema lineare di curve razionali (di dimensione > 1) determinato dai punti base può sempre trasformarsi in uno dei seguenti d'ordine minimo [1]:

[1] Cfr. Guccia (Circ. di Palermo, t. I, 1886). La riduzione con trasformazioni quadratiche della rete era stata anteriormente trattata dal sig. Noether (Math. Ann. Bd. V).

« *a*) rete delle rette del piano;

« *b*) sistema ∞^5 delle coniche del piano;

« *c*) sistema lineare ∞^{m+1} delle curve d'ordine $\frac{m+2}{2}$ con un punto base $\left(\frac{m}{2}\right)$plo ed un punto base semplice a distanza finita;

« *d*) sistema lineane ∞^{m+1} delle curve d'ordine $\frac{m+n}{2}$ $(0 \leq n \leq m)$ con un punto base $\left(\frac{m+n}{2}-1\right)$plo con $n-1$ tangenti fisse comuni a tutte le curve.

« Un sistema *a*) o *b*) non può ammettere altre trasformazioni cremoniane in se, che trasformazioni omografiche.

« Se un sistema *c*) o *d*) è trasformato in se stesso dalle trasformazioni cremoniane d'un gruppo continuo, anche il fascio delle rette per un punto base è trasformato in se stesso, giacchè è immerso nel dato sistema e con un semplice calcolo si vede che non vi sono nel sistema altri fasci di curve seganti quella generica in egual numero di punti mobili. Dunque nel caso *c*) si hanno due fasci uniti di raggi, ossia il gruppo è costituito da trasformazioni quadratiche che mutano in se il sistema delle coniche pei due punti base (distinti) (cfr. § 3).

« Resta che esaminiamo il caso d'un sistema *d*) trasformato in se dalle trasformazioni cremoniane d'un gruppo continuo.

« Il fascio delle rette per il punto multiplo O (trasformato in se) presenta due condizioni ad una curva generica del sistema che debba contenerlo, giacchè basta per ciò costringere una curva del sistema ad avere due punti sopra una retta generica del fascio: il sistema residuo ∞^{m-1} (ottenuto staccando dal sistema *d*) il detto fascio) deve essere pure mutato in se dalle trasformazioni del gruppo. Staccando successivamente il medesimo fascio da questo sistema residuo ∞^{m-1} e così via, perveniamo ad un sistema di curve d'ordine n col punto O $(n-1)$plo e le $n-1$ tangenti fisse per O, il quale è pure mutato in se dalle trasformazioni del gruppo. Qui l'operazione ha un termine poichè il sistema residuo del fascio rispetto al detto sistema di curve d'ordine n, è riduttibile.

« Il sistema stesso è ∞^{n+1}, rappresentativo del cono razionale normale d'ordine n dello spazio ad $n+1$ dimensioni (S_{n+1}): un tale cono ammette ∞^{n+5} trasformazioni proiettive in se, giacchè per una di esse può scegliersi ad arbitrio un iperpiano (S_n) unito, una proiettività binaria a cui corrisponde un'omografia di S_n che muta in se la sezione (curva razionale normale) del cono, ed infine il rimanente invariante assoluto dell'omografia. Corrispondentemente si hanno nel piano ∞^{n+5} trasformazioni di Jonquières (formanti gruppo) in ciascuna delle quali corrispondono alle rette le curve d'ordine n d'una

rete omoloidica con O $(n-1)$plo le tangenti fisse in O, ed altri $n-1$ punti base semplici.

« Dunque se un sistema di curve razionali è mutato in se dalle trasformazioni d'un gruppo continuo, queste sono omografie (casi *a*) o *b*)) oppure mutano in se il sistema delle coniche per due punti (caso *c*)), o il sistema ∞^{n+1} delle curve d'ordine n con un punto $(n-1)$plo e le tangenti fisse in esso (caso *d*)).

« 6. Riassumendo le conclusioni dei §§ 4 e 5, e pensando a quella del § 3, otteniamo appunto il resultato enunciato nel § 1, cioè riconosciamo l'esistenza di 3 tipi di gruppi di trasformazioni cremoniane:

« 1° gruppo ∞^8 delle omografie;

« 2° gruppo ∞^6 delle trasformazioni quadratiche che mutano in se due fasci di raggi;

« 3° gruppo ∞^{n+5} delle trasformazioni di Jonquières (d'ordine n) che mutano in se il sistema lineare ∞^{n+1} delle curve d'ordine n con un punto $(n-1)$plo e le $n-1$ tangenti fisse.

« Ogni gruppo di trasformazioni cremoniane appartiene come sottogruppo ad uno di questi 3 gruppi o ad un suo trasformato. I 3 gruppi 1°, 2°, e 3° sono irreducibili fra loro (non si può dir lo stesso per i loro sottogruppi); ciò si riconosce facilmente rammentando che il solo gruppo ∞^6 d'omografie è quello delle omografie con un punto unito, e che non esistono gruppi ∞^7 d'omografie piane [1].

« Il resultato stabilito può anche enunciarsi così:

« *La geometria nel piano che ha come gruppo principale di trasforzioni* [2] *un gruppo continuo di trasformazioni cremoniane (dipendente da un numero finito di parametri), coincide colla geometria proiettiva nel piano o sulla rigata quadrica* [3] *o sul cono razionale normale dello spazio ad* $n+1$ *dimensioni, o con un caso particolare di una di queste tre geometrie* ».

Matematica. — *Sopra un gruppo continuo di trasformazioni di Jonquières nel piano.* Nota di Federico Enriques, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Cfr. Lie, op. c. Bd. I, s. 569.

(2) Per il concetto di gruppo principale di trasformazioni, cfr. il *Programma* del sig. Klein (Università di Erlangen 1872) tradotto in italiano dal sig. Fano (Ann. di Mat. s. 2ª, t. XVII).

(3) Dicendo rigata quadrica intendo di escludere le trasformazioni proiettive di 2ª specie che mutano le generatrici d'un sistema della quadrica in quelle dell'altro, aggiungendo (come corpo) un sistema di generatrici al gruppo totale delle trasformazioni proiettive della quadrica in sè (che non è continuo).

Fisica. — *Descrizione di alcune nuove forme di barometro a mercurio* [1]. Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

« Nel 1890 descrissi [2] una nuova forma di barometro a mercurio nella costruzione del quale non solo si evita di far bollire nel tubo il mercurio o di farvi il vuoto con una pompa a mercurio e con un apposito apparecchio, ma inoltre riesce sempre facilissimo di scacciare l'aria che per caso si fosse sviluppata dal vetro o dal mercurio o che fosse penetrata in un modo qualsiasi nella camera barometrica.

« Questo barometro differisce dagli ordinari a pozzetto, a sifone, o a peso unicamente in ciò che la camera barometrica è divisa in due scompartimenti, uno superiore, l'altro inferiore, separati da un robinetto. Riempito completamente il tubo di mercurio come per l'esperienza di Torricelli e senz'altra cura che quella di usare tubo e mercurio ben asciutti o, meglio ancora, un po' caldi, e capovolto il tubo nel modo solito rimane certamente nelle due camere un po' d'aria e di vapor acqueo. Però basta inclinare lentamente il tubo, perchè il mercurio s'avanzi in esso scacciando il gaz residuo; allorchè questo ed inoltre un po' di mercurio sono giunti nella camera superiore, si chiude il robinetto di comunicazione fra le due camere e si raddrizza il tubo. In tal modo il gaz residuo rimane prigioniero nella camera superiore, e ripetendo a intervalli la stessa operazione si può scacciare similmente quel gaz che coll'andar del tempo si stacca dal vetro o dal mercurio.

« Si può temere: 1° che allorquando s'inclina il tubo, il mercurio avanzandosi trascini con sè dell'aria che poi abbandoni nel ritirarsi, ciò che renderebbe, almeno in parte, inutile l'operazione; 2° che il grasso del robinetto emetta vapori che abbiano una tensione sensibile e che quindi producano una depressione nel livello del mercurio; 3° che il grasso alla lunga insudici il mercurio e poscia il tubo, ciò che sarebbe d'ostacolo ad una buona lettura e che potrebbe far variare l'errore di capillarità.

« È facile vedere che questi timori hanno ben poco fondamento, giacchè i due primi inconvenienti si trovano anche nelle pompe di Geissler e tuttavia essi non impedirono ad Hittorff ed altri di ottenere con esse pompe pressioni minime che non producevano effetto sensibile sui manometri a mercurio. Anche le esperienze di confronto con un buon barometro Deleuil, riferite nella Nota citata dimostrano che tali inconvenienti non hanno influenza sensibile, ed allo stesso risultato conducono le esperienze sulla scarica elettrica nel vuoto della camera barometrica dsscritte più oltre. A riguardo poi del 3°

[1] Lavoro eseguito nel Gabinetto fisico della R. Università di Cagliari. Aprile 1893.
[2] Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. VI sem. 2° p. 125, 1890.

inconveniente, la ripulitura e riempimento del barometro richiedono così poco tempo e fatica, che si possono praticare ogniqualvolta si possa credere utile.

« Ciononostante credetti conveniente eliminare completamente i suddetti inconvenienti, (che in circostanze speciali potrebbero realmente riuscire dannosi) tanto più che tale eliminazione non reca nessun danno alla semplicità del barometro ed alla facilità delle operazioni.

« Per eliminare del tutto il 1° inconveniente, cioè che il mercurio può trascinare dell'aria ed abbandonarla nella camera, ho adottata la nota disposizione di Bunten. Osserverò che collo scopo di renderla più efficace collocai la camera di Bunten il più vicino possibile al livello superiore del mercurio, compatibilmente colle oscillazioni possibili di esso livello, dimodochè l'aria trascinata trovandosi ad una pressione piccola ed avendo quindi un volume maggiore possa essere più facilmente abbandonata nella camera di Bunten. Per evitare poi che qualche bolla venga per caso ad introdursi pel tubo centrale di essa camera credetti utile ricurvare all'insù detto tubo come vedesi nella figura in *a*. In tal modo si evita completamente il dubbio che aria o vapore possano essere trascinati dal mercurio nella camera barometrica.

« A riguardo del 2° e 3° inconveniente causati dalla presenza del grasso, avevo cercato già di evitarli, come vedesi nella Nota citata, proponendo l'uso dei robinetti di Giminghan senza grasso a chiusura ermetica mediante il mercurio. Però le prove che feci in seguito con tali robinetti non riuscirono favorevoli al loro uso. Le superfici smerigliate non ingrassate e sottoposte alla pressione atmosferica scorrevano male l'una sull'altra; era molto dubbio che la chiusura con mercurio fosse ermetica, e l'uso o l'aggiunta di un altro liquido avrebbe presentato non pochi inconvenienti.

« Cercai però di sopprimere affatto il robinetto e feci vari tentativi separando le due camere mediante valvole, aperture finissime, tubi capillari diritti o convenientemente ripiegati in modo che fosse possibile scacciare il gaz residuo nella camera superiore assieme ad un poco di mercurio, ma che il ritorno nella camera inferiore fosse impedito da questo mercurio.

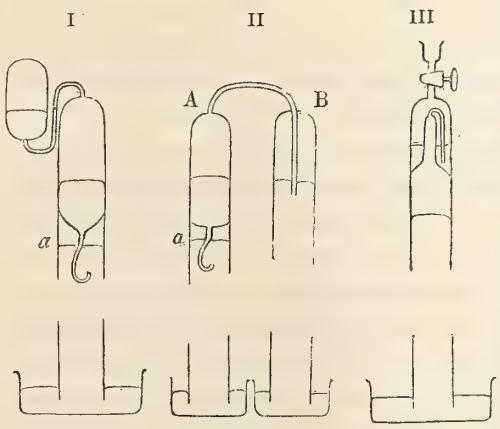


Fig. 1.

« Una disposizione che diede ottimi risultati non meno per la bontà del vuoto ottenuto che per la facilità delle operazioni è quella rappresentata con I nella figura 1.

« Nella figura per maggior chiarezza la camera superiore ed i tubi sono piuttosto distanti, in pratica è più comodo ravvicinarli quanto più è

possibile, anzi piegando e asssottigliando un poco l'estremità inferiore della camera superiore, e l'estremità superiore dell'altra si potrebbe far sì che le due camere avessero l'asse comune, e si potrebbe circondare la parte ove trovasi il tubo capillare con un manicotto di vetro saldato o unito con mastice alle due camere. Ciò collo scopo di ottenere una forma più simmetrica e maggior solidità, la quale del resto si ottiene molto facilmente anche usando un tubo capillare a pareti molto spesse. Il tubo da me usato aveva $\frac{1}{2}$ mm. di diam. interno e 7 mm. di diametro interno ed era solidissimo.

« Il tubo I si riempie di mercurio senza difficoltà, inclinando e raddrizzando ripetutamente il tubo o dandogli piccoli urti per far penetrare il mercurio oltre il tubo capillare; qualche volta occorre o per lo meno è utile scaldare leggermente per scacciare l'ultima bolla d'aria, e ciò fatto si capovolge il tubo sulla vaschetta con mercurio.

« Per rendere innocua l'aria che si trova nelle due camere s'inclina lentamente il tubo finchè parte del mercurio è passato nella camera superiore, allora si raddrizza bruscamente il tubo e mediante piccole scosse si determina lo spezzarsi della colonna di mercurio. In tal modo l'aria spinta nella camera superiore vi rimane rinchiusa da uno spesso strato di mercurio. Ripetendo l'operazione si può esser sicuri di espellere completamente l'aria.

« Qualora il tubo venga raddrizzato lentamente e senza urti, tutto il mercurio, per coesione e per la pressione del gaz rinchiuso, passa nella camera inferiore, ciò che talora può essere utile. Per esempio riesce difficile di scacciare le ultime piccolissime bolle d'aria che ritornano indietro allorchè si raddrizza il tubo. In tal caso è utile di tenere il tubo convenientemente inclinato, determinare mediante urti l'efflusso del mercurio dalla camera superiore, ed appena tutto il mercurio è passato al disotto inclinare subito nuovamente il tubo (senza permettere al gaz rarefatto di penetrare, fuorchè in piccola parte, nella camera inferiore).

« Evidentemente il tubo I può servire anche per misurare la tensione di vapore d'un liquido introdotto nella camera barometrica; l'aria che si sviluppa da esso si scaccia nel modo ora indicato.

« La disposizione II venne ideata e messa in pratica prima della I collo scopo non solo di eliminare il robinetto ma specialmente, con quello di ottenere un indizio della bontà del vuoto ottenuto, mediante i fenomeni prodotti dalle scariche elettriche.

« Questo doppio barometro si riempie di mercurio nel modo solito, quindi si turano con due dita le due aperture e lo si capovolge su due vaschette con mercurio. Per scacciar l'aria dal tubo A, si chiude con un piccolo tappo l'estremità inferiore del tubo B e s'inclina il barometro. Il mercurio rimane immobile nel tubo B, mentre invece s'avanza nel tubo A spingendo l'aria residua in B; quando essa è passata completamente si raddrizza bruscamente il barometro e mediante scosse si determina la rottura della colonna di mercurio.

« La disposizione III non fu da me posta in pratica, ma evidentemente essa può funzionare bene come le due precedenti. Il robinetto alla sommità è pressochè indispensabile per riempire completamente il tubo di mercurio e per facilitarne la ripulitura ed il disseccamento [1].

IV

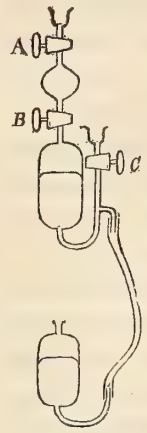


Fig. 2.

« Finalmente la facilità con cui si può impedire all'aria di penetrare, nella camera barometrica, e quella con cui si può scacciare l'aria che per caso vi si trovasse, mi permise di costruire un barometro portatile in cui la massima parte del tubo era di gomma elastica. La disposizione che credo preferibile, un po' diversa da quella che in realtà io ho costruito, è rappresentata nella figura 2.

« Il gaz o vapore che si sviluppa dal tubo di gomma non può penetrare nella camera barometrica, dalla quale è separato dallo spesso strato di mercurio contenuto nella curvatura del tubo; questo gaz poi si scaccia di tanto in tanto attraverso il robinetto *c* senza farlo passare per la camera barome trica. L'aria che si stacca dalle pareti di questa camera si può scacciare e imprigionare nella camera superiore (fra i robinetti A e B) sollevando un poco il pozzetto, e chiudendo poscia il robinetto B. Qualora in questa camera si trovi troppa aria, essa può venire scacciata per mezzo del robinetto A, dimodochè in essa camera può aversi un ottimo vuoto ciò che, come è noto, è utile. Il rubinetto B potrebbe esser sostituito da un tubo capillare come nei barometri I e III.

« Ho fatto delle esperienze con una disposizione un po' imperfetta, nella quale il tubo superiore era diritto, e l'aria sviluppantesi dal tubo di gomma veniva trattenuta da una camera di Bunten; ogni tanto occorreva scacciare quest'aria mista a vapori, e perciò bisognava farle attraversare la camera barometrica, ciò che era di grave ostacolo al raggiungimento di un buon vuoto in essa camera. Difatti collocato questo barometro accanto ad un buon barometro Fortin costruito dal Deleuil e misurata in entrambi con un catetometro l'altezza della colonna barometrica, risultò che i valori forniti dal barometro con tubo di gomma erano minori di 0,2 mm. di quelli dati dal Fortin.

« Considerata la piccolezza di tale errore ritengo che nella disposizione rappresentata nella figura, nella quale è evitato l'inconveniente suaccennato, l'errore sarà nullo, come risulta anche da considerazioni esposte in seguito.

[1] Il tubo a sifone potrebbe esser sostituito da un tubo capillare diritto o da una apertura sottilissima; feci qualche prova in tal modo, ma forse perchè il tubo non era abbastanza capillare, non funzionava bene come valvola. Diakonoff ha descritto un barometeo che pare simile a questo; la descrizione nei Beiblätter (IX, 294) è troppo breve perchè si possa farsene un idea chiara.

« *Prove della bonta del vuoto ottenibile nella camera barometrica.* — Che i modi sovradescritti per scacciare l'aria dalla camera barometrica siano di gran lunga più facili e più brevi di quelli usati finora è evidente, come pure è evidente l'utilità di potere in qualsiasi tempo eseguire la facile operazione necessaria per scacciare l'aria.

« Rimane il dubbio possibile che tale operazione non sia così efficace come quelle finora usate, di far bollire il mercurio o di far uso d'una pompa speciale. È però facile dimostrare in molti modi che tale dubbio non ha fondamento.

« Osserverò anzitutto nuovamente che nei barometri I, II, III, IV si evita la presenza del grasso nella camera barometrica, e quindi la sua possibile influenza nociva. Rammenterò anche il confronto del barometro da me costruito con quello costruito da Deleuil riferito nella Nota citata.

« Inoltre è da notare che il barometro con robinetto non differisce essenzialmente da una buona pompa di Geissler, i barometri II e III da una pompa di Töpler ed il barometro IV, dalla pompa modificata da me e della quale dimostrai la bontà con apposite esperienze. Infatti la camera barometrica rappresenta il pallone che in dette pompe è fisso, il pozzetto rappresenta il pallone mobile, però in questi barometri è la camera ossia il pallone fisso che invece viene sollevato e abbassato mentre il pozzetto sta fermo.

« È da notare che in tutti questi barometri l'aria residua viene scacciata non nell'aria atmosferica, ma in uno spazio molto rarefatto come appunto avviene nelle migliori pompe, e per tale rispetto le condizioni dei barometri I a III sono migliori di quelle delle pompe di Töpler.

« È quindi evidente che se con esse pompe è possibile preparare un buon barometro, ciò sarà pure possibile, sebbene con assai maggior facilità, coll'uso delle disposizioni descritte.

« Ancora un altra prova della bontà del vuoto che si ottiene nella camera barometrica è data, usando il barometro II, dalla difficoltà che prova la scarica elettrica ad attraversare esso vuoto. Il mercurio dei tubi A e B essendo posto in comunicazione rispettivamente coi due poli di una macchina Wimshurst di cui gradatamente allontanavo gli elettrodi, la scarica dapprima passava unicamente nell'aria, e solo quando la scintilla raggiungeva la lunghezza di circa 1 cm. la scarica incominciava a passare invece per la camera barometrica, producendo nel primo istante una viva luce verde dovuta alla fosforescenza del vetro e poscia una luce biancastra uniformemente diffusa, dovuta ai vapori di mercurio.

« Osserverò che una volta prodotta questa scarica si potevano notevolmente avvicinare gli elettrodi nell'aria senza che la scarica cambiasse via. Evidentemente la prima scarica generava distacco o sviluppo di gaz o di vapori che bisognava espellere nel modo solito, perchè il vuoto riprendesse la notevole resistenza primitiva.

« Credo dunque dimostrato più che a sufficienza tanto coll'esperienza che col ragionamento che il vuoto che si ottiene in tali barometri è ottimo.

« Aggiungerò che questi barometri forniscono il mezzo forse più semplice per riprodurre parecchi fenomeni della materia radiante, ed in generale delle scariche elettriche nell'aria rarefatta. Essi richiedono poco mercurio, e colla massima rapidità può ottenersi il vuoto più perfetto.

« Per far passare le scariche elettriche, si possono saldare nel vetro o fissare con mastice gli elettrodi, naturalmente di un metallo non attaccabile dal mercurio; però è più comodo usare elettrodi esterni costituiti da pezzi di stagnola di forma e grandezza conveniente, incollati o legati sulla faccia esterna del tubo a diverse altezze della camera barometrica, che per quest'uso è bene che sia un po' più lunga del solito.

« Come è noto ponendo queste due armature in comunicazione coi due poli d'una macchina elettrica, esse attirano sulla faccia opposta del tubo, cariche all'incirca uguali di elettricità opposte le quali divengono libere e producono una scarica nell'interno del tubo qualora si produca una scarica fra i due poli.

« Così p. es. volendo osservare se i cristalli di platinocianuro d'ittrio che presentano due diversi colori nelle diverse faccie, presentassero una diversa fosforescenza per effetto delle scariche elettriche nell'aria estremamente rarefatta fissai con un filo di ferro e con ceralacca uno di questi cristalli alla sommità e nell'interno del tubo. Preparai quindi il barometro nel modo solito e legai all'altezza del cristallo e più in alto le due armature di stagnola. Producendo la scarica nel modo indicato ed avendo cura che l'armatura agente sul cristallo fosse la positiva osservai che la fosforescenza delle diverse facce era sensibilmente diversa, essendo di color giallo d'oro più carico per le faccie verdi che non per le violette.

« I mezzi limitati del Gabinetto ed il prezzo elevato dei cristalli un po' grandi dei platino cianuri non mi permise di estendere tale studio ».

Fisica Terrestre. — *I terremoti e le perturbazioni magnetiche.* Nota di G. Agamennone, presentata dal Corrispondente P. Tacchini.

« Ai molti fatti fino ad oggi conosciuti [1], i quali tendono a provare che le perturbazioni magnetiche di breve durata in occasione di terremoti, sono dovute unicamente allo scuotimento del suolo in seguito al passaggio delle onde sismiche, mi piace aggiungerne alcuni altri che recentemente si

[1] Vedi un'altra mia nota sullo stesso argomento, *Sopra la correlazione dei terremoti con le perturbazioni magnetiche.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Ser. 4ª, Vol. VI, 1° semestre, 1890, p. 21.

sono verificati in Italia. Presso noi disgraziatamente non esiste ancora alcun osservatorio magnetico, dove si registrino di continuo a mezzo della fotografia le variazioni degli elementi magnetici; ma in compenso in molti punti della Penisola si posseggono degli Osservatorî Geodinamici, forniti di delicati apparecchi sismici. In special modo ha fatto ottima prova negli ultimi tre anni il sismometrografo Brassart a registrazione continua da me modificato [1], il quale s'installò dapprima in Roma al Collegio Romano, poscia negli Osservatorî Geodinamici di Catania, Ischia e Rocca di Papa, ed ultimamente in quelli di Pavia e di Portici presso Napoli. Incoraggiato dai risultati da me stesso ottenuti qui in Roma da questo apparecchio, il quale permise nel solo biennio 1891-92, di registrare ben 15 scosse, anche di lontanissima provenienza, e di cui una sola fu avvertita dalle persone, ed un'altra dai comuni sismoscopî, mi accinsi sullo scorcio del passato anno a far costruire un primo modello di un nuovo sismometrografo di una sensibilità ancor più squisita. Prima di procedere oltre, darò un breve cenno del nuovo apparecchio, ringraziando in pari tempo il prof. P. Tacchini, Direttore dell'Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, per aver posto a mia disposizione i mezzi necessari.

« Lo strumento consiste in un vero pendolo di circa sei metri di lunghezza, il quale ha una massa pendolare di circa 75 Kg., sospesa ad un filo di ottone del diametro di circa 1^{mm}, 5. Allo scopo di poter registrare i movimenti del pendolo, il filo, poco al disopra del suo punto di attacco colla massa, rimane impigliato, e nello stesso tempo può scorrere esattamente, entro due asole tra loro ad angolo retto, praticate nei bracci più corti di due leve orizzontali, di cui ciascuna può ruotare in azimut attorno ad un asse verticale. Queste leve sono entrambe codate e tali, che mentre i due bracci più lunghi risultano tra loro paralleli, e registrano colla loro estremità, dieci volte ingranditi, i movimenti del pendolo, ognuno di essi forma un angolo di 135° col rispettivo braccio più corto. Le leve sono costruite in tubi vuoti di ottone leggerissimi, e nello stesso tempo risultano assai rigide, affinchè non possano vibrare per loro conto in occasione di scosse: di più la registrazione sulla zona di carta si effettua mediante piccole penne ad inchiostro, opportunamente bilicate all'estremità del braccio più lungo degli stili, affinchè esercitino sulla carta una pressione minima. Per dare un'idea dell'entità dell'attrito che interviene nell'apparato scrivente di questo nuovo sismometrografo, dirò che se si sposta l'estremità di ciascuno stilo dalla sua posizione di riposo sulla carta di circa mezzo centimetro (il che corrisponde a far deviare il pendolo di mezzo millimetro) gli stili ritornano perfettamente alla loro posizione primitiva di equilibrio dopo una diecina di oscillazioni. Come si vede, l'apparecchio registra le sole due componenti orizzontali del movi-

[1] P. Tacchini, *Sulla sensibilità di cui possono essere suscettibili i sismometrografi.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Ser. 4ª, Vol. VII., 1° sem., 1891, p. 15.

mento del suolo, o del pendolo, secondo i casi: quanto prima si aggiungerà un terzo stilo, che comandato da una massa a parte, registri il movimento sussultorio. Il meccanismo per lo svolgimento della zona di carta al di sotto degli stili scriventi, è quello stesso ch'io ho chiamato *registratore di terremoti a doppia velocità* (1), avvertendo però che finora non si può utilizzare il rapido svolgersi della carta in occasione di un terremoto, perchè le penne, attualmente in uso, interrompono allora con facilità le linee da esse tracciate.

« La bontà del nuovo sismometrografo collocato parimenti sulla torre del Collegio Romano, si mostrò ben presto in occasione di un vento piuttosto forte, perchè mentre in esso si ebbero tracce larghe perfino un centimetro, in quello Brassart, i segni lasciati erano appena visibili; e così pure in occasione del forte terremoto in provincia di Salerno del 25 gennaio 1893, il diagramma lasciato dal nuovo strumento fu senza confronto di maggiori dimensioni. Ma la superiorità del nuovo sismometrografo si è rivelata in maggior grado in occasione di recenti terremoti ancor più lontani, quali sono quelli disastrosi di Zante del 31 gennaio e del 1° febbraio, quello di Samotracia in Turchia del 9 febbraio, quello di Aleppo nella Siria verso la mezzanotte dal 2 al 3 marzo, quello d'Ungheria dell'8 aprile, e l'ultimo ancor più disastroso per Zante del 17 aprile di quest'anno. Se si eccettui il terremoto di Ungheria, il quale fu registrato assai bene in Roma anche dal sismometrografo Brassart, tutti gli altri sarebbero passati inosservati senza l'installazione del nuovo strumento testè descritto; poichè nel sismometrografo Brassart, o non si ebbero affatto tracce, come nei primi due terremoti di Zante, o esse furono così microscopiche che sarebbero facilmente sfuggite, o non sarebbe stato prudente il prenderle da sole in seria considerazione.

« Avendo io mostrato desiderio di conoscere il comportamento dei magnetografi all'estero, in presenza dei quattro ultimi terremoti, il Direttore dell'Ufficio, il prof. Tacchini, si compiacque domandare notizie a varî Osservatorî magnetici d'Europa, e precisamente a quelli più ad oriente, a Vienna, Pola e Potsdam, come quelli più prossimi ai centri di scuotimento. Dalle risposte avute in proposito è risultato che gli strumenti magnetici di Pola non hanno mai mostrata alcuna speciale anomalia; a Vienna i magnetografi furono perturbati, ed anzi notevolmente, solo in occasione del terremoto d'Ungheria; a Potsdam invece, se si eccettui quest'ultimo terremoto, si ebbero sempre le solite caratteristiche oscillazioni degli aghi magnetici, prodotte da scosse lontane. Ed io nutro la convinzione che esse si sarebbero indubbiamente prodotte a Potsdam anche in occasione del terremoto d'Ungheria, se disgraziatamente quei magnetografi non si fossero in quel tempo trovati in condizione

(1) È descritto nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Ser. 5ª, Vol. I, 2° semestre, 1892, p. 247.

di non poter funzionare. Il fatto che alle perturbazioni degli strumenti magnetici di Potsdam e di Vienna corrispondono assai bene, in quanto all'ora ed alla durata, le perturbazioni negli apparecchi sismici italiani, specialmente a Roma, è assai eloquente per provare che la causa delle medesime deve essere la stessa, e certamente dovuta al passaggio delle onde sismiche ingenerate nel centro di scuotimento di ogni scossa.

« In tutti i terremoti precedenti questa conclusione non si era potuta mai stabilire per mancanza di apparati sismici così delicati (1), che potessero rivaleggiare in sensibilità coi magnetografi, i quali io ritengo essersi sempre diportati da veri sismoscopi, adempiendo involontariamente ad un ufficio che non è propriamente il loro. Così, ad esempio, nel terremoto Ligure del 1887, mentre si trovò che furono perturbati gli strumenti magnetici in gran parte d'Europa, le indicazioni degli strumenti sismici si estesero fino appena all'Italia centrale. Io sono invece pienamente convinto che il passaggio delle onde sismiche sarebbe stato constatato non solo in tutta l'Italia meridionale, ma forse anche in Grecia, se ovunque avessero funzionato delicati apparecchi sismici, quali attualmente sono stati costruiti.

« Oggi sono molti gli scienzati che ritengono doversi ripetere unicamente a scuotimento di suolo le caratteristiche perturbazioni dei magnetografi in occasione di terremoti lontani; ma piacemi qui ricordare come fin dal 1842, F. Carlini, direttore dell'Osservatorio di Brera a Milano, aveva già chiaramente espressa una tale opinione. Infatti egli in occasione di un forte terremoto nel Veronese, così si esprime in una lettera in data del 7 gennaio 1842, diretta al segretario dell'Accademia di Verona (2):

« Nel giorno 15 ottobre (1841) e nei prossimi precedenti e seguenti,
« non si ebbe qui alcuna perturbazione magnetica, la quale forse si sarebbe
« manifestata se avessimo delle osservazioni contemporanee al fenomeno di
« Sanguinetto; ma ordinariamente le nostre osservazioni non cominciano che
« alle 8 della mattina; nè sarebbe meraviglia che una leggera oscillazione
« negli apparati si sia estinta nel corso di quattr'ore.

« Molte volte i nostri grossi aghi sospesi, ci hanno indicate le scosse
« sotterranee avvenute in luoghi remoti; il che, secondo il mio sentimento,

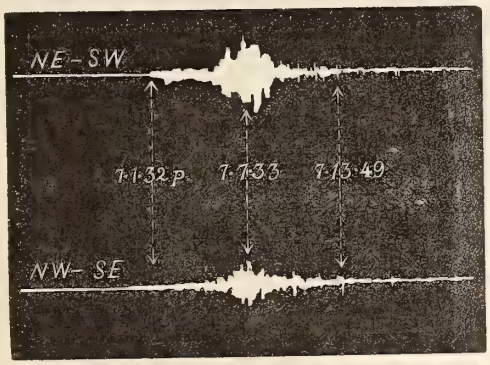
(1) A dire il vero, anche il *tromometro*, già in uso in Italia da circa un ventennio, è uno strumento assai sensibile, il quale però, al pari dei livelli astronomici, tranne poche eccezioni, poca utilità a questo riguardo ha finora arrecato alla scienza Infatti in detti strumenti mancando la registrazione delle proprie indicazioni, si è nell'impossibilità di mettere queste in relazione con i terremoti lontani. Questo grave inconveniente non si potrà più lamentare nel mio *tromometro a registrazione fotografica* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Ser. 5ª, Vol. II., 1° sem. 1893, p. 28), del quale si trovano già costruiti sei modelli, pronti ad essere distribuiti agli Osservatorî geodinamici di prim'ordine della rete sismica italiana.

(2) A. Goiran, *Seconda appendice al Catalogo dei terremoti veronesi*, Accademia di Agricoltura, Arti e Commercio di Verona, Vol. LXVII, Ser. 3ª, 1892, p. 42.

« avviene non già per un'influenza magnetica, ma per una semplice scossa « meccanica comunicata al centro di gravità dell'ago pendente da un sotti- « lissimo filo. Per rischiarare in avvenire un tal dubbio, penso di far pre- « parare un lungo pendolo con grossa palla di piombo, il quale possa con- « servare le vibrazioni ricevute per un'intera giornata ed indicarle urtando « in alcuni corpi leggeri dai quali sarà circondato. Se gli apparati magnetici « mostreranno dei movimenti che non siano comuni col pendolo suddetto, « confesserò di buon grado esser falsa la mia opinione ».

« Il nuovo sismometrografo del Collegio Romano rappresenta ad un dipresso il pendolo, a cui accenna il Carlini, reso però grafico e moltiplicatore; ed ha realmente comprovata la giustezza delle idee che quel grande astronomo aveva intuite in quei tempi, quando ancora erano assai scarsi i fatti intorno a questo argomento. È vero che a fianco del sismometrografo non si trovano per ora strumenti magnetici registratori; ma le indicazioni concordantissime ottenute in alcuni osservatorî magnetici all'estero, stanno a riempire questa lacuna.

« Termino la presente Nota col riportare, come un saggio del modo di funzionare del nuovo sismometrografo, il diagramma dal medesimo somministrato in occasione del terremoto di Samotracia (Turchia) della sera del 9 febbraio 1893, mentre le tracce ottenute nel sismometrografo Brassart, tanto a Roma, quanto all'Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa, sono al confronto addirittura insignificanti — Avverto che le ore sono espresse in t. m. Roma ».



Chimica. — *Sopra alcuni sali della fenilidrazina e dell'α-metilfenilidrazina* (1). Nota di Siro Grimaldi, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

« È noto che la fenilidrazina, base monoacida, è capace di combinarsi cogli acidi formando dei sali in generale ben cristallizzati. Fra i sali dovuti alla sua combinazione cogli idracidi degli alogeni, Fischer, sia per neutralizzazione della base coll'acido cloridrico (2), sia per decomposizione del fenilidrazinsolfonato potassico coll'acido cloridrico (3), ha ottenuto il cloridrato di

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Siena.
(2) Ann. 190, 83.
(3) Ann. 190, 75.

fenilidrazina $C_6H_5.NH.NH_2.HCh$, e Balbiano il bromidrato $C_6H_5.NH.NH_2HBr$ per l'azione della fenilidrazina sulla bromocanfora [1]. La fenilidrazina dà anche l'iodidrato ed il fluoridrato, che io ho ottenuto operando come segue.

Iodidrato di fenilidrazina.

$C_6H_5NH.NH_2.HI.$

« Preparai l'iodidrato di fenilidrazina facendo gorgogliare acido iodidrico gassoso, per mezzo di un tubo a larga apertura, in una soluzione eterea alquanto concentrata di fenilidrazina pura (p. eboll. 233-234°), mantenendo freddo il tutto con semplice corrente di acqua, ed agitando continuamente; l'iodidrato si separò in laminette colorate esternamente in giallastro. Finita la reazione, dopo qualche tempo raccolsi su di un filtro la massa cristallizzata, la lavai ripetutamente, ma rapidamente, con etere fino a completa decolorazione e quindi l'asciugai nel vuoto fino a peso costante.

« All'analisi dette i seguenti risultati:

I gr. 0,2074 di sostanza fornirono gr. 0,2253 di CO_2 e gr. 0,0857 di H_2O.

II gr. 0,09215 di sostanza fornirono c. c. 9,5 di N, misurato alla temperatura di 13° e alla pressione di mm. 731,14.

III gr. 0,3516 di sostanza fornirono gr. 0,3456 di PbI_2.

IV gr. 0,3700 3i sostanza fornirono gr. 0,3630 di PbI_2.

« Da cui per °/₀:

calcolato per $C_6H_5.NH.NH_2.HI$		trovato I	II	III	IV
C =	30,508	29,623	—	—	—
H =	3,813	4,586	—	—	—
N =	11,864	—	12,087	—	—
I =	53,815	—	—	54,039	53,938
	100,000				

« Preparai inoltre questo sale neutralizzando direttamente la fenilidrazina con una soluzione molto concentrata di acido iodidrico, preparata di recente e scolorata. Avvenne un notevole elevamento di temperatura seguito dalla separazione di una materia voluminosa, cristallina. Sciolsi questa materia nell'acqua, dalla quale, coll'evaporazione lenta a bagno maria, si depose in cristalli colorati da iodo libero. Allora ne feci una soluzione in poco alcole a caldo e sopraversai tal soluzione in abbondante quantità di etere petrolico. Col riposo si formò un precipitato costituito da lamelle cristalline sottili, bianche e splendenti.

[1] Gazz. chim. ital. XVI, 138.

« Finalmente preparai questo sale decomponendo il fenilidrazinsolfonato sodico coll'acido iodidrico in base all'equazione:

$$C_6H_5 . N_2H_2 . SO_3Na + H_2O + HI = Na\,HSO_4 + C_6H_5 . NH . NH_2 . HI.$$

A tale scopo mescolai, in ciascheduna operazione, gr. 21 di fenilidrazinsolfonato sodico disciolto nell'acqua con gr. 30 di soluzione acquosa al 50 % e recente di acido iodidrico. Si svolse notevole quantità di calore; finita la reazione scaldai a bagno maria fino a completa evaporazione del liquido, e ripresi più volte il residuo secco con alcole assoluto bollente. La soluzione alcolica concentrata e filtrata abbandonò per lento raffreddamento laminette cristalline lievemente colorate in giallo, le quali ricristallizzandole nell'alcole e lavandole con etere di petrolio divennero affatto scolorate.

« I prodotti di queste preparazioni presentano lo stesso punto di fusione ed identici caratteri di quello analizzato.

« L'iodidrato di fenilidrazina cristallizza in laminette bianche e splendenti, ed alcune volte anche in aghi. È facilmente solubile nell'acqua fredda, e molto più solubile nella calda dando soluzioni neutre. La presenza di alcuni sali, quali l'ioduro di potassio, l'ioduro di sodio, l'ioduro di ammonio aumentano la solubilità dell'iodidrato di fenilidrazina nell'acqua. È però solubilissimo nell'alcole a temperatura ordinaria, e la soluzione alcolica concentrata a caldo abbandona per raffreddamento il sale bianco e ben cristallizzato in sottili laminette lucenti o in aghi. È solubilissimo pure nell'acetone, dal quale colla evaporazione spontanea si depone in bellissimi cristalli. È pure solubile nell'etere, insolubile nell'etere petrolico, nella benzina, nel cloroformio, nel solfuro di carbonio e nella soluzione concentrata di acido iodidrico. A 120-122° prima fonde e poi si decompone.

« L'iodidrato di fenilidrazina si altera facilmente e anche nell'oscurità si colora a poco a poco in giallo liberandosi iodo; anche le sue soluzioni si colorano facilmente all'aria, e la colorazione si manifesta più celermente sotto l'azione della luce o del calore. Alcuni acidi minerali e sopratutto l'acido nitrico, i vapori nitrosi, il cloro, il bromo lo decompongono facilmente con liberazione di iodo. Le basi energiche, quali la potassa e la soda, lo decompongono anche a freddo con svolgimento di ammoniaca. La sua soluzione acquosa riduce rapidamente anche a freddo le soluzioni dei sali d'argento, d'oro, di platino, di rame e di mercurio, ed analogamente al cloridrato di fenilidrazina conserva la proprietà di formare idrazoni coi chetoni e colle aldeidi, e cogli zuccheri riduttori gli osazoni.

« Coll'ioduro di potassio forma un sale doppio in proporzioni equimolecolari e coll'ioduro di magnesio in proporzione di due molecole per una di esso; difatti l'iodidrato di fenilidrazina e di potassio ha corrisposto alla formula $C_6H_8N_2KHI_2$ e quello di fenilidrazina e di magnesio alla formula $2(C_6H_8N_2)$, MgH_2I_4.

gr. 0,2113 di iodidrato di fenilidrazina e di potassio fornirono all'analisi gr. 0,2435 di PbI_2 da cui per $C_6H_8N_2KHI_2$

calcolato	trovato
I = 63,184	63,355

gr. 0,1927 di iodidrato di fenilidrazina e di magnesio fornirono gr. 0,2433 di PbI_2 cioè per $2(C_6H_8N_2)$, MgH_2I_4

calcolato	trovato
I = 68,463	69,414

Fluoridrato di fenilidrazina.

$C_6H_5.NH.NH_2.HFl.$

« Preparai questo sale sia per neutralizzazione diretta della fenilidrazina coll'acido fluoridrico, sia per doppia decomposizione fra il cloridrato di fenilidrazina ed il fluoruro di argento.

« Per neutralizzazione diretta della fenilidrazina coll'acido fluoridrico, feci una soluzione alcolica al 10 % di fenilidrazina previamente distillata (bollente a 233-234°) ed in capsula di platino la neutralizzai esattamente con una soluzione non troppo concentrata di acido fluoridrico. Si verificò un notevole riscaldamento producendosi un abbondante precipitato giallognolo cristallino. Questo precipitato fu raccolto su di un filtro e sottoposto a rapidi lavaggi con alcole assoluto, col che divenne perfettamente scolorato; quindi fu disciolto a caldo in circa 6 volumi di alcole assoluto e la soluzione fu filtrata a caldo. Si depose col raffreddamento il fluoridrato di fenilidrazina in cristalli splendenti, di aspetto madreperlaceo, che raccolsi su di un filtro, lavai ripetutamente prima con alcole assoluto e poi con etere, quindi asciugai fra carta bibula, e finalmente seccai nel vuoto in presenza di acido solforico fino a peso costante. Il fluoridrato di fenilidrazina sufficientemente puro si conserva assai bene senza colorarsi, quando si mantenga difeso dall'umidità e dalla luce.

« Riguardo ai metodi analitici adottati, la valutazione del fluoro la eseguii allo stato di fluoruro di piombo e di fluoruro di calcio. Per la precipitazione del fluoro allo stato di fluoruro di piombo disciolsi in acqua fredda il fluoridrato di fenilidrazina od i suoi doppi sali, che più sotto descriverò, ed alla soluzione aggiunsi la quantità necessaria di acetato di piombo neutro, pure disciolto in acqua fredda. Ottenni così il fluoruro di piombo in forma di precipitato bianco che raccolsi su filtro tarato, lavai prima con acido acetico diluito, in cui vi è insolubile, e poi con acqua, quindi seccai a 100° e pesai. I risultati ottenuti con questo metodo sono stati abbastanza esatti come si rileva dai seguenti dati. Difatti:

gr. 0,7294 di fluoridrato di fenilidrazina fornirono all'analisi gr. 0,6921 di $PbFl_2$.

« Da cui per $C_6H_5NH.NH_2.HFl$.

calcolato	trovato
Fl = 14,843	14,717

« Eseguii pure la determinazione del fluoro col metodo di Penfield [1], che ha dato buoni risultati anche ai professori Piccini e Mauro nelle loro ricerche sui fluossisali di molibdeno, di titanio e di vanadio. A tale scopo mescolai gr. 0,2605 di fluoridrato di fenilidrazina con un eccesso di polvere di vetro e di bicromato potassico in un pallone di mezzo litro circa e munito di un tubo alla Welter; aggiunsi un eccesso di acido solforico concentrato e scaldai fra 150-160° a bagno d'olio per il corso di una giornata. L'acido cloridrico formatosi per l'azione del fluoruro di silicio sul cloruro potassico richiese c. c. 6,97 di soda N/10. Come indicatore impiegai l'alizarina.

« In base all'equazione:

$$H_2SiFl_6 + 2KCh = K_2SiFl_6 + 2HCh$$

per $C_6H_5.NH.NH_2.HFl$

calcolato	trovato
Fl = 14,843	15,251

Il risultato ottenuto è abbastanza soddisfacente, benchè sempre superiore al calcolato, a causa di traccie di biossido di zolfo, sensibili alla carta di bicromato potassico ed all'odorato, le quali accompagnano il fluoruro di silicio, nonostante l'eccesso di bicromato potassico impiegato.

« Quanto al carbonio, idrogeno, ed azoto:

I gr. 0,1909 di sostanza bruciata con cromato di piombo fornirono gr. 0,3934 di CO_2 e gr. 0,1304 di H_2O.

II gr. 0,2641 di sostanza bruciata con cromato di piombo fornirono gr. 0,5431 di CO_2 e gr. 0,1700 di H_2O.

III gr. 0,1802 di sostanza fornirono c. c. 35 di N misurato alla temperatura di 13°,5 ed alla pressione di mm. 727,01.

« Da cui per °/₀:

calcolato per $C_6H_5.NH.NH_2.HFl$	trovato I	II	III
C = 56,250	56,197	56,078	—
H = 7,031	7,582	7,145	—
N = 21,876	—	—	21,885

« Il composto conseguito non è quindi altro che fluoridrato di fenilidrazina $C_6H_5.NH.NH_2.HFl$ analogo per composizione al cloridrato $C_6H_5.NH.NH_2.HCh$, al bromidrato $C_6H_5.NH.NH_2.HBr$, ed all'iodidrato $C_1H_5.NH.NH_2.Hl$ da me descritto.

[1] Chem. News. XXXIX, 197.

« Per la doppia decomposizione impiegai le quantità equimolecolari di fluoruro di argento e di cloridrato di fenilidrazina.

« In ciascheduna operazione mescolai in capsula di platino gr. 43,20 di cloridrato di fenilidrazina disciolto in abbondante quantità di acqua con gr. 48,90 (o meglio con un leggiero eccesso) di fluoruro di argento cristallizzato ($AgFl$, $2H_2O$) disciolto nell'acqua. Agitai frequentemente la mescolanza con una spatola di platino. La reazione avvenne con notevole sviluppo di calore ed al tempo stesso si separò il cloruro di argento in forma di precipitato voluminoso. Terminata la reazione evaporai fino a secco a bagno maria e dal residuo estrassi per ripetuti trattamenti con alcole assoluto bollente il fluoridrato di fenilidrazina. Dall'estratto alcolico filtrato si depositò questo sale per raffreddamento in laminette splendenti ed iridescenti, leggermente colorate in giallo. Allora lo depurai per ripetute cristallizzazioni nell'alcole bollente e successivi lavaggi con etere o con ligroina, e così giunsi ad avere un composto perfettamente bianco. Potei depurarlo inoltre per successive soluzioni in alcole e precipitazioni con etere o con etere di petrolio.

« Il fluoridrato di fenilidrazina prodotto in quest'altro modo presentò lo stesso aspetto e le stesse proprietà di quello analizzato.

« Il fluoridrato di fenilidrazina cristallizza in lamelle bianche, di splendore madreperlaceo, untuose al tatto, ed alcune volte anche in aghetti bianchi e lucenti. Si scioglie in proporzione di circa 10 °/₀ nell'acqua fredda, maggiormente nella calda e le soluzioni sono neutre alle carte. Alcuni sali, quali ad esempio i fluoruri di potassio, di sodio, d'ammonio ne aumentano la solubilità nell'acqua. Nell'alcole è molto più solubile a caldo che a freddo; insolubile nell'etere, nell'etere petrolico e nell'acido fluoridrico concentrato. Per l'azione di moderato calore sublima riproducendo le stesse forme cristalline. Come l'iodidrato viene decomposto dalla potassa e dalla soda anche a freddo con svolgimento di ammoniaca. La soluzione acquosa del fluoridrato di fenilidrazina possiede una energica azione riduttrice; difatti, anche a freddo, riduce le soluzioni dei sali di rame, d'argento, d'oro, di platino e di mercurio. Rispetto ai chetoni e alle aldeidi agisce come il cloridrato di fenilidrazina dando idrazoni. Col glucosio fornì l'osazone in aghi gialli sottili, fondenti a 205° ecc. come il fenilglucosazone.

Fluoridrato di fenilidrazina e di potassio.

$C_6H_8N_2$, $KHFl_2$.

« Preparai questo sale impiegando le quantità equimolecolari di fluoridrato di fenilidrazina e di fluoruro potassio. Disciolsi gr. 11,60 di fluoruro di potassio in capsula di platino con circa un litro di acqua e nella soluzione versai a poco per volta gr. 25,60 di fluoridrato di fenilidrazina polverizzato favorendo la reazione col calore. Ottenni una soluzione limpida, che lasciata

a sè stessa, nel corso di 24 ore abbandonò un copioso deposito cristallino, che separai dal liquido per decantazione, lavai rapidamente con acqua, spremei alla pompa, asciugai fra carta e disseccai nel vuoto.

« La composizione di questo sale corrisponde alla formula $C_6H_8N_2$, $KHFl_2$; difatti all'analisi:

I gr. 0,1645 di sostanza fornirono gr. 0,2175 di $PbFl_2$.

II gr. 0,1837 di sostanza fornirono gr. 0,2410 di $PbFl_2$.

« Da cui per $C_6H_8N_2$, $KHFl_2$

	calcolato	trovato I	trovato II
Fl =	20,430	20,507	20,438

« Il fluoridrato di fenilidrazina e di potassio cristallizza in laminette bianche e splendenti che facilmente si colorano all'aria. È facilmente solubile nell'acqua e la sua soluzione è neutra.

Fluoridrato di fenilidrazina e di sodio.

$C_6H_8N_2$, $NaHFl_2$.

« Il fluoridrato di fenilidrazina trattato nelle stesse condizioni col fluoruro di sodio mi dette il corrispondente sale doppio espresso dalla formula $C_6H_8N_2$, $NaHFl_2$; difatti:

gr. 0,2122 di sostanza fornirono gr. 0,3053 di $PbFl_2$.

« Da cui per $C_6H_8N_2$, $NaHFl_2$

	calcolato	trovato
Fl =	22,352	22,314

« È un sale che cristallizza in lamelle bianche e splendenti, solubili nell'acqua e facilmente alterabili all'aria.

Fluoridrato di fenilidrazina e di litio.

$C_6H_8N_2$, $LiHFl_2$.

« Col fluoruro di litio ed il fluoridrato di fenilidrazina, trattati come ho descritto per gli altri sali doppi, ottenni il fluoridrato di fenilidrazina e di litio corrispondente alla formula $C_6H_8N_2$, $LiHFl_2$; difatti all'analisi:

gr. 0,2352 di sostanza fornirono gr. 0,3775 di $PbFl_2$.

« Per $C_6H_8N_2$, $LiHFl_2$

	calcolato	trovato
Fl =	24,675	24,894

« Cristallizza in lamelle bianche e splendenti, solubili nell'acqua, facilmente alterabili all'aria.

Fluoridrato di fenilidrazina e di magnesio.
$2(C_6H_8N_2)$, MgH_2Fl_4.

« Il fluoridrato di fenilidrazina dà, analogamente all'iodidrato, un sale doppio di fenilidrazina e di magnesio, che ottenni mescolando in soluzione acquosa e fredda i due sali nelle proporzioni calcolate secondo la formula $2(C_6H_8N_2)$, MgH_2Fl_4. La composizione del sale corrispose a questa formula stessa; difatti:

I gr. 0,1592 di sostanza fornirono gr. 0,2485 di $PbFl_2$.

II gr. 0,2117 di sostanza fornirono gr. 0,3264 di $PbFl_2$.

« Da cui per $2(C_6H_8N_2)$, MgH_2Fl_4

	calcolato	trovato I	trovato II
Fl =	23,899	24,210	23,913

« Cristallizza in lamelle bianche e splendenti, facilmente solubili nell'acqua, alterabili all'aria.

Fluoridrato di α-metilfenilidrazina.
$C_6H_5.N(CH_3).NH_2.HFl$.

« Saturai la α-metilfenilidrazina bollente fra 224-227° disciolta in quattro parti circa di alcole entro capsula di platino, con una soluzione alcolica concentrata di acido fluoridrico; si separò un abbondante precipitato cristallino bianco che raccolsi su filtro, e lavai ripetutamente con etere. Le acque madri di questo sale addizionate di etere dettero molto altro sale, che pure raccolsi e lavai con etere. Disciolsi insieme le due porzioni di sale nell'alcole assoluto e riprecipitai con etere. Il sale così ottenuto era perfettamente scolorato; allora lo raccolsi su filtro, lo spremei alla pompa, l'asciugai fra carta, e lo seccai nel vuoto fino a peso costante.

« Sottoposto all'analisi dette i seguenti risultati:

I gr. 0,3628 di sostanza bruciata con cromato di piombo fornirono gr. 0,7855 di CO_2 e gr. 0,2634 di H_2O.

II gr. 0,2536 di sostanza fornirono c.c. 46 di N, misurato alla temperatura di 20° ed alla pressione di mm. 726,34.

III gr. 0,1537 di sostanza fornirono gr. 0,1321 $PbFl_2$.

« Da cui per %:

	calcolato per $C_6H_5.N(CH_3).NH_2.HFl$	trovato I	trovato II	trovato III
C =	59,154	59,042	—	—
H =	7,746	8,058	—	—
N =	19,718	—	19,799	—
Fl =	13,382	—	—	13,330
	100,000			

« Il fluoridrato di α-metilfenilidrazina cristallizza in lamelle bianche, di splendore madreperlaceo; è facilmente solubile nell'acqua e nell'alcole anche a temperatura ordinaria; è insolubile nell'etere, nella ligroina e nell'acido fluoridrico concentrato. All'aria ed alla luce col tempo si altera colorandosi in roseo. Riduce il solfato di rame, il nitrato di argento, ed i cloruri d'oro e di platino. Dalla potassa e dalla soda viene scomposto anche a freddo con svolgimento di ammoniaca ».

Chimica fisica. — *Sopra un notevole caso di accrescimento anomalo nel potere rifrangente delle basi feniliche* [1]. Nota di F. Zecchini, presentata dal Corrispondente R. Nasini.

« Di mano in mano che va accumulandosi il materiale esperimentale sul potere rifrangente dei composti organici e più si vede che questa proprietà è ben lungi dal potersi considerare come una proprietà additiva: anche in quei casi in cui ci sarebbe da aspettarsi che la regola della somma dovesse verificarsi con esattezza si notano invece delle anomalie profonde, anomalie che non possono prevedersi nè spiegarsi colle formule ordinarie di struttura. Specialmente poi s'incontra spesso quel fatto, messo in rilievo per la prima volta dal prof. Nasini, che allorquando si uniscono insieme direttamente dei gruppi dotati di forte potere rifrangente si ha una esaltazione più o meno grande nella rifrazione e nella dispersione.

« Un notevole caso di questa esaltazione nel potere rifrangente lo presentano la monofenilammina (anilina) e la di e la trifenilammina.

« La prima di queste sostanze è gia stata studiata da diversi esperimentatori (Gladstone, Brühl) e quindi io mi sono limitato semplicemente a calcolare in base alle loro esperienze il potere rifrangente rispetto alla riga D: le altre due sostanze le ho studiate in soluzione benzolica rispetto alla luce del sodio adoperando un eccellente rifrattometro totale del Pulfrich costruito dal sig. Max Wolz in Bonn. Il benzolo da me adoperato aveva le seguenti costanti ottiche:

$$\frac{\mu_D - 1}{d} = 0{,}56931\,; \quad \frac{\mu^2{}_D - 1}{(\mu_D{}^2 + 2)d} = 0{,}33413.$$

« *Difenilammina* $(C_6H_5)_2HN$. Fu purificata per cristallizzazioni ripetute: fondeva a 54°. Furono esaminate due soluzioni:

I — percentuale 16,948; $\mu_D = 1{,}53054$; $d^{11}{}_4 = 0{,}92222$;

$$\frac{\mu_D - 1}{d}\ (\text{soluzione}) = 0{,}57528\,; \quad \frac{\mu_D{}^2 - 1}{(\mu_D{}^2 + 2)d}\ (\text{soluzione}) = 0{,}33523.$$

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

II — percentuale 16,678; $\mu_D = 1{,}52894$; $d_4^{11.2} = 0{,}91945$;

$$\frac{\mu_D - 1}{d} \text{ (soluzione)} = 0{,}57526; \quad \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} \text{ (soluzione)} = 0{,}33538.$$

« *Trifenilammina* $(C_6H_5)_3N$. Proveniva dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino: fu purificata per cristallizzazioni ripetute: fondeva a 127°: furono esaminate due soluzioni:

I — percentuale 13,998; $\mu_D = 1{,}52467$; $d_4^{14.1} = 0{,}91257$;

$$\frac{\mu_D - 1}{d} \text{ (soluzione)} = 0{,}57493; \quad \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} \text{ (soluzione)} = 0{,}33564.$$

II — percentuale 9,901; $\mu_D = 1{,}52024$; $d_4^{10.5} = 0{,}90738$;

$$\frac{\mu_D - 1}{d} \text{ (soluzione)} = 0{,}57334; \quad \frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d} \text{ (soluzione)} = 0{,}33517.$$

« Nella seguente tabella sono riuniti i dati che ci interessano: per l'anilina ho presi i valori del Brühl: per la di e la trifenilammina i valori medi: del resto le differenze sono piccolissime:

	$\frac{\mu_D - 1}{d}$	$P\frac{\mu_D - 1}{D}$	Rifrazione atomica di N (Formula n)		$\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$	$P\frac{\mu_D^2 - 1}{(\mu_D^2 + 2)d}$	Rifrazione atomica di N (Formula n^2)	
Anilina $C_6H_5.H_2N$	0.57389	53.37	6.90	7.46	0 32864	30.56	3.07	3.38
Difenilammina $(C_6H_5)_2HN$	0.60379	102.04	13.61	14.65	0.34094	57.62	5.81	6.41
Trifenilammina $(C_6H_5)_3N$.	0.60978	149.40	18.81	20.49	0.34474	84.46	8.32	9.22

« Il potere rifrangente dell'azoto è stato calcolato in due modi: o in base alle costanti atomicho degli elementi calcolate da me per la formula n (1), e dal Conrady per la formula n^2 (2): questi valori sono quelli della 1ª sottocolonna: oppure prendendo pel fenile il valore che si ottiene togliendo dal potere rifrangente molecolare del benzolo quello di un atomo d'idrogeno: per il benzolo mi riferii alle esperienze del Brühl.

« È evidente che il potere rifrangente dell'azoto nella difenilammina è circa il doppio e nella trifenilammina circa il triplo di quello che è nella monofenilammina; e ciò tanto per la formula n che per la formula n^2. L'accordo si può dire eccellente se si considera che la difenilammina e la trifenilammina sono state esaminate in soluzione. È credo, il primo esempio di

(1) F. Zecchini, *Rifrazioni atomiche degli elementi rispetto alla luce gialla del sodio*, Rend. R. Acc. dei Lincei.

(2) Zeitschrift für physikalische Chemie.

una legge di multiplicità nel potere rifrangente di un elemento. Nelle basi della serie grassa un tal fatto non si riscontra: infatti esaminando la mono, la di e la trietilammina, la mono, la di e la tripropilammina, studiate dal Gladstone, si deducono per l'azoto dei valori che possono ritenersi come uguali.

		$P\frac{\mu_A - 1}{d}$	Rifrazione atomica di N
Etilammina	$C_2H_5.H_2N$	24,47	5,37
Dietilammina	$(C_2H_5)_2HN$	39,36	5,06
Trietilammina	$(C_2H_5)_3N$	54,62	5,12
Propilammina	$(C_3H_7.H_2.N$	31,57	4,87
Dipropilammina	$(C_3H_7)_2HN$	54,80	5,30
Tripropilammina	$(C_3H_7)_3N$	77,91	5,61

« Il Gladstone esaminando l'anilina, la metil e la dimetianilina aveva osservato che il potere rifrangente va un pò aumentando: ecco i numeri del Gladstone

		$P\frac{\mu_A - 1}{d}$	Differenza	Rifrazione atomica di N
Anilina	$C_6H_5.H_2N$	52,09		5,79
			8,36	
Monometilanilina	$C_6H_5CH_3HN$	60,45		6,85
			8,51	
Dimetilanilina	$C_6H_5(CH_3)_2N$	68,96		7,46

« Si vede che il valore per l'azoto va crescendo e crescendo va pure la differenza corrispondente a CH_2 che dovrebbe essere 7,6: questo fatto è analogo a quello scoperto da me solo che nel caso delle basi feniliche gli aumenti sono enormi e seguono abbastanza bene un andamento regolare di multiplicità.

« Se alla rifrazione molecolare della difenilammina aggiungiamo quella atomica dell'idrogeno e deduciamo poi dalla somma quella dell'anilina noi otteniamo pel gruppo fenile i valori 50,14 (formula n), 28,11 (formula n^2): ripetendo questo calcolo per la trifenil e la difenilammina noi otteniamo i valori 48,83 (formula n) e 27,89 (formula n^2): comparando in ugual modo la trifenilammina e l'anilina si hanno i valori 49,47 e 28,00: il valore del fenile che si deduce dal benzolo è 42,97 (formula n) e 25,08 (formula n^2), e quello che si calcola colle solite costanti è rispettivamente 43,54 e 25,38: appare evidente che l'introduzione del primo gruppo fenile nell'anilina porta con sè un forte aumento nel potere rifrangente, mentre l'introduzione del secondo se porta pure un aumento rispetto al valore calcolato del fenile o a quello che esso ha nel benzolo, non porta invece aumento, ma piuttosto una piccola diminuzione, che può essere dovuta forse agli errori di esperienza, rispetto a quello che esso ha nella difenilammina.

« Io non attribuisco una grande importanza, sino a che non siensi scoperti nuovi fatti, all'avere l'azoto nelle tre basi rifrazioni atomiche multiple: bisognerebbe ammettere che soltanto l'azoto cambi di rifrazione e che invece il gruppo fenile resti inalterato, la qual cosa non è probabile. Può darsi che si tratti qui di una esaltazione nel potere rifrangente dovuta alla vicinanza dei gruppi fenilici: però vi è questo di notevole che l'accrescimento si ha sebbene i gruppi non sieno uniti fra di loro direttamente, ma uniti invece all'azoto: pel solito come è noto questi aumenti anomali si notano quando atomi o gruppi aventi forte potere rifrangente si uniscono direttamente fra loro; anche è da aggiungersi che se fosse causa esclusiva dell'aumento il condensarsi del fenile nella molecola, si avrebbe dovuto avere un aumento notevole per l'introduzione del terzo fenile. Ad ogni modo ho creduto opportuno di pubblicare i risultati delle mie esperienze adesso che questi casi di esaltazione nel potere rifrangente, di *cooperative action* come l'ha chiamata ultimamente l'Armstrong (1), vengono discusssi e studiati (2) ».

Chimica. — *Sopra un isomero della Santonina ed un nuovo isomero dell'acido santonoso* (3). Nota di Americo Andreocci, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Le ultime ricerche sopra il nuovo isomero della Santonina, ottenuto da questa per l'azione dell'acido cloridrico, e già da me descritta in un Nota preliminare (4) mi hanno condotto a dei risultati che per la via più diretta confermano quella formola di struttura che il prof. Cannizzaro ha attribuito alla Santonina fondandosi su varî studi fatti in questo Istituto Chimico (5).

(1) Proceedings of the chem. Society, 2 marzo 1893.

(2) Debbo aggiungere che il Brühl studiò la metildifenilammina per la quale trovò un forte potere rifrangente (Liebig's Annalem CCXXXV, pag. 7) e che il Gladstone studiò pure la stessa sostanza e la confrontò con la benzilanilina, la quale ha un potere rifrangente un pò minore (Journ. Chem. Society LIX, pag. 298).

(3) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Roma.

(4) *Sopra un isomero della Santonina,* Rendiconti R. Acc. Lincei, 2° sem., 1893, pag. 328.

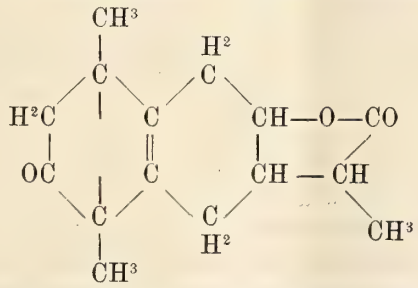
(5) S. Cannizzaro e Carnelutti, *Su due acidi isomeri Santonoso ed Isosantonoso,* Gazz. Chim. it., vol. XII, pag. 393. — S. Cannizzaro, *Sui prodotti di scomposizione dell'acido Santonoso,* Gazz. Chim. ital., vol. XIII, pag. 385. — P. Gucci, *Ricerche sulla Santoninossima e suoi derivati,* Gazz. Chim. ital., vol. XIX, p. 367. — G. Grassi-Cristaldi, *Sul Santonin-fenilidrazone, Iposantonina ed Isoiposantonina,* Gazz. Chim. ital., vol. XIX, pag. 382. — P. Gucci e G. Grassi-Cristaldi, *Sopra alcuni derivati della Santonina,* Gazz. Chim. ital., vol. XXII, p. 1ª, pag. 1. — S. Cannizzaro e P. Gucci, *Sopra alcuni derivati dell'acido Fotosantonico.* Questi Rendiconti 1892, 2° sem., pag. 149. — G. Grassi-Cristaldi, *Su alcuni prodotti di riduzione della Santonina, Santonone ed Isosantonone,* Gazz. Chim. ital., XXII, parte 2ª, p. 123.

L'analisi elementare del nuovo isomero e la determinazione del peso molecolare col metodo ebolliscopico in soluzione alcoolica conducono alla formola $C^{15}H^{18}O^{3}$. È dunque un vero isomero della Santonina, da cui differisce per tutti i caratteri fisici compreso il potere rotatorio sulla luce polarizzata essendo destrogira, col potere rotatorio specifico di circa + 112; mentre la Santonina è levogira, col potere rotatorio di — 173.

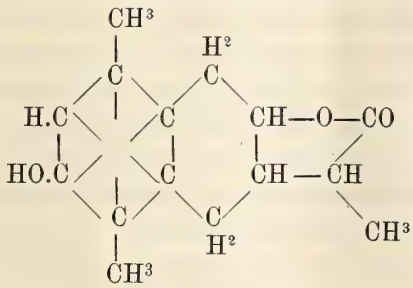
« Ricorderò come l'idrossilammina e la fenilidrazina non hanno alcuna azione su questa nuova sostanza, essa dunque non contiene più il CO chetonico della Santonina, ma invece un ossidrile fenico, infatti dà un derivato acetilico.

« Quest'isomero della Santonina è come quest'ultima il lattone di un ossiacido pochissimo stabile; non si scioglie nei carbonati alcalini, si scioglie negli idrati alcalini ed alcalini terrosi dando i sali dell'ossiacido $C^{15}H^{20}O^{4}$, dei quali ho analizzato quello baritico. Dalla soluzione di questo sale raffreddata, l'acido cloridrico diluito non dà alcun precipitato e l'etere estrae l'ossiacido, che svaporando l'etere rimane prima vischioso e dopo cristallino, ma lasciato a se stesso effiorisce lentamente mutandosi nel lattone.

« Partendo dalla formola assegnata dal prof. Cannizzaro alla Santonina (1)



Quest'isomero della Santonina deve avere la formola seguente:



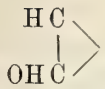
(2)

« Il lato della molecola della Santonina contenente

(1) Questi Rendiconti, 2° sem., 1892, pag. 149.

(2) Adopero il modo di Bamberger per indicare l'anello aromatico al solo fine di distinguerlo dall'anello alifatico.

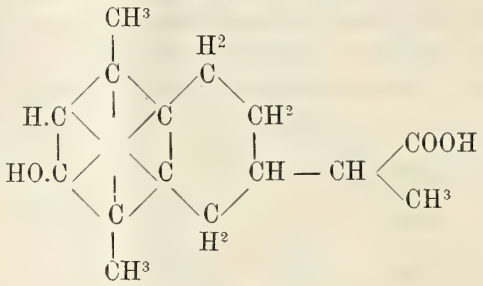
si è mutato per desmotropia in



e così si è formato l'anello aromatico più stabile rimanendo tetraidrogenato perciò aliciclico l'altro anello della naftalina, la nuova sostanza è dunque il lattone dell'acido dimetil-ossitetraidro-ossinaftil-propionico. L'avrei detta Isosantonina se questo nome non fosse stato già dato ad altro isomero d'ignota costituzione; la chiamerò invece Desmotropo-santonina per esprimere la reazione che le dà origine.

« L'ossiacido di cui è lattone si chiamerà perciò Desmotropo-santoninico.

« L'idrogeno nascente agisce nella Desmotropo-santonina come sopra altri lattoni e forma l'acido dimetil-ossitetraidro-naftil-propionico.



che chiamerò Desmotropo-santonoso.

« Si prepara aggiungendo un eccesso di polvere di zinco ad una soluzione di 1 parte di Desmotropo-santonina in 50 di acido acetico al 72 % e scaldando per più ore a bagno maria, filtrando in seguito la soluzione acetica calda e precipitando con acqua l'acido ottenuto insieme ad una piccola quantità di Desmotropo-santonina inalterata. Il precipitato si tratta con soluzione di carbonato sodico che scioglie il solo acido. Dalla soluzione alcalina filtrata si precipita il novello acido con acido cloridrico e si depura per cristallizzazione dall'alcool. Cristallizza in aghi spesso riuniti in mammelloni, fonde a 175°, è solubile nell'alcool, nell'etere, e nell'acido acetico, insolubile nell'acqua; fa sali solubili coi carbonati alcalini.

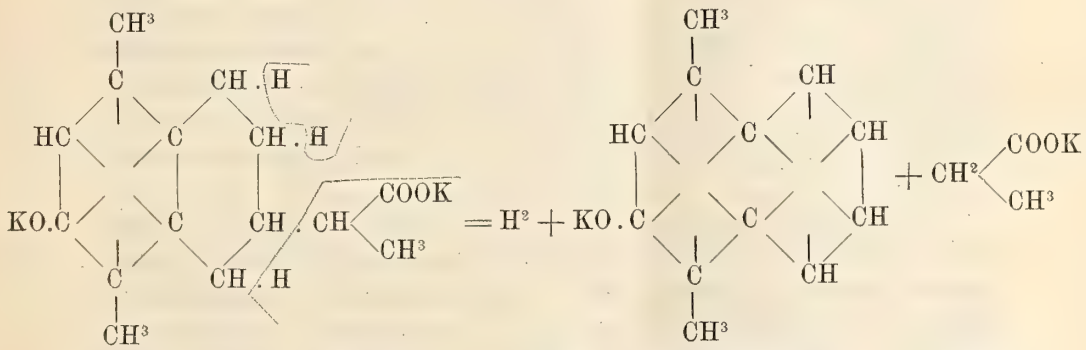
« L'analisi e la determinazione del peso molecolare conducono alla formola $C^{15}H^{20}O^{3}$. È dunque un isomero dell'acido Santonoso studiato [1] dai sigg. Cannizzaro e Carnelutti dal quale differisce per tutti i caratteri fisici compreso il potere rotatorio sulla luce polarizzata. Difati esso è levogiro col potere rotatorio specifico — 53,3, mentre l'acido santonoso è destrogiro col potere rotatorio specifico + 74.9.

[1] Gazz. Chim. ital., vol. XII, pag. 393.

« Fuso col doppio peso di potassa in un palloncino immerso in un bagno di lega metallica scaldato a 360° sviluppa idrogeno e si scinde nei sali potassici dell'acido propionico e del dimetilnaftolo.

« Sciogliendo il contenuto del pallone in acqua, con una corrente di CO^2 si precipita il dimetilnaftolo leggermente colorato; dal liquido filtrato con aggiunta di acido solforico si separa per distillazione in corrente di vapore l'acido propionico, che ho trasformato in sale baritico e quindi in sale argentico, che ho depurato ed analizzato.

« Ho ripetuto più volte questa trasformazione, raccogliendo e misurando l'idrogeno che si sviluppa, pesando il naftolo prodotto, e l'acido propionico allo stato di propionato baritico. Le quantità di questi prodotti corrispondono in modo molto soddisfacente alle quantità espresse dall'equazione:



Composto bipotassico dell'acido Desmotropo-santonoso — Dimetilnaftolato potassico — propionato potassico

« Il dimetilnaftolo è del tutto identico a quello ottenuto dai prof. Cannizzaro e Carnelutti dell'acido Santonoso e dell'acido isosantonoso (1).

« La netta e quantitativa scomposizione a temperatura fissa dell'acido Desmotropo-santonoso in dimetilnaftolo, in acido propionico ed idrogeno non lascia alcun dubbio sulla formola di struttura del detto acido. Le successive trasformazioni poi blande e quantitativamente complete che dalla Santonina conducono infine al dimetilnaftolo ed all'acido propionico sono, mi pare, la conferma più evidente della formola adottata per la Santonina ».

Chimica. — *Sull'acido Disantonoso.* Nota preliminare di Americo Andreocci.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Gazz. Chim. ital., vol. XII, pag. 406.

Chimica. — *Sulla costituzione dei nitrositi.* Nota di ANGELO ANGELI, presentata a nome del Corrispondente CIAMICIAN.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Batteriologia. — *Sopra la così detta* rogna *dei bronzi antichi.* Nota del dott. LUDWIG MOND F. R. S. e del dott. G. CUBONI, presentata dal Socio BLASERNA.

« Col nome di *rogna* o *carie* del bronzo gli archeologi indicano una speciale alterazione alla quale vanno talvolta soggetti i bronzi antichi, come statue, monete, vasi, ecc., conservati nei musei. Tale alterazione consiste in una specie di efflorescenza che incomincia in uno o più punti alla superficie dell'oggetto, formando delle macchie di color verde-chiaro, che si estendono poco a poco come le macchie d'olio sopra un foglio di carta, e corrodono la superficie e lo spessore del bronzo riducendolo in una polvere amorfa bianco-verdastra.

« La rapidità con cui il processo della rogna si diffonde nei bronzi varia molto, secondo circostanze non ancora bene definite. Talora le chiazze rognose crescono con grande lentezza, e dopo qualche mese è appena apprezzabile il loro ingrandimento; altre volte l'accrescimento è molto rapido, le macchie si formano numerose, estendendosi si fondono in macchie sempre più grandi, e dopo pochi mesi una moneta antica può essere del tutto corrosa e guastata. È in questo modo che oggetti di antichità, preziosissimi per la storia o per l'arte, vanno talora più o meno guastati o distrutti per lo sviluppo della rogna, che viene considerata dagli archeologi come una vera peste delle collezioni.

« Chimicamente l'alterazione prodotta dalla rogna consiste, in massima, in una trasformazione che il rame subisce sotto l'influenza dell'ossigeno, dell'acido carbonico e dell'umidità atmosferica, convertendosi in idrocarbonato di rame o malachite. Il modo come questa alterazione si propaga, e sopratutto il fatto asserito da molti antiquari, che la rogna sia contagiosa, cioè a dire, che un bronzo rognoso può comunicare l'alterazione ad altri oggetti, prima completamente immuni, ci fecero sospettare che nella formazione della rogna non fosse estranea l'azione di qualche micro-organismo. L'esame microscopico di tutti i bronzi rognosi da noi osservati finora, mostrò nei punti infetti la presenza di organismi bacteriacei e di un particolare ifomicete del genere *Cladosporium*, che chiamiamo perciò *Cladosporium aeris*. Tale fungo è stato già descritto e pubblicato da uno di noi nel *Bollettino della Società Botanica Italiana*, anno 1892, p. 287. Se tale ifomicete o qualcuno dei micro-

organismi bacteriacei ricordati sopra, siano o no la causa della rogna dei bronzi, non si potrebbe finora asserire, essendo riusciti negativi gli esperimenti tentati fin qui, di riprodurre artificialmente la rogna mediante l'infezione con l'uno o con gli altri organismi.

« Un fatto però d'importanza notevole che verrebbe a confermare l'ipotesi che la rogna sia veramente causata da micro-organismi è questo, che il riscaldamento ad alta temperatura arresta completamente il processo rognoso dei bronzi. 20 minuti di riscaldamento ad una temperatura di 120 gradi C. in una sterilizzatrice a secco, hanno fermato il processo rognoso in tutte le monete esperimentate. Dopo sei mesi, queste monete si sono conservate perfettamente inalterate, mentre in altre monete consimili, non riscaldate, la rogna ha continuato a fare guasti sensibili. Un esperimento semplicissimo mette in evidenza la grande efficacia del riscaldamento, si prendino due monete o due altri oggetti qualsiasi di bronzo affetti da rogna e si procuri con un panno od una spazzola di togliere il più accuratamente possibile tutta la polvere biancoverdastra che fa efflorescenza nei punti rognosi. Poscia uno di questi oggetti si riscaldi nella sterilizzatrice per un quarto d'ora alla temperatura di 120 gradi C. e l'altro oggetto senza riscaldamento si conservi come campione. Dopo qualche settimana si osserverà, che nel bronzo riscaldato non si è formata nessuna nuova efflorescenza, mentre nel campione la formazione di nuova polvere verdastra, sarà evidente.

« Uno di noi è riuscito a guarire, se è permessa questa parola, la malattia in una statuetta di bronzo, mediante il riscaldamento a 150 gradi C. per circa 15 minuti. Possiamo aggiungere che il riscaldamento a secco nei limiti di temperatura e di tempo sopra indicati, non produce alcuna alterazione nel colore e nello splendore della patina, che gli amatori tanto ammirano nei bronzi antichi.

« Noi ci riserbiamo di continuare le nostre osservazioni ed esperienze intorno a questa singolare alterazione dei bronzi antichi, tuttavia ci è parso importante di far conoscere fino d'ora che il riscaldamento nel modo sopra indicato è un mezzo semplice e facile per arrestare i danni che la rogna produce nei bronzi ».

Fisiologia. — *Sull'influenza che le iniezioni di zucchero fatte nel sangue esercitano sopra il ricambio respiratorio* (1). Nota del dott. Vaughan Harley, presentata dal Socio A. Mosso.

« Dalle mie precedenti ricerche intorno a questo argomento risultò che lo zucchero d'uva, iniettato nel sangue circolante, si comporta in modo differente secondo che esso può venire eliminato dai reni, oppure la sua eli-

(1) Laboratorio di fisiologia della R. Università di Torino.

minazione viene impedita praticando la legatura degli ureteri. Quando i reni funzionano la più gran parte dello zucchero iniettato nelle vene dell'animale non viene secreto dai reni ma rimane nell'organismo. Se lo zuccchero iniettato raggiunge la proporzione di 5 a 6 grammi per kgr. di animale esso sparisce rapidamente, ed in capo ad 1 o 2 ore è ritornato alla quantità normale. La scomparsa non è dovuta ad eliminazione di esso per mezzo dei reni, perchè avviene anche quando gli ureteri sono legati. Ho trovato che la scomparsa non è dovuta alla sua trasformazione in glicogeno oppure ad un deposito di zucchero nei tessuti. Dopo l'iniezione di zucchero d'uva nelle vene, aumenta la freguenza respiratoria, il sangue diventa più acquoso, ed aumenta la pressione sanguigna anche dopo finita l'iniezione. La quantità di zucchero contenuto nelle orine varia colla quantità iniettata e colle condizioni dell'animale. Lo zucchero continua a secernersi colle orine lungo tempo dopo che la sua quantità nel sangue è ritornata nelle proporzioni normali, e talora continua per 24 ore dopo l'iniezione. L'animale non soffre altre perturbazioni; però se gli ureteri sono legati, oltre ai fenomeni precedenti si osservano dei crampi muscolari, ed uno stato comatoso quando la quantità si eleva a 6-8 gr. per kilg. di peso. Lo zucchero deve essersi consumato nell'organismo, perchè se dopo 6 ore si rendono pervii gli ureteri l'orina secreta non contiene zucchero. In queste condizioni era ovvio il ricercare se lo zucchero venisse bruciato in CO_2 nell'organismo e come tale eliminato dai polmoni. Queste ricerche, che ho eseguite nel laboratorio di Fisiologia di Torino, formano l'oggetto della presente Nota.

« Per determinare il ricambio respiratorio mi sono servito di un apparecchio costruito dal dott. Grandis sullo stesso principio di quello di Regnault e Reiset, il quale permette di fare le determinazioni anche sopra animali di statura media. In questo apparecchio l'CO_2 viene determinato mediante una soluzione titolata di idrato di bario, e l'ossigeno consumato viene misurato col metodo dell'analisi dei gas, la quale veniva eseguita coll'apparecchio di Petterson o Sonden. Il volume del gas era ridotto alla pressione di 760mm. di mercurio ed alla temperatura di 0°. Si evitò l'influenza dei movimenti muscolari sulla produzione di CO_2 legando gli animali sopra uno degli ordinari tavoli di operazione, e si provvide ad impedire il raffreddamento conseguente alle immobilità coprendoli con dei panni.

« Lo zucchero iniettato era chimicamente puro e veniva sciolto in proporzione del 50 °/₀ in una soluzione di Na. Cl a 0,75 °/₀. Prima d'iniettarlo nella vena giugulare, veniva riscaldato alla temperatura di 39° C. L' iniezione avveniva colla rapidità di circa due grammi di zucchero ogni minuto.

« Nel retto dell'animale si misurava ogni cinque minuti la temperatura con un termometro non a massima diviso in decimi di grado. La legatura degli ureteri veniva praticata con un' incisione fatta sul lato esterno dei me-

scoli retti dell'addome, alquanto al disopra del legamento di Poupart. In questo modo si evitavano le emorragie e le gravi lesioni degli organi addominali.

« Ho fatto procedere alle mie ricerche la determinazione del ricambio respiratorio degli animali allo stato normale, al fine di eliminare le cause d'errore, che potrebbero aversi dalla differente dieta tenuta dagli animali prima dell'esperienza, dallo stato della loro attività, e dalle differenze individuali.

« Raccolgo nella seguente tabella i risultati ottenuti, omettendo per brevità la descrizione delle singole esperienze.

	Peso dell'animale	Durata dell'esperienza in minuti	Quantità per minuto di CO_2 eliminato	Quantità per minuto di O assorbito	Quoziente respiratorio	ANNOTAZIONI
1° *a*	4.100	46 5	36.701	47.649	0.77	Prima dell'iniezione. Ureteri legati.
b		45	47.251	51.786	0.91	Prima ora dopo l'iniezione di 41 gr. di zucchero.
2° *a*	5.350	36.5	41.446	53.225	0.78	Prima dell'iniezione. Ureteri legati.
b		29	45.970	53.380	0.91	Prima ora dopo l'iniezione di 53,5 gr. di zucchero.
c		29	42.755	40.797	1.05	Terza ora dopo l'iniezione.
3° *a*	5.520	31	57.235	86 296	0.66	Prima dell'iniezione Ureteri legati.
b		33	62.141	83.726	0 74	Prima ora dopo l'iniezione di 40 gr. di zucchero.
c		40.5	50.519	68.675	0.77	Terza ora dopo l'iniezione.
d		45	46.928	60.547	0.78	Quinta ora dopo l'iniezione.
e		36.5	50.945	73.463	0.69	Settima ora dopo l'iniezione.
4° *a*	12.500	17	87.537	154.82	0.57	Prima dell'iniezione. Ureteri legati.
b		24.5	73.448	102.11	0.72	Prima ora dopo l'iniezione di 100 gr. di zucchero.
c		35.0	54.815	75.760	0.72	Terza ora dopo l'iniezione.
d		71.0	24.313	35.186	0.69	Settima ora dopo l'iniezione.
5° *a*	12.500	23.5	65.319	100.53	0.65	Prima dell'iniezione. Ureteri legati.
b		24.5	85 549	105.74	0.81	Prima ora dopo l'iniezione di 122 gr. di zucchero.
c		25	95.810	103.81	0.92	Terza ora dopo l'iniezione.
d		53.5	49.008	49.581	0.99	Sesta ora dopo l'iniezione.
e		100	29.052	27.065	1.07	Decima ora dopo l'iniezione.

« Dalla precedente tabella si vede che in tutte le esperienze l'iniezione di zucchero ebbe per effetto di aumentare considerevolmente il quoziente respiratorio, ed in alcuni casi, anzi, lo porta addirittura all'unità. In generale si vede che la massima influenza viene esercitata dalla terza ora alla quinta ora dopo avvenuta l'iniezione dello zucchero. Nella esperienza 3ª e 4ª si vede che dopo sette ore dall'iniezione è sparita completamente l'influenza dello zuccaro iniettato. La quinta esperienza si allontana da questa maniera di comportarsi, ma questa eccezione credo la si possa spiegare col fatto, che in questo animale, essendosi iniettatato una quantità di zucchero superiore a quella degli altri, si ottenne un coma profondissimo, il quale, mentre spiega la grande diminuzione nella quantità assoluta dei prodotti del ricambio, non può certamente esser stato senza influenza sulla maniera di distruzione dello zucchero iniettato.

« I risultati delle precedenti ricerche erano troppo interessanti perchè io non cercassi di escludere ogni causa d'errore, che potesse essere determinata dalle condizioni in cui si faceva l'esperimento. Volli perciò prima di tutto stabilire se l'immobilità e l'iniezione di cloruro di sodio non potessero per sè sole produrre lo stesso effetto della soluzione di zucchero; feci perciò delle esperienze di controllo iniettando semplicemente della soluzione fisiologica di cloruro di sodio. Dalle medesime risultò, che per l'azione dell'iniezione di sale di cucina il quoziente respiratorio si eleva, nella prima ora dopo l'iniezione da 0,48 a 0,64; questo aumento avviene per modificazione contemporanea di tutti i fattori, cioè diminuzione nell'assorbimento di ossigeno ed aumento nella eliminazione del CO_2. Però, a differenza di quanto avviene per l'iniezione dello zucchero, nella terza ora il quoziente respiratorio tende già a ritornare allo stato normale, e nella quinta ora è perfettamente normale; cioè, quantunque il cloruro di sodio abbia un' azione sul ricambio, questa è già sparita quando appunto più potente si manifesta l'azione dello zucchero.

« La legatura degli ureteri non esercita alcuna influenza sopra il quoziente respiratorio, il quale si mantiene normale anche dodici ore dopo praticata la legatura. Mi credo perciò autorizzato a concludere che quando viene iniettato dello zucchero nelle vene, e vengono legati gli ureteri per impedire che esso possa essere eliminato dal sangue per mezzo dei reni, aumenta l'eliminazione di acido carbonico attraverso ai polmoni; questo aumento comincia subito nella prima ora dopo l'iniezione e progredisce fino alla quinta ora, d' onde ritorna al normale cui arriva verso la settima ora.

« Parallelamente a questa ho fatta un' altra serie d'esperienze per vedere come si comporta l'organismo animale quando, ricevendo dello zucchero nelle vene, può scaricarsene attraverso ai reni. In tutti gli esperimenti seguenti furono sempre iniettati 10 grammi di zucchero per kilog. di peso dell'animale.

« I risultati sono raccolti nella seguente tabella:

	Peso dell'animale	Durata dell'esperimento	Quantità per minuto di CO_2 eliminato	Quantità per minuto di O assorbito	Quoziente respiratorio	ANNOTAZIONI
1° *a*	1.850	18.5	21.35	33.01	0.65	Prima dell'iniezione.
b		21	22.19	32.53	0.68	Nella prima ora dopo l'iniezione di 18 gr. di zucchero.
c		17	24.01	34.62	0.69	Nella 3ª ora dopo l'iniezione.
d		18	24.43	31.95	0.77	Nella 6ª ora dopo l'iniezione.
e		16	27.81	35.45	0.78	Nella 9ª ora dopo l'iniezione.
2° *a*	3.070	365	35.79	53.99	0.66	Prima dell'iniezione.
b		57	29.60	44.31	0.67	Nella 1ª ora dopo l'iniezione di 30 gr. di zucchero.
c		50	41.42	56.83	0.73	Nella 2ª ora dopo l'iniezione.
d		56	33.28	40.98	0.81	Nella 7ª ora dopo l'iniezione.
3° *a*	4.600	31	53.47	89.40	0·59	Prima dell'iniezione.
b		49	38.78	55.16	0.70	Nella 1ª ora dopo l'iniezione di 46 gr. di zucchero.
c		72	29.44	37.30	0.78	Nella 4ª ora dopo l'iniezione.

« In tutte le esperienze precedenti si nota un aumento del quoziente respiratorio dipendente dall'iniezione di zucchero nelle vene. Con un paragone attento dei risultati di questa serie d'esperienze con quelli dati degli esperimenti fatti legando gli ureteri, si vede che quando lo zucchero può essere escreto dai reni, l'aumento del quoziente respiratorio non è così marcato nelle prime tre o quattro ore, come quando lo zucchero deve rimanere nell'orga-ganismo. In quest'ultima serie d'esperimenti poi si vede che il quoziente respiratorio, invece di ritornare alle condizioni normali dopo la sesta ora dall'avvenuta iniezione, continua a crescere anche dopo 9 ore dall'iniezione. In tutte e tre questi casi l'orina conteneva dello zucchero anche dopo terminata l'osservazione, e mai si osservarono dei fenomeni nervosi.

« Siccome una molecola di zucchero contiene già ossigeno sufficiente per saturare tutto l'idrogeno presente in essa, per ossidare tutto lo zucchero in acqua ed acido carbonico, mancano per ciascun atomo di carbonio della molecola di zucchero due atomi di ossigeno. Dagli esperimenti soprariferiti si vede che l'aumento nella quantità d'ossigeno assorbito non era sufficiente ad ossidare

tutto il carbonio. Noi dobbiamo quindi credere che una certa quantità di carbonio e di idrogeno è rimasta nell'organismo, molto probabilmente per formare alcuni altri idrocarburi meno ossigenati della molecola dello zucchero ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

C. F. Parona. *La fauna fossile di Acque Fredde sulla sponda veronese del Lago di Garda.* Pres. a nome del Socio Taramelli.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 3 giugno 1893.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Alcune esperienze con oscillazioni di Hertz di piccola lunghezza d'onda.* Nota del Corrispondente Augusto Righi.

« È noto quanto riesca incomodo e difficile il ripetere le belle esperienze di Hertz, che mostrano la completa analogia fra la propagazione dei raggi di forza elettrica e quella dei raggi luminosi. Anche se la lunghezza d'onda non è che di 66 centimetri, come nella classica esperienza di Hertz, occorrono specchi, lenti e prismi di dimensioni colossali, onde far vedere la riflessione o la rifrazione delle radiazioni elettriche, e non sarebbe neppur da tentare l'esecuzione di tante esperienze analoghe ad altre dell'ottica ordinaria.

« Ho creduto quindi che convenisse cercar modo di sperimentare con lunghezze d'onda assai minori, e sono giunto a costruire dei risonatori rettilinei dotati di così breve periodo vibratorio, da rispondere in modo ben visibile a vibrazioni elettriche la cui lunghezza d'onda è di pochi centimetri, come pure i relativi oscillatori, capaci di eccitarli in modo efficace.

« Con apparecchi delle forme usuali, messi in azione da un rocchetto di Ruhmkorff, non è possibile ottenere effetti distinti, se le loro dimensioni sono tali da dare onde alquanto più corte di quelle fino ad ora ottenute; ma si riesce nell'intento se si adopera una grande macchina ad influenza al posto del rocchetto, e se si trae profitto della osservazione, molto importante dal punto di vista pratico, fatta da Sarasin e De la Rive, e cioè del-

l'aumento di effetti che si ottiene facendo scoccare la scintilla dell'oscillatore in un liquido isolante (1). Senza accennare ai tentivi e perfezionamenti successivi descriverò gli apparecchi che adopero per onde di 20 centimetri, e quelli per onde di 7,5 c.

1. *Descrizione degli oscillatori.*

« Ogni oscillatore è costituito da due sfere d'ottone *a*, *b* (fig. 1) fissate con mastice di gomma lacca in coni di vetro *m m*, *n n* (imbuti tagliati), in guisa che metà d'ogni sfera sporga al disotto del cono. I due coni sono sostenuti da due righe d'ebanite *p*, *q* che obbligherebbero le due sfere *a*, *b*, a toccarsi, se, vincendo la loro elasticità, non si scostassero di qualche millimetro con una vite d'ebanite *v*. L'imbuto inferiore *n n* è pieno d'olio di vasellina, reso poco scorrevole coll'aggiunta di vasellina (avendo già riconosciuto che questo liquido è preferibile all'olio di uliva adoperato da Sarasin e De la Rive).

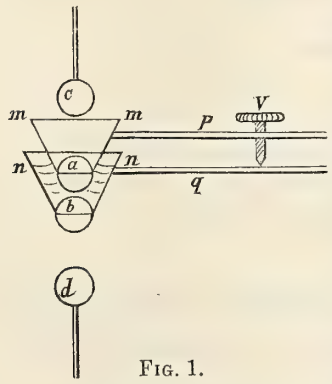


Fig. 1.

« Sopra e sotto le sfere *a* e *b* se ne trovano altre due *c*, *d* comunicanti per mezzo di aste o di fili coi conduttori d'una grande macchina di Holtz a quattro dischi, capace di dare scintille di oltre 30 centimetri, dalla quale furono tolti i soliti condensatori.

« Quando la macchina funziona si ottiene una rapida serie di scintille nei tre intervalli *c a*, *a b*, *b d*, nel primo e ultimo dei quali la scintilla si forma attraverso l'aria, e nel secondo attraverso il liquido isolante. L'oscillatore è realmente costituito dalle due sfere *a*, *b* congiunte dalla piccola scintilla che si forma nel liquido, poichè le sue oscillazioni proprie si sovrappongono a quelle che eventualmente prendono origine nell'intero sistema conduttore (2).

« Se le sfere *a* e *b* hanno 4 c. di diametro, l'oscillatore può servir bene per lunghezza d'onda di 20 centimetri. Se invece le sfere suddette hanno circa 1,36 c. di diametro, l'oscillatore eccita bene i risonatori corrispondenti a 7 centimetri e mezzo di lunghezza d'onda. È bene che le sfere *c* e *d* sieno di egual diametro delle *a* e *b*.

« L'effetto che questi oscillatori producono sui corrispondenti risonatori, dipende dalle lunghezze delle tre scintille. L'effetto migliore si ottiene quando

(1) Vedi Nota precedente in questi Rendiconti, p. 333 (30 aprile 1893).

(2) Vari oscillatori tutti eguali e messi in serie danno oscillazioni di tanto maggior lunghezza d'onda, quanto più grande è il loro numero, senza che resti rinforzata l'oscillazione propria di ciascuno.

le due scintille nell'aria sono le più lunghe possibili, purchè restino bianche e vivaci, e quando la scintilla nel liquido non oltrepassa una certa lunghezza, al di là delle quale d'altronde può accadere che si formi un'unica scintilla nell'aria fra *c* e *d*.

« Per esempio, per l'oscillatore più piccolo (lunghezza d'onda $\lambda = 7{,}5$ c.) si hanno ottimi effetti allorchè le scintille nell'aria sono lunghe 2 c. e quella nel liquido 0,2 c. circa. Del resto le distanze esplosive si regolano facilmente con brevi tentativi.

« Coll'uso prolungato, il liquido si scompone ed annerisce e lascia deporre uno strato nero sulle palline *a b* e sugl'imbuti. Goccioline liquide sono spesso proiettate all'intorno, e giungono a bagnare le parti metalliche fra le quali si formano le due scintille nell'aria. Ad onta di tutto ciò, l'oscillatore non diminuisce affatto di efficacia, e lo si può adoperare per molte e molte ore senza interruzione, ciò che costituisce un vantaggio pratico grandissimo.

2. *Descrizione dei risonatori.*

« Si può osservare la scintilla in risonatori circolari; ma quelli di forma rettilinea sono di gran lunga più sensibili. Anzichè formarli con due fili metallici posti in linea retta e con un intervallo d'aria piccolissimo regolabile con vite micrometrica, ho trovato assai più vantaggioso il formarli con una striscia di specchio, nell'argentatura del quale si è praticata una interruzione per la scintilla. È noto infatti, come a parità di potenziali sieno più lunghe e più brillanti le scintille che si formano alla superficie d'un vetro, che quelle che si formano nell'aria. Nei miei risonatori le scintillette sono abbastanza vive perchè possano essere viste nell'oscurità anche ad un metro o due di distanza. È bensì vero che con risonatori così fatti non si può variare a piacere l'intervallo a scintilla, ma è tanto facile e rapida la loro costruzione che si può averne sempre pronta una buona provvista, onde cambiarli non appena che, in causa della corrosione dell'argento, la loro distanza esplosiva è divenuta troppo grande, e la loro sensibilità è perciò divenuta troppo piccola [1].

« Per costruirli procedo così. Prendo uno specchio argentato del commercio *a b c d*, (fig. 2) e collo scalpello metto a nudo il vetro nel rettangolo *e f c d*, tale, che l'altezza *a e* della parte dello specchio rispettata, sia eguale alla lunghezza che devono avere i risonatori. Ciò fatto levo la vernice che copre

[1] Accade spesso che un risonatore nuovo non mostra scintilla che dopo averlo messo per un istante assai vicino all'oscillatore, o anche averlo messo colla sua estremità direttamente in contatto con uno dei conduttori della macchina. Inoltre, se si fa lentamente diminuire l'intensità della oscillazione che giunge ad un risonatore, per esempio allontanandolo gradatamente dall'oscillatore, esso seguita a dare scintille anche con valori di quell'intensità pei quali direttamente non s'illumina.

l'argento rimasto in *a e f b*, per mezzo della immersione in alcool assoluto bollente, oppure in essenza di trementina bollente (secondo la natura della vernice). Ciò fatto procedo alla parte più delicata del lavoro, la quale consiste nel tracciare col diamante una interruzione nel velo d'argento, secondo una retta *m n* parallela ad *a b* ed a metà distanza fra *a b* ed *e f*. Bisogna far uso di uno di quei diamanti che si adoperano nelle macchine a dividere, fissato all'estremità di una piccola leva, scegliere a tentativi la sua migliore posizione, far sì che appoggi appena col proprio peso sulla lastra, ed infine far scorrere quest'ultima con moto uniforme, e reso rettilineo da apposite guide.

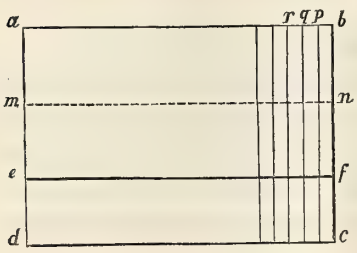


Fig. 2.

« Il taglio fatto dal diamante nell'argento deve essere ad orli nettissimi e rettilinei. La sua larghezza misurata al microscopio, fu sempre di 1 a 2 millesimi di millimetro.

« Un taglio più largo fa perdere in sensibilità, ma molte delle esperienze con onde di 20 c. possono riuscire anche con risonatori nei quali l'argento fu tagliato con lama di temperino.

« Non resta che tagliare secondo le *p*, *q*, *r* etc. e coll'ordinario diamante la lastra *a b c d* in tante striscie di egual larghezza, per averne altrettanti risonatori. La parte inferiore di vetro nudo servirà per reggerli colla mano o fissarli a sostegni.

« Per l'oscillatore più grande rispondono bene risonatori lunghi (da una estremità all'altra dell'argento) 11,5 c. e larghi 0,6 c.; la loro lunghezza di onda è 20 c. Per l'oscillatore più piccolo i risonatori sono lunghi 3,9 c. e larghi 0,2 c. e corrispondono alla lunghezza d'onda di 7,5 c.

« I risonatori possono adoperarsi da soli, o munendoli di riflettore parabolico. Lo stesso si dica per l'oscillatore.

« Senza riflettori e cogli apparecchi per le onde di 20 c. si vede la scintilla nel risonatore anche se dista quasi 3 metri dall'oscillatore. Coi due riflettori, che hanno 5 c. di distanza focale, e sono alti 50 c. e larghi 40 c. la scintilla al risonatore è ancora ben visibile a 25 metri. Cogli apparecchi piccoli ($\lambda = 7,5$ c.) la scintilla cessa di essere visibile a meno di un metro di distanza fra oscillatore e risonatore; ma cogli specchi parabolici essa è visibile a sei metri e più.

« Il riflettore parabolico che adopero per questo piccolo oscillatore ha circa 5,7 c. di distanza focale, 40 c. di altezza e 32 c. di larghezza.

« Per il risonatore ne adopero in generale uno assai più piccolo di circa 1,9 c. di distanza focale, alto 23 c. e largo 17 c. (la fig. 3 rappresenta una sezione orizzontale). Esso è forato nel centro *o*, ed è connesso ad un tubo

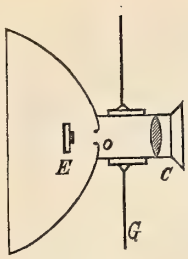


Fig. 3.

orizzontale munito di un oculare C, e che può girare intorno al proprio asse. Un cerchio graduato G può misurare l'inclinazione che si dà alle generatrici del riflettore rispetto alla verticale. L'oculare C serve ad osservare la piccola scintilla che si forma nel risonatore, il quale è fissato con due anellini elastici contro la faccia rivolta verso lo specchio di una riga d'ebanite E. Questa disposizione data al risonatore rende possibili delle misure approssimative, come si vedrà in seguito.

3. *Esperienze di riflessione e rifrazione.*

« Le esperienze per dimostrare l'interferenza fra onde dirette e onde riflesse da una lastra conduttrice piana, riesce benissimo, anche se il riflettore ha piccole dimensioni, p. es. nel caso di $\lambda = 7{,}5$ c. la lastra riflettente può essere di un decimetro quadrato. I primi nodi e ventri, partendo dalla lastra, chiaramente appariscono muovendo un risonatore tenuto a mano lungo la linea di propagazione. La mano distesa dà effetto simile a quello della lastra.

« L'esperienza si può fare anche mettendo lastra riflettente e risonatore entro un liquido isolante, con che si può valutare direttamente la lunghezza d'onda nel liquido stesso. Coll'olio d'ulivo la lunghezza d'onda fu circa i tre quarti di quella nell'aria.

« Una semplice listerella metallica od anche un filo verticale, posto dopo il risonatore a $\frac{\lambda}{4}$ di distanza da questo, rende assai più vigorosa la scintilla del risonatore stesso. Si può profittare di questo aumento di sensibilità che produce una listerella parallela al risonatore quando la natura della ricerca non permetta di applicare al medesimo un riflettore parabolico.

« La riflessione obliqua sopra una lastra metallica si ottiene in modo evidentissimo, anche con grandi distanze, se oscillatore e risonatore sono muniti di riflettore.

« Cogli istrumenti adatti alle onde di $\lambda = 7{,}5$ c. riesce bene l'esperienza di riflessione anche con specchi aventi forma di superficie di rivoluzione, e precisamente coi due specchi coniugati, che trovansi in ogni gabinetto e che sono destinati a mostrare la riflessione del suono o del calor raggiante. L'oscillatore si pone nel fuoco di uno degli specchi, i quali nel caso mio hanno 44 c. di diametro, e 18,6 c. di distanza focale, ed il risonatore nel fuoco dell'altro, posto di fronte al primo a circa 4 metri di distanza.

« Per la rifrazione, tanto l'oscillatore che il risonatore sono muniti del loro specchio parabolico, e fra essi è collocato un diaframma metallico, munito di una apertura, la quale, nel caso di $\lambda = 7{,}5$, può ridursi ad essere un cerchio di 8 c. di diametro, senza che cessi di vedersi la scintilla nel ri-

sonatore. Però per l'esperienza attuale la detta apertura è rettangolare, alta 17 c. e larga 7 c. Un prisma di paraffina con angolo rifrangente di 30°, applicato contro l'apertura, della quale ha circa la stessa altezza, devìa il fascio trasmesso, tanto che per raccoglierlo sul risonatore bisogna spostare alquanto quest'ultimo verso la base del prisma. Dietro misure approssimate degli angoli, la paraffina avrebbe 1,6 per indice di rifrazione.

« Con un prisma di paraffina la cui sezione è un triangolo rettangolo, posto verticalmente contro l'apertura del diaframma, e con una delle faccie dell'angolo retto (che sono di 12 c. per 18 c.) normale al fascio emesso dall'oscillatore, si ottiene nel modo più evidente l'effetto della riflessione totale che avviene sulla faccia ipotenusa del prisma, dirigendo a questo scopo l'asse del risonatore verso la seconda faccia dell'angolo diedro retto. Se mentre nel risonatore si guarda la scintilla eccitata dalle radiazioni riflesse, si accosta alla faccia ipotenusa del prisma la faccia ipotenusa di un altro prisma di paraffina eguale al primo, la scintilla scema d'intensità non appena la distanza fra le due faccie accostate è di 18 a 20 mm. cioè circa eguale a $\frac{\lambda}{4}$. Più diminuisce quella distanza e più la scintilla diminuisce di splendore, tanto da sparire affatto prima che i due prismi giungano in contatto e formino un parallelepipedo. Perchè dunque cessi la riflessione totale non è necessaria la continuità ottica fra i prismi; ma l'effetto comincia a prodursi dal momento in cui lo stato d'aria interposto è grosso meno di un quarto d'onda. Ciò prova che ai fenomeni di riflessione e di rifrazione nella superficie di separazione fra due sostanze diverse prende parte uno spessore di esse che è per lo meno di un quarto d'onda, ed è nota una simile supposizione fatta da Fresnel (1).

« Se il risonatore si lascia nella direzione delle vibrazioni incidenti, nel momento in cui si colloca il primo prisma, sparisce la scintilla (specialmente se il prisma è alquanto più largo dell'apertura del diaframma). Mettendo in posto il secondo prisma e avvicinandolo al primo, ricompaiono le scintille non appena le due faccie ipotenuse distano meno di $\frac{\lambda}{4}$.

« Con un risonatore senza specchio, ed una lente cilindrica piano-convessa di paraffina posta contro l'apertura del diaframma, si riconosce perfettamente la convergenza del fascio rifratto. Benchè avessi cercato di costruire la lente ben aplanetica, dando alla faccia convessa la forma iperbolica, con eccentricità eguale all'indice di rifrazione trovato prima, il risultato fu meno soddisfacente che nel caso delle altre esperienze. Notai infatti le stesse particolarità ed irregolarità già osservate da Lodge e Howard (2) nella analoga esperienza fatta in grande scala.

(1) Billet, *Optique physique*, v. I, p. 120.
(2) Phil. Mag. 1889, pag. 48.

« Come si vede, tutte le note esperienze sulla propagazione dei raggi di forza elettrica ed altre non ancora tentate (come quella della riflessione totale o della riflessione su specchi in forma di superficie di rivoluzione), possono, coi miei strumenti, essere eseguite in piccola scala e colla massima comodità. Lo stesso dicasi delle esperienze di polarizzazione, coi reticoli di fili ecc., sulle quali è inutile insistere. Molte delle esperienze seguenti, per quanto credo interamente nuove, non sarebbero forse neppur da tentare con grandi lunghezze d'onda.

4. *Esperienze d'interferenza e di diffrazione.*

« Per queste esperienze ho impiegato il più delle volte l'oscillatore ed i risonatori che danno $\lambda = 20$ c.

« L'interferenza delle radiazioni riflesse da due lastre metalliche formanti un angolo ottuso (esperienza analoga a quella degli specchi di Fresnel) fu già ottenuta da Boltzman [1].

« Se l'oscillatore (senza riflettore) si colloca presso una grande lastra di zinco, si riconosce benissimo, con un risonatore (anch'esso senza riflettore) tenuto a mano, l'esistenza dei nodi e ventri dovuti all'interferenza fra le onde dirette e quelle riflesse obbliquamente dalla lastra, muovendolo anche alquanto lontano dalla perpendicolare abbassata dal centro dell'oscillatore sul piano riflettente. Questa esperienza è analoga a quella dell'interferenza ottica con un solo specchio fatta da Fresnel.

« Per le esperienze di diffrazione ho teso sopra una grande tavola A B (fig. 4) un foglio di carta, e su questo ho fatto il disegno che suol adoperarsi per spiegare in modo elementare i fenomeni di diffrazione. Col centro in un punto *o* ho descritto un arco di cerchio DD′, avente 70 c. di raggio, poi con centro in un punto R che dista circa 110 c. da *o* ho descritto gli archi AA′, BB′, CC′, i cui raggi sono RP + 10 c., RP + 20 c., RP + 30 c. Siccome in queste esperienze si aveva $\lambda = 20$ c., l'arco DD′ è rimasto così *graduato* rispetto al punto R. P è allora il polo dell'onda DD′, PA, AB, AC, ecc. sono gli archi elementari dell'onda stessa, le cui estremità hanno distanze dal punto R che diversificano successivamente di $\frac{\lambda}{2}$.

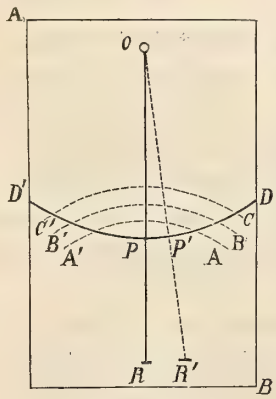


Fig. 4.

Le porzioni dell'onda cilindrica limitate dalle verticali passanti pei punti P, A, B, . . . sono dunque le *zone elementari* dell'onda stessa, rispetto alla verticale passante per R.

[1] Wied., Ann. XL pag. 399 (1890).

« Sopra *o* verticalmente e ad un'altezza di 30 c. è collocato l'oscillatore; sopra R il risonatore, ad altezza eguale. Il risonatore R dà scintilla. Mettendo sopra AB ed A′B′ due striscie metalliche verticali alte circa 60 c. la scintilla in R diviene assai più viva. Questa esperienza è analoga a quella di Fresnel, colla quale ottenne aumento d'illuminazione sopprimendo le seconde zone elementari dell'onda (1). L'aggiungere diaframmi su CD e C′D′ od anche su BC e B′C′, non fa variare sensibilmente il risultato, il chè si spiega colla circostanza che l'efficacia delle zone successive scema rapidamente.

« Se si pongono due lastre verticali sopra BD e sopra B′D′, la scintilla in R diviene assai debole o sparisce affatto. Questa esperienza corrisponde a quella ottica dell'oscurità prodotta con una fenditura diffrangente che lasci libero un numero pari di zone da ciascun lato del polo.

« Se senza muovere i diaframmi metallici collocati in BD e B′D′ si sposta lateralmente il risonatore sino in un punto R′ (cui corrisponde il polo P′) tale che sia OR′ = OR e BP′ = AP, la scintilla del risonatore diviene nuovamente assai viva. Questo effetto corrisponde alle frangie luminose che stanno ai lati della frangia oscura centrale.

« Un diaframma metallico posto sopra BD fa diminuire la scintilla in R. Uno posto sopra AD la fa aumentare. Ciò corrisponde ad alcuni dei fenomeni di diffrazione prodotti dall'orlo di un corpo opaco.

« Queste esperienze mostrano che il principio di Huyghens si può applicare alla propagazione delle onde elettriche.

5. *Azione reciproca fra più risonatori.*

« Esponendo più di un risonatore alle radiazioni emesse dall'oscillatore, munito o no di riflettore, ho osservato che in certi casi un risonatore si spegne per la presenza d'un altro, ed in altri invece mostra scintille più vive. Per brevità dell'esposizione comincerò col dare una spiegazione verosimile dei fatti, e così questi potranno essere descritti dopo colla massima concisione.

« Un risonatore nel quale le radiazioni che lo investono fanno nascere delle oscillazioni, deve alla sua volta considerarsi come un oscillatore che produce radiazioni elettriche di egual periodo.

« Però la fase delle vibrazioni proprie del risonatore sarà differente da quella delle vibrazioni incidenti, e vi è motivo di credere che la differenza di fase sia di mezz'onda. Almeno, fra le ipotesi possibili, questa è quella che sembra corrispondere meglio ai fatti osservati. Si noti però che questi, per l'indole loro, si prestano male a misure molto esatte.

« Che un risonatore in azione sia sorgente di ondulazioni capaci di eccitare altri risonatori, si può mostrare in varie maniere, per esempio acco-

(1) Billet, *Traité d'Optique physique*, t. I, pag. 104.

stando ad un risonatore verticale un altro tenuto orizzontalmente e perpendicolare alla direzione nella quale si propaga la radiazione elettrica. Se l'estremità del risonatore orizzontale è all'altezza di una delle estremità di quello verticale, veggonsi scintille anche nell'interruzione del primo, le quali evidentemente non si possono attribuire ad azione diretta dell'oscillatore.

« Ciò premesso, ecco i fenomeni osservati.

« Si abbiano due risonatori R, R′, (fig. 5), posti in linea retta coll'oscillatore O. Il risonatore R′ dà sempre scintille più deboli quando è presente R che quando questo risonatore è tolto. Infatti in R′ interferiscono le radiazioni provenienti da O e quelle provenienti da R, fra le quali esiste la differenza di fase $\frac{\lambda}{2}$, qualunque sia la distanza RR′.

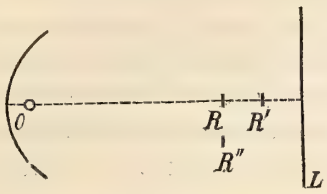


Fig. 5.

« Il risonatore R dà invece scintille più vivaci quando R′ è presente, se $RR' = \frac{\lambda}{4}$ (nel caso mio RR′ = 5 c. perchè in queste esperienze ho adoperati gli strumenti che danno 20 c. di lunghezza d'onda). Ecco come ciò accade. Al ritardo di $\frac{\lambda}{2}$ che hanno le vibrazioni emesse da R′, si aggiunge il ritardo di un altra $\frac{\lambda}{2}$ in causa della distanza RR′, percorsa in più dalle vibrazioni che vanno da O ad R′, ed un altra volta da quelle che vanno da R′ ad R.

« Se i due risonatori sono nel piano dell'onda, come R ed R″, essi si rinforzano a vicenda, se distano fra loro di $\frac{\lambda}{2}$, giacchè le fasi delle oscillazioni che giungono ad un risonatore, e che provengono dall'altro risonatore e dall'oscillatore, divengono evidentemente eguali. Accostando fra loro R ed R″ le scintille scemano e spesso finiscono collo sparire. Naturalmente se, come può accadere, i due risonatori non hanno egual sensibilità, il meno sensibile si spegne prima dell'altro.

« Se davanti ad una lastra metallica L e a distanza $\frac{\lambda}{2}$ si pone un risonatore R, questo non mostra scintilla, per una ragione ovvia; ma la scintilla ricompare in R, aggiungendo R′ a metà distanza, ecc.

« Passerò sotto silenzio altre analoghe esperienze che si possono fare con due o più risonatori, giacchè colla spiegazione premessa sono facili a prevedersi. Ma è interessante il caso in cui i due risonatori non abbiano egual periodo di oscillazione, giacchè è a prevedersi che la loro azione reciproca divenga più debole o nulla. Se per esempio due risonatori sono in R

ed R′, e se la differenza di periodo è abbastanza rilevante (uno sia lungo 11,5 c. e l'altro 19 c.), si osserva che R non fa più diminuire le scintille di R′, specialmente poi se R è quello dei due che ha minor periodo oscillatorio. Parecchi risonatori R, R″, invece d'uno danno analogo effetto [1].

6. *Fenomeni prodotti da masse dielettriche.*

« Nel corso delle esperienze già descritte ho avuto campo di osservare, non solo che dei parallelepipedi o dei cilindri di legno, di paraffina ecc., posti presso gli apparecchi in azione, modificano le scintille del risonatore, il chè ben si comprende in molti casi, ma che in particolare certi coibenti posti in linea retta fra l'oscillatore ed il risonatore, possono aumentare grandemente le scintille di questo, mentre altri in eguali circostanze le fanno scemare o sparire.

« Se a partire da questa posizione si sposta il coibente in una direzione perpendicolare a quella della propagazione, si giunge presto ad una posizione nella quale esso agisce in senso opposto, ove cioè colla sua presenza determina un affievolimento od anche il cessare delle scintille nel risonatore, se prima produceva aumento, e viceversa.

« Se il coibente ha forma di grossa lastra posta perpendicolarmente alla direzione in cui si propaga la radiazione elettrica, la sua azione è ben manifesta, se copre solo una parte dell'onda che giunge su di essa, ed è azione di aumento o di diminuzione della scintilla a seconda della parte dell'onda che la tocca; ma l'azione stessa sparisce affatto o quasi, se la lastra è tanto larga in ogni direzione, da coprire l'onda intera.

« Quest'ultima osservazione addita la via da seguire per trovare le particolarità caratteristiche del fenomeno. Bisogna cioè far occupare dal coibente diverse posizioni sulle zone elementari nelle quali, come nel caso della diffrazione, può supporsi divisa l'onda che arriva al coibente.

« Le esperienze sono state fatte cogli apparecchi piccoli ($\lambda = 7{,}5$ c.). Sia O (fig. 6) l'oscillatore munito di specchio parabolico, R il risonatore, dietro al quale ed alla distanza $\frac{\lambda}{4}$ stà una listerella verticale di zinco L,

[1] Parmi che si possano con ciò spiegare le ingegnose esperienze del sig. Garbasso (Atti della R. Acc. di Torino, 19 marzo 1893), le quali secondo il loro autore dimostrerebbero che non è attendibile la bella spiegazione proposta da Poincaré e Bjerknes per la così detta risonanza multipla, e che invece questo fenomeno deve ascriversi alla produzione simultanea di diversi periodi vibratori nell'oscillatore. È naturale, infatti, che il reticolo di risonatori, eguali fra loro, che in quelle esperienze è posto fra l'oscillatore ed il risonatore, spenga le vibrazioni di questo, se vi è accordo di periodo vibratorio, e non quando l'accordo manca, giacchè nel primo caso le onde emesse dal reticolo interferiscono sull'ultimo risonatore con quelle che arrivano direttamente dall'oscillatore. Le dette esperienze non infirmano dunque affatto la spiegazione di Bjerknes.

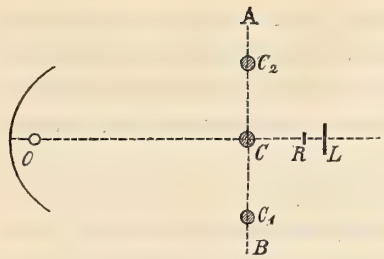


Fig. 6

onde aumentarne la sensibilità (vedi § 3). Lungo una retta A B perpendicolare alla direzione di propagazione si può spostare un cilindro verticale C di 4 c. di diametro, che supporremo dapprima essere di vetro (bastone di antico vetro verde).

« Se il cilindro è posto in C sulla retta O R, esso produce un evidente indebolimento della scintilla; spostandolo lungo A B si trovano due posizioni C_1, C_2 nelle quali la scintilla del risonatore R è più vivace che in assenza del cilindro.

« Misurate molte volte le distanze C R e C_1 C_2 ho trovato che $C_1 R = C_2 R = C R + \frac{\lambda}{2}$. Si può dunque dire che il cilindro di vetro si comporta come farebbe un risonatore accordato con R, giacchè siccome per la presenza del riflettore applicato all'oscillatore si può ammettere che l'onda che arriva in C, sia piana, un risonatore posto in C_1 è eccitato colla stessa fase come se fosse in C, e perciò le oscillazioni provenienti da O e da C_1 hanno in R fase uguale, mentre che le fasi diversificano di $\frac{\lambda}{2}$ se il cilindro è in C anzichè in C_1.

« Un cilindro di solfo si comporta come quello di vetro, e così pure, quantunque debolmente, uno di gomma lacca. Un tubo d'ottone produce un fenomeno analogo. È chiaro poi che, supposta graduata l'onda A B rispetto ad R, si otterrà un effetto analogo a quello che dà il cilindro in C, con lastre che occupino le prime zone elementari, ed un effetto analogo a quello che dà il cilindro in C_1 o C_2, con lastre che occupino le seconde zone elementari.

« Supponiamo in secondo luogo che il cilindro verticale sia di paraffina o di ebanite od anche d'olio d'ulivo contenuto in un tubo di vetro a sottili pareti. Se il cilindro è in C, si osserva un notevole aumento della scintilla nel risonatore R. Spostandolo lungo A B si trova ben tosto da ogni parte di C una posizione in cui la scintilla in R resta affievolita o spenta affatto.

« Le posizioni del cilindro in cui questo accade non sono C_1 e C_2 ma più vicine a C. Però, se si toglie il cilindro e lungo la retta A B si fanno scorrere due grandi lastre di paraffina (grosse 2 c.) poste nello stesso piano verticale e con un intervallo fra esse largo 6 c., si riconosce che l'intervallo d'aria si comporta come si comportava prima il cilindro di vetro. E cioè, se l'intervallo fra le lastre è in C, si nota un indebolimento della scintilla, mentre che se è in C_1 o in C_2, si osserva un aumento di vivacità nella scintilla stessa.

« Per coordinare questi fatti si potrebbe invocare l'analogia di comportamento fra il cilindro di vetro ed un risonatore accordato con R, e dire

che nei mezzi coibenti si destano oscillazioni di periodo eguale a quello delle vibrazioni emesse dall'oscillatore e con differenza di fase di mezz' onda, e che l'intensità di tali oscillazioni è maggiore nel vetro e nello solfo che nell'aria, ed in questa maggiore ancora che nella paraffina o nell'ebanite. Ma, in causa del ritardo di $\frac{\lambda}{2}$ di queste oscillazioni su quelle incidenti, ciò equivale evidentemente all'ammettere una semplice diminuzione d'ampiezza delle oscillazioni, ossia un assorbimento, diverso nei vari coibenti adoperati, e per esempio maggiore nel vetro che nell'aria. Siccome poi in virtù del principio d'Huyghens l'effetto sul risonatore risulta dal comporre insieme le onde emanate dai vari punti dell'onda AB, così i fenomeni constatati altro non sarebbero che fenomeni di diffrazione, nei quali il vetro rispetto all'aria o l'aria rispetto alla paraffina, producono una azione dello stesso genere di quella di un metallo. Il fenomeno ottico corrispondente consisterebbe nella diffrazione con diaframmi non opachi, ma solo di trasparenza diversa da quella dell'aria.

« Nello stesso modo che un grande diaframma metallico posto in AB spegne affatto le oscillazioni in R, così una grande lastra di vetro ivi posta deve indebolirle, mostrando così una specie di *assorbimento* delle radiazioni. Una lastra di paraffina dovrebbe produrre invece un aumento di effetto, giacchè sostituisce uno strato d'aria che rispetto ad essa si comporta come il vetro rispetto all'aria.

« Senza entrare in considerazioni teoriche riguardanti questo assorbimento, in relazione alle costanti elettriche delle diverse sostanze, passo alle ultime esperienze che devo ancora descrivere, le quali confermano in parte le previsioni.

7. *Trasmissione delle radiazioni elettriche attraverso vari corpi.*

« Anche per queste esperienze ho impiegato le ondulazioni aventi 7,5 c. di lunghezza d'onda. Fra l'oscillatore ed il risonatore, entrambi miniti di riflettore parabolico, e lontani fra loro meno d'un metro, è posto un diaframma metallico verticale munito d'un' apertura centrale di forma qualunque, e di dimensioni appropriate a quelle dei corpi da studiare.

« Comincio col far girare il risonatore (che è bene sia nuovo per ogni coppia di misura) insieme al suo riflettore (vedi fig. 3) intorno all'asse orizzontale, finchè la scintilla, che intanto si osserva coll'oculare, sta per spegnersi, e leggo la rotazione α così compiuta. Poi metto contro l'apertura del diaframma la lastra da studiare e ripeto l'operazione, cioè misuro l'angolo β del quale deve girarsi il risonatore perchè la scintilla stia ancora per spegnersi. È chiaro che $\frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$ sarà il rapporto fra le ampiezze delle oscillazioni che nei due casi arrivano al risonatore.

« Questa misura non è suscettibile di molta precisione, come ben si comprende. Quando si aumenta l'inclinazione del risonatore, le scintille, che prima apparivano come una fila di brillanti stellette, divengono più rare e finiscono col mostrarsi ad intervalli irregolari di più in più lunghi. Bisogna contentarsi dunque di far in modo che colle due rotazioni α e β il risonatore mostri nei due casi press' a poco un egual numero di scintille in tempi eguali. Per cui se dò quì dei risultati numerici, è solo allo scopo di far vedere quali sono i corpi che producono le più notevoli variazioni nell'ampiezza delle oscillazioni elettriche che li attraversano.

Ebanite. Due piastre grosse in tutto 4 c., non danno effetto sensibile, o se mai sembra che colla loro interposizione cresca qualche poco la vivacità delle scintille (cioè sembra essere $\beta > \alpha$).

Paraffina. Si comporta come l'ebanite. Anzi un parallelepipedo grosso 17 c. nel senso della propagazione dà un sensibile aumento di scintilla nel risonatore.

Salgemma. Una larga piastra grossa circa 5 c. non molto limpida non indebolisce sensibilmente la scintilla nel risonatore.

Solfo fuso, grosso 2,5 c. La vibrazione nel risonatore è indebolita nel rapporto 0,9

Mica grossa 0,17 c. 0,9

Vetro da specchi grosso 0,8 c. 0,63

Una pila di lastre di *vetro* da fotografia, formanti complessivamente 2 c. di spessore 0,9

Gomma lacca di 1,5 di grossezza 0,8

Porcellana grossa 0,5 c. 0,7

Abete, tavoletta grossa 1 c. 0,8

Marmo in lastra grossa 2 c. 0,6

Selenite grossa 1 c. 0,56

Quarzo, disco normale all'asse, grosso 0,8 c. 0,6

Strato di 1 c. d'*olio d'uliva* in vaschetta d'ebanite 0,77

" " " di *benzina* " " " 0,93

" " " " *solfuro di carbonio* " " 0,96

« È degno di nota il comportamento di alcuni di questi corpi. Il salgemma e l'ebanite si mostrano permeabilissimi alle radiazioni di Hertz, mentre il cristallo da specchi produce un notevole indebolimento delle radiazioni trasmesse. Ora è noto che questi corpi si comportano in modo simile anche di fronte alle radiazioni calorifiche di maggior lunghezza d'onda ».

Chimica. — *Sulle proprietà basiche dei pirroli.* Nota del Corrispondente Giacomo Ciamician e di C. U. Zanetti.

« Le proprietà basiche del pirrolo e dei suoi derivati sono state recentemente oggetto di discussione (1), perchè la poca tendenza di questi corpi a combinarsi con gli acidi, ha servito di punto di partenza ad una ipotesi secondo la quale nel pirrolo e nei composti ad esso affini, l'atomo d'azoto imminico sarebbe impegnato per cinque valenze.

« Prima di sottoporre ad un severo esame l'opportunità di tale ipotesi abbiamo creduto necessario determinare sperimentalmente se ed in quali condizioni i derivati del pirrolo sono in grado di formare composti salini con gli acidi.

« Si sa che i pirroli in genere vengono trasformati dagli acidi inorganici energici in prodotti resinosi, i quali sono con ogni probabilità dei polimeri molto complessi. La tendenza a polimerizzarsi è comune a tutti i derivati del grande gruppo furanico senza essere però una peculiare proprietà di questi corpi, perchè è noto come molti composti non saturi appartenenti ad altri gruppi di materie organiche la possiedano ugualmente. Facendo agire sui pirroli l'acido cloridrico con le debite cautele, p. es. in soluzione di etere assoluto, Dennstedt ha potuto dimostrare rigorosamente la produzione di composti polimeri, ottenendo i *cloridrati del tripirrolo*, del *diisopropildipirrolo* e di altri ancora

$$(C_4 H_5 N)_3 . HCl \qquad (C_7 H_{11} N)_2 . HCl ,$$

i quali composti segnano, per così dire, un primo stadio di polimerizzazione, che conduce in fine alle resine del rosso di pirrolo.

« Per arrivare alla soluzione del nostro quesito ci sembrò prima di tutto necessario evitare quei derivati del pirrolo, che vengono facilmente resinificati dagli acidi e che hanno tendenza a trasformarsi in polimeri. Abbiamo scelto perciò *i pirrilmetilchetoni*, in cui i gruppi acetilici danno al nucleo pirrolico stabilità e resistenza agli acidi.

« Il nostro compito ci venne agevolato da una interessante osservazione del prof. Magnanini. Studiando l'azione dell'ammoniaca su quell'acido, che si forma dal levulinico per trattamento con anidride acetica, egli scoprì un nuovo derivato del pirrolo, a cui, in seguito a recenti esperienze (2), attribuisce a ragione la struttura dell'*αα'-dimetil-β-acetilpirrolo* :

$$C_4 H(COCH_3) (CH_3)_2 NH .$$

(1) Vedi Bamberger, Berichte, 24, 1758; Ciamician, Ibid. 24, 2122; Bamberger L. Annalen, 273, 373.

(2) Questi Rendiconti, serie 5ª, II, (1 semestre), pag. 273.

Questo pirrolo dà un *cloridrato* ben cristallizzato della formola:

$$C_4 H(COCH_3)(CH_3)_2 NH . HCl$$

poco solubile nell'acqua, il quale, sebbene venga da un eccesso di questa scisso per idrolisi, dà in soluzione cloridrica un *cloroaurato cristallino.*

« In seguito a questa osservazione abbiamo tentato di salificare alcuni altri acetilpirroli e ci siamo completamente riusciti. La descrizione della parte sperimentale che si riferisce alla preparazione ed alle analisi di questi sali si trova in altra Nota; qui riporteremo soltanto le formole dei *cloroaurati* che si poterono sottoporre ad analisi:

Cloroaurato dell'αα'-dimetil-ββ'-diacetilpirrolo:

$$C_4 (COCH_3)_2 (CH_3)_2 NH . HAu Cl_4$$

Cloroaurato dell'αβ'-dimetil-α'β-diacetilpirrolo:

$$C_{10} H_{13} NO_2 . HAu Cl_4$$ (1)

Cloroaurato dell'αβ'-dimetil-α-acetilpirrolo:

$$C_4 (COCH_3) H (CH_3)_2 NH . HAu Cl_4$$

Cloroaurato di omoacetilpirrolo:

$$C_4 H_2 (COCH_3)(CH_3) NH . HAu Cl_4 .$$

Tra gli acetilpirroli merita speciale menzione il primo, preparato da uno di noi (Z.) (2) del tetraacetiletane, perchè dotato di proprietà insolite nei derivati pirrolici. Stabile al grado di sciogliersi senza alterazione profonda negli acidi cloridrico e bromidrico fumanti esso dà un cloridrato facilmente solubile nell'acqua. Svaporando nel vuoto la soluzione cloridrica, questo sale rimane indietro in forma di aghi, privi di colore, deliquescenti, la di cui soluzione trattata con molt'acqua rigenera l'acetilpirrolo. La soluzione cloridrica anche diluita di esso, dà con cloruro d'oro un precipitato cristallino del cloroaurato. Nell'αα'-dimetil-ββ'-diacetilpirrolo si ha una base la di cui azione alcalina è maggiore di quella della difenilammina.

« Gli acetilpirroli non metilati sono basi più deboli; il diacetilpirrolo ordinario dà un cloroaurato soltanto in soluzione di acido cloridrico fumante ed è così facilmente dissociabile che non fu possibile analizzarlo con buon frutto.

« Questi resultati ci indussero a fare dei tentativi di salificazione anche coi pirroli meno resistenti: cioè col pirrolo stesso e con i suoi omologhi. Sperimentammo il *pirrolo*, l'*n-etilpirrolo*, l'*α-metilpirrolo* e l'*αα'-dimetilpirrolo.* Naturalmente bisognava cercare possibilmente di impedire l'azione polimerizzante dell'acido cloridrico ed a questo scopo tutte le esperienze, che qui descriveremo, vennero fatte nel miscuglio frigorifero ordinario, cioè alla temperatura di 18°-20° sotto lo zero. A questa temperatura l'acido cloridrico

(1) Vedi Zanetti, questi Rendiconti, 5ª serie, II (1 semestre), pag. 325.

(2) Zanetti, *Sul tetraacetiletane simmetrico.* Vedi il prossimo Rendiconto.

scioglie i pirroli senza apparente alterazione. Tutti i pirroli sperimentati si sciolgono abbastanza facilmente nell'acido al 10 °/₀ ad eccezione dell'n-etil-pirrolo pel quale è necessario impiegare un acido più concentrato. Queste soluzioni hanno coi reattivi generali degli alcaloidi un comportamento normale, si ottengono cioè dei precipitati, che in alcuni casi sono cristallini e stabili ed hanno una ben determinata composizione.

Pirrolo.

« La soluzione, perfettamente limpida è priva di colore in acido cloridrico al 10 °/₀ si comporta nel modo seguente:

« Essa dà

coll'*acido fosfotungstico*: un precipitato bianco;

coll'*acido fosfomolibdico*: un precipitato giallo, che tosto per riduzione si fa azzurro;

col *prussiato giallo*: un precipitato bianco e cristallino, su cui ritorniamo più avanti, della formola $(C_4H_5N)_4.H_4\ Fe\ C_6N_6$;

col *prussiato rosso*: un precipitato quasi nero, verdastro con riflessi metallici;

col *joduro mercurico potassico*: un precipitato bianco, che lentamente ingiallisce;

col *joduro cadmico potassico*: un precipitato bianco, solubile nell'eccesso del reattivo;

col *joduro di bismuto e potassio*: un precipitato rosso ranciato resinoso, che dopo qualche tempo prende consistenza e forma cristallina;

col *joduro potassico jodurato*: un precipitato oleoso rosso bruno.

« Il cloruro di platino e quello d'oro non ingenerano in questa soluzione dei precipitati, sciogliendo però il pirrolo nell'acido cloridrico concentrato ($d = 1,19$) ed aggiungendo alla soluzione cloridrica ben raffreddata una soluzione cloridrica concentrata di cloruro d'oro, si forma tosto un precipitato giallo, che però subito annerisce per riduzione. Il cloruro di platino non precipita neppure la soluzione concentrata di pirrolo.

« Tutte le reazioni ora accennate avvengono solamente con la soluzione cloridrica, la soluzione acquosa di pirrolo non dà precipitati.

« Fra tutti questi sali merita speciale menzione quello ottenuto col prussiato giallo. Il composto si prepara trattando una soluzione satura di pirrolo nell'acido cloridrico al 10 °/₀ con una soluzione acquosa di prussiato giallo al 20 °/₀. Si forma tosto un abbondante precipitato bianco, costituito da piccole squamette, alquanto solubili nell'acqua. Il prodotto venne lavato ripetutamente con acqua, seccato nel vuoto ed analizzato. Stando sull'acido solforico si colora a poco a poco in giallo e poi in un verdastro di cattivo aspetto. Il sale analizzato era giallo.

I gr. 0,5214 di sostanza dettero gr. 0,0866 di Fe_2O_3.

II gr. 0,1906 di materia svolsero 47 c. c. d'azoto, misurati a 21° e 757^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $(C_4 H_5 N)_4 . H_4 Fe (CN)_6$
Fe	11,62	—	11,52
N	—	28,71	28,92

« Il nuovo composto ha quindi la composizione del *ferrocianuro di pirrolo neutro*. Trattato con potassa non rigenera però il pirrolo, ma dà una materia biancastra, molle, resinosa, che a poco a poco diventa più consistente, colorandosi prima in roseo e poi in giallo.

n-Etilpirrolo.

« Questo pirrolo non si scioglie nell'acido cloridrico al 10 pcto. La soluzione nell'acido cloridrico concentrato (d = 1,19) dà però egualmente bene le seguenti reazioni:

col *cloruro platinico:* un precipitato giallo, che diventa verdastro;

col *cloruro aurico:* un precipitato giallo, che subito annerisce;

coll'*acido fosfotungstico*: un precipitato bianco;

coll'*acido fosfomolibdico:* un precipitato giallo, che rapidamente si riduce, colorandosi in verde ed in azzurro;

col *ferricianuropotassico:* un precipitato bianco, cristallino della formola $(C_4 H_4 NC_2 H_5)_4 . H_4 Fe (CN)_6$;

col *ferricianuropotassico:* un precipitato bruno-verdastro;

col *joduro mercuriopotassico:* un precipitato giallo pallido;

col *joduro acdmicopotassio:* un precipitato bianco, che passa poi al giallo;

col *joduro di bismuto e di potassio:* un precipitato rosso-ranciato assai stabile, che dopo qualche tempo assume aspetto cristallino;

col *joduro potassico jodurato:* un precipitato oleoso brunastro. — Oltre al sale ferro-cianidrico, l'etilpirrolo dà pure un joduro doppio col joduro di bismuto, che ha aspetto cristallino e che venne perciò studiato più attentamente. Quest'ultimo sale fu preparato versando il reattivo nella soluzione cloridrica di ½ etilpirrolo raffreddata a — 18°. Si forma tosto un bel precipitato giallo-ranciato, che dopo qualche tempo si fa cristallino. Per l'analisi venne lavato e seccato nel vuoto. Il sale secco è colorato in rosso-ranciato carico, si scioglie poco nell'acqua e nell'alcool a freddo, a caldo si scompone. L'analisi non dette però numeri molto esatti; il rapporto fra il bismuto ed il jodio è di 1 a 5. La formola più probabile sarebbe quindi:

$$2C_7 H_9 NHJ . Bi J_3 ,$$

ma noi la diamo con la massima riserva.

« Il *ferrocianuro di etilpirrolo* venne preparato, come il corrispondente sale di pirrolo, impiegando una soluzione della base nell'acido cloridrico più concentrato. Il composto è bianco, cristallino, meno solubile nell'acqua del sale pirrolico ed ha una composizione a questo perfettamente corrispondente. Per l'analisi, il prodotto, ben lavato, venne seccato nel vuoto.

I gr. 0,5352 di sostanza dettero gr. 0,0680 di Fe_2O_3.

II gr. 0,1870 di sostanza svolsero 37 c. c. d'azoto misurati a 19° e 753,5^{mm}.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $(C_4H_4NC_2H_5)_4 . H_4Fe(CN)_6$
Fe	8,89	—	9,39
N	—	23,01	23,50

« Anche questo composto non ripristina il pirrolo per trattamento con un'alcali, ma dà invece una materia resinosa. Del resto anche dalla soluzione di etilpirrolo nell'acido cloridrico concentrato non si riottiene interamente inalterato il pirrolo, ma una sostanza in parte resinificata. Si vede perciò che nel salificare i pirroli è quasi impossibile evitare che avvenga contemporaneamente un processo di polimerizzazione. I derivati acetilici invece sono molto più resistenti, si salificano senza subire alterazione e possono riaversi interamente dai loro sali.

Metilpirrolo (Omopirrolo).

« La soluzione di questo corpo nell'acido cloridrico al 10 per cento si comporta coi reattivi ordinari, come quella di pirrolo.

col *cloruro platinico:* non dà alcun precipitato;

col *cloruro aurico:* precipita in giallo, ma il cloroaurato si riduce immediatamente;

l'*acido fosfomolibdico:* dà un precipitato giallo, che tosto diviene azzurro per riduzione;

il *prussiato giallo:* produce un composto bianco cristallino alquanto più solubile nell'acqua dei precedenti;

il *prussiato rosso:* dà un precipitato verde;

il *joduro mercurico potassico:* dà un precipitato bianco;

il *joduro cadmico potassico:* dà del pari un precipitato bianco, solubile nell'eccesso del reattivo;

il *joduro di bismuto e potassio:* produce un bel sale cristallino, colorato in rosso-ranciato;

il *joduro di potassio jodurato:* dà un precipitato oleoso, brunastro, come con gli altri pirroli.

αα'-Dimetilpirrolo.

« Il metadimetilpirrolo, che bolle a 165°-167° a 764,5 mm., si solidifica nel miscuglio frigorifero. Nell'acido cloridrico al 10 per cento, si scioglie meno facilmente del pirrolo, e da questa soluzione si riottiene, per trattamento con potassa, il dimetilpirrolo in gran parte inalterato.

« La sua soluzione cloridica si comporta in modo analogo alle precedenti:

il *cloruro d'oro:* vi produce un cloroaurato giallo, che a — 18° è più stabile di quelli degli altri pirroli esaminati; dopo qualche tempo si colora in bruno per riduzione;

il *cloruro di platino:* non dà alcun precipitato;

l'*acido fosfotungstico:* dà un precipitato giallo chiaro;

l'*acido fosfomolibdico:* dà un precipitato, che immediatamente si colora in azzurro;

il *ferrocianuropotassico:* dà in soluzione concentrata un precipitato bianco cristallino, molto solubile nell'acqua;

il *joduro mercurico potassico:* dà un precipitato bianco;

il *joduro cadmico potassico:* produce un leggero intorbidamento della soluzione;

il *joduro di bismuto e di potassio:* dà un precipitato rosso-ranciato;

il *joduro di potassio jodurato:* produce la separazione d'una sostanza brunastra e oleosa.

« Tutte le esperienze descritte in questa Nota dimostrano che la maggior parte dei derivati del pirrolo possono formare dei sali. I pochi composti salini che erano noti fin'ora, cioè il cloroplatinato dell'*etere dietilico dell'acido αα'-dimetilpirroldicarbonico* (1) di L. Knorr, quello *dell'n-etilen-αα'-tetrametildipirrolo* (2) ed i cloroplatinati degli *azopirroli* (3), non rappresentano un comportamento eccezionale di alcuni derivati del pirrolo, ma sono esempi del carattere generale di questi corpi. Si può dire che nella serie del pirrolo la salificazione è il fenomeno ordinario e che i sali dei prodotti di sostituzione del pirrolo, quando, per la natura dei radicali sostituenti, il nucleo fondamentale acquista una sufficiente stabilità [come nel caso dell'acetile, del carbossietile, del residuo benzolazoico ($C_6H_5 — N = N —$)], hanno una composizione perfettamente normale.

« L'esistenza di questi composti salini non è però sufficiente a dare una idea esatta intorno all'intensità delle proprietà basiche dei pirroli; i sali che si ottengono più facilmente sono, come s'è visto, insolubili nell'acqua ed è evidente che anche basi debolissime possano in queste condizioni formare dei sali stabili e di composizione bene determinata. Per arrivare a conoscere con sicurezza quale sia lo stato in cui si trova il pirrolo in soluzione p. es. di acido cloridrico non molto concentrato, erano necessarie perciò ulteriori esperienze.

« È noto, per la legge fondamentale di van't Hoff sulle soluzioni e per le esperienze di Paternò (4), che il punto di congelamento di una soluzione acquosa d'acido cloridrico non viene abbassato dalla presenza contemporanea di una base, quando questa non ecceda in quantità quella dell'acido necessario alla sua saturazione. Ora se i pirroli vengono salificati completamente dall'acido cloridrico diluito, il punto di congelamento di quest'ultimo non deve abbassarsi per l'aggiunta della base. Questo non avviene e l'esperienza

(1) L. Knorr., Berichte, 18, 1560.
(2) C. Paal und Schneider, Ibid., 19, 3157.
(3) O. Fischer und E. Hepp., Ibid., 19, 2251.
(4) Gazz. chim., 21, I, 112.

dimostra che nelle soluzioni dei pirroli negli acidi diluiti soltanto una piccola parte della base è salificata e che i sali solubili dei pirroli subiscono perciò in alto grado l'azione dissociante (idroliticamente) dell'acqua. *Essi sono basi molto deboli.*

« Noi abbiamo sperimentato col pirrolo, coll'$\alpha\alpha'$-dimetilpirrolo e col $\alpha\alpha$-dimetildiacetilpirrolo in soluzione di acido cloridrico normale.

« Ecco i risultati delle determinazioni:

Pirrolo.

Punto di congelamento	dell'acido cloridrico normale		3°,215	(scala arbitraria)
»	»	della soluzione al 0,737	°/₀ : 3°,04	»	»
»	»	» » al 1,875	» : 2°,78	»	»
»	»	» » al 5,126	» : 2°,28	»	»

$\alpha\alpha'$-Dimetilpirrolo.

Punto di congelamento	dell'acido cloridrico normale		3°,215	(scala arbitraria)
»	»	della soluzione al 0,5914	°/₀ : 3°,205	»	»
»	»	» » all' 1,5176	» : 3°,20	»	»

Da queste cifre risulta che il dimetilpirrolo è più basico del pirrolo, però neppure in questo caso si formano sali stabili, perchè aggiungendo alla soluzione cloridrica normale la base in quantità superiori a circa il 2 °/₀., il punto di congelamento non viene ulteriormente abbassato, ma la base rimane *indisciolta*, allo stato *solido*, essendo insolubile nell'acqua alla temperatura del punto di congelamento dell'acido cloridrico normale. Naturalmente ciò avviene a concentrazioni inferiori a quella teoricamente necessaria alla completa saturazione dell'acido normale.

« Un fenomeno perfettamente analogo si osserva col:

$\alpha\alpha'$-Dimetil-$\beta\beta'$-diacetilpirrolo.

Punto di congelamento	dell'acido cloridrico normale		2°,890	(scala arbitraria)
»	»	della soluzione al 0,527 °/₀ :	2°,89	»	»

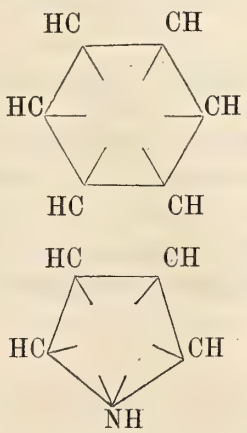
« Aggiungendo a questa soluzione dell'altra base, anche in quantità inferiore a quella richiesta per la saturazione dell'acido normale, essa si scioglie a temperatura ordinaria, ma si separa inalterata al punto di congelamento del liquido.

« Anche il dimetildiacetilpirrolo dunque non viene salificato completamente che da un *eccesso* di acido cloridrico, quando il suo cloridrato si trova sciolto nell'acqua.

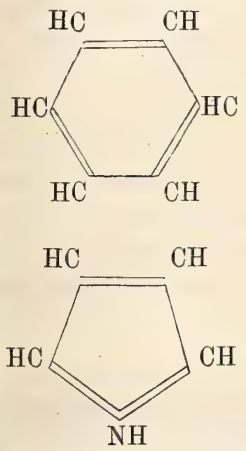
« Questi sono i fatti, si domanda ora: la spiegazione di essi richiede una nuova ipotesi come quella ideata dal Bamberger, che cioè l'atomo d'azoto nel pirrolo sia impegnato per tutte le sue cinque valenze? A noi sembra di no e crediamo che una simile supposizione non presenti alcun vantaggio e sia perciò inopportuna.

« I derivati del pirrolo hanno in media una azione alcalina, che non è certo inferiore a quella della difenilammina, i di cui sali perdono per lavamento con acqua tutto l'acido (Hofmann). Ora si sa, che i radicali aromatici tolgono all'ammoniaca, quando ne sostituiscono gli idrogeni, gran parte delle sue proprietà alcaloidiche, e sebbene non si possa dare spiegazione esatta di questo fatto, pure si può certamente asserire, che le proprietà basiche di un'ammina saranno tanto più compromesse quanto più sarà sviluppato il carattere aromatico nei radicali in essa contenuti. Il carattere aromatico o, come si potrebbe dir meglio, il carattere fenico di un radicale organico si manifesta, secondo una felice definizione di V. Meyer, nella facilità con cui gli idrogeni di esso vengono sostituiti da elementi o complessi negativi, come sarebbero gli alogeni, il carbossile, l'acetile, il residuo nitrico, il solfonico ecc. Sotto questo riguardo certamente nessun residuo organico ha proprietà feniche così pronunciate come il gruppo tetrolico « C_4H_4 » del pirrolo. Per citare fra i tanti fatti notissimi quelli più rilevanti, basti ricordare che l'acetile vi può essere introdotto per semplice ebollizione con anidride acetica e che gli alogeni (e fra questi anche il jodio) ne sostituiscono a temperatura ordinaria tutti gli idrogeni con la massima facilità. Nella piridina invece, che è costituita pure in modo simile al benzolo, gli idrogeni vengono sostituiti molto a stento ed è forse alla mancanza di caratteri fenici molto spiccati, che si deve attribuire la forte azione basica di questo corpo. Non è certo dunque per il difetto di proprietà alcaline che si potrà ammettere nell'anello del pirrolo l'esistenza dell'azoto pentavalente, perchè infine non è soltanto con le formole di struttura, nè coll'indeterminato significato fisico delle valenze, che si può esprimere o spiegare i caratteri e le funzioni chimiche dei corpi organici.

« Nel concetto di Bamberger l'ipotesi dell'azoto pentavalente dovrebbe però servire specialmente a rappresentare l'analogia di costituzione dell'anello benzolico con quello del pirrolo, del tiofene e degli altri composti eterociclici.



Formole centriche



Formole a legami doppi

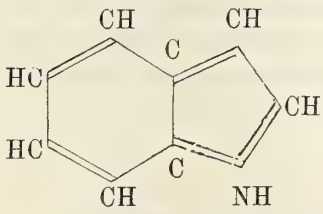
« A queste formole si può muovere prima di tutto la seguente obbiezione fondamentale. I legami doppi e quelli centrici o diagonali sono stati inventati per l'unico scopo di mettere in accordo la formola del benzolo e quelle dei composti non saturi in genere con la ipotesi, assai probabile, della costante tetravalenza dell'atomo di carbonio nelle sostanze organiche. Per l'azoto una simile necessità non esiste, anzi i fatti dimostrano, che rispetto a carbonio ed a idrogeno l'azoto si comporta *sempre* come trivalente ed è soltanto nei composti salini che entrano in funzione tutte e cinque le sue atomicità. Se esistessero dei composti come i seguenti:

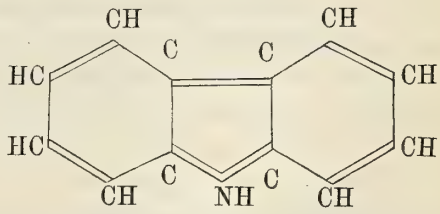
$$C(CH_3)_3 \quad \text{oppure} \quad CH_3$$

allo stato libero, certo nessuno penserebbe ad ammettere legami doppi, centrici o diagonali nel benzolo.

« Ma anche trascurando queste considerazioni, le formole di Bamberger ci sembrano insostenibili per altre ragioni. Le formole centriche, pare, abbiano già fatto il loro tempo, lo stesso Baeyer, che le immaginò per esprimere uno stato limite, di massima stabilità, nel benzolo (1), sembra inclinato ora ad abbandonarle (2) ed il recente interessante lavoro di W. Marckwald (3) dimostra che per la chinolina e la naftalina nè le formole centriche, nè quelle diagonali possono rendere ragione di certi fatti di fondamentale importanza.

« Volendo ammettere l'azoto pentavalente nel pirrolo, la nuova formola proposta dal Bamberger (4), verrebbe a corrispondere a quella del benzolo di Kekulè coi tre doppi legami. Però è facile avvedersi, che anche in questo modo l'anello pirrolico coll'azoto pentavalente non è ammissibile. Accettando questa disposizione di legami fra azoto e carbonio, l'indolo ed il carbazolo sarebbero da rappresentarsi con le seguenti due formole:



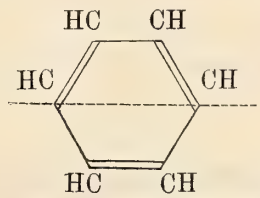


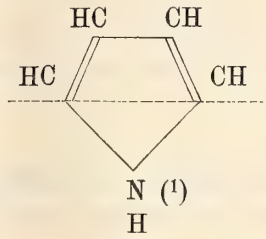
in cui gli anelli benzolici appariscono profondamente modificati come nei derivati biidrogenati del benzolo. Queste formole sono perciò tutt'altro che probabili.

« A noi sembra che l'analogia dell'anello pirrolico con quello benzolico ed il difetto di spiccate proprietà alcaline nel primo possano trovare espres-

(1) Berl. Berichte, 23, 1285.
(2) Liebigs Annalen, 269, 177.
(3) Ibid., 274, 331.
(4) Vedi Liebigs Annalen, 273, pag. 374.

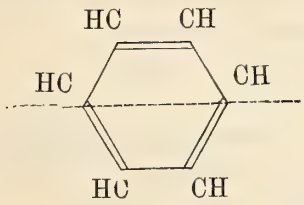
sione sufficente, anche nella formola ordinaria del pirrolo, con l'azoto trivalente. Comparando quest'ultima con quella del benzolo secondo Kekulè, si nota che i due anelli sono formati da un radicale « $C_4 H_4$ » comune ad entrambi

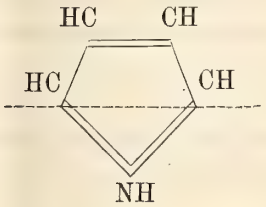




e da un radicale bivalente, che è in un caso il gruppo « $C_2 H_2$ » e nell'altro l'immino « NH ». Questi due gruppi sono perfettamente equivalenti, perchè ciascuno di essi possiede due valenze latenti che, come le altre quattro dell'anello completo, hanno ordinariamente poca tendenza a rendersi manifeste.

« Secondo Bamberger invece l'analogia fra le formole del pirrolo e del benzolo verrebbe considerata da un altro lato. Oltre al radicale comune « $C_4 H_4$ » vi sarebbe il gruppo tetravalente « $C_2 H_2$ », a cui corrisponderebbe l'immino « NH », tetravalente anch'esso.





« A noi sembra che la vecchia formola generalmente usata rappresenti i fatti sperimentali in modo soddisfacente e dia ragione del comportamento chimico del pirrolo, nel limite concesso alle formole di struttura, senza bisogno di nuove ipotesi, che non trovano appoggio in nessun altro fatto all'infuori di quelli per cui furono ideate.

« Il carattere peculiare dell'immino pirrolico non è dunque la sua tetravalenza, l'azoto in esso è trivalente come sempre, ma le sue altre due valenze, che nelle ammine ordinarie sono pronte a manifestarsi, si trovano in uno stato latente come quelle che formano i due doppi legami fra i quattro atomi di carbonio del radicale tetrolico « $C_4 H_4$ ».

(1) Chi desiderasse esprimere con un simbolo l'azoto *trivalente* del pirrolo, che mostra poca tendenza a spiegare le sue due altre atomicità, potrebbe indicarlo con $\frac{N}{N}$

Matematica. — *Sulla integrazione delle equazioni differenziali del moto di un corpo elastico isotropo.* Nota del Corrispondente VITO VOLTERRA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Serie residue nella serie canonica delle curve aggiunte di ordine $m-3-\alpha$.* Nota di FEDERICO AMODEO, presentata dal Socio CREMONA.

« In una Nota precedente [1] ho fatto vedere la utilità della considerazione delle curve di ordine inferiore a $m-3$, aggiunte ad una curva piana C^m_p di ordine m e di genere p. In questa mi propongo di mostrare la forma che prendono in riguardo a queste curve agg. i teoremi di *Riduzione* del sig. Nöther quello di *Reciprocità* dei sigg. Brill e Nöther e quello di Riemann e Roch noti intorno alle curve agg. di ordine $m-3$. È specialmente interessante vedere come il teorema di Riemann e Roch esteso a queste curve agg. di ordine $m-3-\alpha$ ripigli in generale la forma di diseguaglianza data primitivamente da Riemann, e che solo in due casi particolari esso conservi la forma di eguaglianza data poi da Roch.

§ 1.

« Per la serie g_N^R determinata da tutte le $C^{m-3-\alpha}$ agg. alla curva C^m_p abbiamo trovato essere

$$N - R = p - 1 - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho$$

per ogni altra serie g_n^r completa determinata da un sistema di curve $C^{m-3-\alpha}$ agg. sarà evidentemente

$$n - r \leq p - 1 - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho$$

ovvero

$$n - r < p - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho$$

poichè per ogni unità che perde la dimensione della serie, l'ordine deve diminuire di una o più unità; questa relazione vale anche se la serie g_n^r completa ha punti fissi, purchè si contino nel numero n questi punti fissi. Pos-

[1] Cfr. *Curve aggiunte minime* di questi Rendiconti. Per le notazioni qui usate mi riferisco alla nota citata.

siamo dunque affermare che: *per ogni serie completa segata da curve aggiunte di ordine* $m-3-a$ *deve essere*

$$n-r \leq p-1-\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}-\varrho \quad .$$

« Non avviene così se la serie è parziale; nè è vera la reciproca di questa proposizione (²).

§ 2.

« Sia g_n^r una serie lineare completa segata da un sistema delle $C^{m-3-\alpha}$ agg. (α positivo o nullo), e sia $g_{n'}^{r'}$ la sua serie lineare residua rispetto alla *serie canonica* g_N^R, dovrà essere $n \leq N$, $r \leq R$. Sia inoltre G_n un gruppo della g_n^r (esso sta almeno sopra una curva aggiunta di ordine $m-3-\alpha$) e sia P un punto pel quale non passino tutte le $C^{m-3-\alpha}$ che passano per G_n, cioè che non sia punto fisso della serie residua $g_{n'}^{r'}$, vogliamo cercare ladimensione della serie determinata dal gruppo $G_n P$. Pel gruppo $G_n P$ conduciamo una curva agg. di ordine $m-2-\alpha$ composta di una retta l che passi per P e di una curva agg. di ord. $m-3-\alpha$ del gruppo G_n che non passi per P. La curva $C^{m-3-\alpha}$ segherà la curva C_p^m ancora in $N-n$ punti che costituiscono un gruppo Γ che non contiene P, e la retta l segherà la C_p^m in altri $m-1$ punti che costituiscono un gruppo Π. Il gruppo $\Gamma\Pi$ è un gruppo residuo di $G_n P$, e quindi la serie determinata da $G_n P$ è segata dalle curve $C^{m-2-\alpha}$ agg. che passano per $\Gamma\Pi$: queste contenendo della C_p^m $m-1$ punti per diritto si debbono spezzare nella retta l che passa per P ed in una curva di ord. $m-3-\alpha$ che passa per Γ; ma queste segano appunto la g_n^r che è determinata dal gruppo G_n, dunque la serie che è determinata dal gruppo $G_n P$ ha per punto fisso il punto P e quindi è una g^r_{n+1} completa.

« E quindi possiamo enunciare il teorema:

« *Ogni gruppo* G_n *di una* g_n^r *completa segata da un sistema di curve agg.* $C^{m-3-\alpha}$, *insieme ad un qualunque punto* P *della curva* C_p^m *che non appartenga a tutte le curve* $C^{m-3-\alpha}$ *che passano per* G_n *determina una serie lineare completa che ha per punto fisso il punto* P, *cioè è composta della* g_n^r *determinata da* G *e del punto fisso* P.

« A questo teorema corrisponde per le curve agg. di ord. $m-3$ il teorema di riduzione di Nöther, e ne conserva identica la forma.

« Sicchè se avessimo una serie completa speciale segata da un sistema di curve agg. $C^{m-3-\alpha}$, e questa con un punto fisso P costituisse una serie

(²) Nel caso particolare di $\alpha=0$ si ha il noto teorema: *Se una serie è staccata da curve aggiunte di ordine* $m-3$ *deve essere* $n-r<p$; del quale è noto essere vero l'inverso: *Se una serie è completa ed è* $n-r<p$, *essa è segata da un sistema di curve aggiunte dell'ordine* $m-3$. Mostrerò nel § 5 la forma che prende quest'ultimo teorema.

parziale, cioè contenuta in un'altra di dimensione maggiore, bisognerebbe conchiudere che il punto P è un punto speciale della curva C_p^m, pel quale passano tutte le curve agg. $C^{m-3-\alpha}$ che passano per G_n, e quindi per ciascun gruppo della g_n^r; perchè se una sola $C^{m-3-\alpha}$ non ci passasse la serie $g_n^r + P$ sarebbe completa.

§ 3.

« Questi due teoremi precedenti ci conducono direttamente al teorema di Riemann e Roch esteso alle curve agg. di ord. $m - 3 - \alpha$.

« Si abbia un gruppo G_n di una g_n^r segata da curve $C^{m-3-\alpha}$ agg., e supponiamo che per esso passino r' curve $C^{m-3-\alpha}$. Se al gruppo G_n aggiungiamo un punto fisso P_1, che non stia su tutte le $C^{m-3-\alpha}$ di G_n, la serie completa determinata dal gruppo $G_n P_1$ avrà quel punto P_1 per punto fisso e sarà di dimensione r; e se $r' > 0$ per $G_n P_1$ passeranno $\infty^{r'-1}$ curve $C^{m-3-\alpha}$. Aggiungendo al gruppo $G_n P_1$ un altro punto P_2 pel quale non passino tutte le curve $C^{m-3-\alpha}$ che passano per $G_n P_1$, la serie completa determinata da $G_n P_1 P_2$ sarà di dimensione r coi punti fissi $P_1 P_2$, cioè sarà una g^r_{n+2}. Così seguitando ad aggiungere con la stessa condizione i punti $P_3, P_4 .. P_{r'}$, per il gruppo $G_n P_1 P_2 .. P_{r'}$ passerà una sola $C^{m-3-\alpha}$ e questo gruppo determina una serie completa $g^r_{n+r'}$, di dimensione r e di ordine $n + r'$.

« Scegliendo ancora un punto fisso $P_{r'+1}$ fuori di questi punti, pel gruppo $G_n P_1 P_2 ... P_{r'} P_{r'+1}$ non passerà alcuna $C^{m-3-\alpha}$, dunque per la $g^r_{n+r'}$, deve aversi

$$n + r' - r \leq p - 1 - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho$$

ovvero

$$r' \leq (p-1) - (n-r) - \left[\frac{\alpha(\alpha+3)}{2} + \varrho\right],$$

$$r \geq (n+r') - (p-1) + \left[\frac{\alpha(\alpha+3)}{2} + \varrho\right]$$

« Quindi si può enunciare il teorema di Riemann e Roch esteso alle curve $C^{m-3-\alpha}$ nelle due seguenti forme:

« *Se g_n^r è una serie completa segata da curve $C^{m-3-\alpha}$, per ogni suo gruppo passeranno non più di $\infty^{(p-1)-(n-r)-\left[\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}+\varrho\right]}$ curve aggiunte di ord. $m - 3 - \alpha$.*

« *Se per un gruppo G_n di una C_p^m passano $\infty^{r'}$ curve agg. di ord. $m - 3 - \alpha$, esso appartiene ad una serie completa la cui dimensione non può essere minore di*

$$(n+r') - (p-1) + \left[\frac{\alpha(\alpha+3)}{2} + \varrho\right].$$

Vogliamo ora indagare se e quando in questo teorema può aver luogo il segno eguale.

« Se g_n^r, $g_{n'}^{r'}$ sono due serie residue rispetto alla g_N^R segata da tutte le curve agg. $C^{m-3-\alpha}$, si deve avere contemporaneamente

$$r \geq (n + r') - (p - 1) + \left[\frac{\alpha(\alpha+3)}{2} + \varrho\right]$$

$$r' \geq (n' + r) - (p - 1) + \left[\frac{\alpha(\alpha+3)}{2} + \varrho\right].$$

Sommando, e tenendo conto che $n + n' = 2p - 2 - m\alpha$, si trova che deve essere

$$\varrho \leq \frac{\alpha}{2}(m - \alpha - 3)$$

e questa relazione è perfettamente verificata; dunque:

« *Il segno eguale nel teorema precedente ha luogo solamente quando ϱ è massimo.*

« *In particolare, per le curve agg. di ord. $m - 3$ ha luogo sempre il segno eguale.*

§ 4.

« Limitiamoci in questo § al caso in cui ϱ abbia il massimo valore. Essendo g_n^r, $g_{n'}^{r'}$ due serie residue si hanno le relazioni

$$r = (n + r') - (p - 1) + \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} + \varrho$$

$$r' = (p - 1) + (n - r) - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} - \varrho$$

$$n + n' = 2p - 2 - m\alpha.$$

Aggiungendo alla differenza delle prime due relazioni la terza si ha

$$2(r - r') = n - n'.$$

« Dunque:

« *Nel caso in cui, fra le condizioni lineari imposte alle curve $C^{m-3-\alpha}$ dai passaggi per i punti multipli di C_p^m, il numero di quelli che dipendono linearmente dai rimanenti è massimo, si ha fra gli ordini e le dimensioni delle serie residue rispetto alla serie canonica determinata dalle curve $C^{m-3-\alpha}$ la stessa relazione che esiste fra gli ordini e le dimensioni delle serie residue rispetto alla serie canonica segata dalle curve aggiunte di ordine $m - 3$.*

§ 5.

« Venendo ora al reciproco del teorema del § 1 dimostreremo che:

« *Allorquando $n - r \leq R$ la serie g_n^r esistente su C_p^m è segata certamente da un sistema di curve agg. di ordine $m - 3 - \alpha$.*

« È evidente che il teorema è vero se la serie ha la dimensione zero,

poichè in tal caso il numero dei punti dell'unico gruppo che la sostituisce è minore o eguale a quello che basta a individuare ogni $C^{m-3-\alpha}$.

« Ora supponiamo che il teorema sia vero per ogni g_n^r già esistente sulla C_p^m, dico che esso sarà vero per una g_{n+1}^{r+1} esistente in questa. Infatti assumiamo nella g_{n+1}^{r+1} un gruppo di cui un punto P non sia fisso per la serie e indichiamo il gruppo dei rimanenti punti con G_n. Tutti i gruppi g_{n+1}^{r+1} che contengono il punto P formano una g^r_{n+1} parziale col punto fisso P: astraendo da P formano una g^r_n che contiene G_n. Per ipotesi per ogni gruppo della g_n^r passa una $C^{m-3-\alpha}$; e se una di queste non contenesse il punto fisso P, la serie determinata dal gruppo G_nP, considerata col punto fisso P, sarebbe completa, e ciò non è; dunque tutte le $C^{m-3-\alpha}$ che passano per G_n passano per P, e quindi per ogni gruppo della g_{n+1}^{r+1} passa una curva $C^{m-3-\alpha}$.

« Il teorema essendo vero per ogni g^0_{n-r}, è vero per una g^1_{n+1-r}, per una g^2_{n+2-r}, ecc., e quindi è vero pure per la g_n^r.

« Possiamo enunciare questo teorema anche sotto la seguente forma:

« *Sopra una curva* C_p^m *piana che sia proiezione di una curva* $C_p^{m\alpha}$ *di un* $S_{\rho+\frac{\alpha(\alpha+3)}{2}}$, *ogni* g_n^r *per la quale si abbia*

$$r > n - p + \left[m\alpha - \frac{\alpha(\alpha+3)}{2} \right] - \varrho$$

si può staccare mediante un sistema di curve aggiunte di ordine $m-3-\alpha$ ».

Matematica. — *Sopra un gruppo continuo di trasformazioni di Jonquières nel piano.* Nota di Federigo Enriques, presentata dal Socio Cremona.

« 1. In una precedente Nota ho stabilito che ogni gruppo continuo di trasformazioni cremoniane del piano (dipendente da un numero finito di parametri), può esser birazionalmente trasformato in un altro appartenente ad uno dei seguenti gruppi:

1°) gruppo ∞^8 delle omografie;

2°) gruppo ∞^6 delle trasformazioni quadratiche che mutano in sè due fasci di raggi (o gruppo delle inversioni rispetto ai circoli);

3°) gruppo ∞^{n+5} (con n intero arbitrario) delle trasformazioni di Jonquières (d'ordine n) che mutano in sè il sistema lineare ∞^{n+1} delle curve d'ordine n con un punto base $(n-1)$plo e le $n-1$ tangenti fisse.

« Il 1° ed il 2° gruppo sono stati più volte studiati. Il sig. Lie [1] ha dimostrato che il gruppo delle omografie in S_n (in particolare il nostro gruppo 1°)

[1] *Theorie der Transformationsgruppen.* Bd. I, S. 560 (Math. Ann. 25).

è *semplice* (1). Il 2° gruppo, che può studiarsi come quello delle trasformazioni proiettive della quadrica in sè, opera sulle generatrici di ciascun sistema (sitema d'*imprimitività*) permutandole come il gruppo totale delle proiettività binarie: quindi esso contiene due (e due soli) sottogruppi eccezionali (∞^3) di omografie biassiali.

« Invece il nostro 3° gruppo, per quanto io so, non è ancora stato studiato in generale, ed io mi propongo di assegnarne qui la composizione. Ciò darà luogo ad alcune osservazioni sulla geometria del piano che ha il detto gruppo principale di trasformazioni.

« 2. Ho già notato (nella prec. Nota) che il gruppo 3° corrisponde al gruppo K delle trasformazioni proiettive in sè del cono razionale normale (d'ordine n) di S_{n+1} (quando il detto cono sia rappresentato sul piano), ed è sotto questo aspetto che prenderò a considerarlo.

« Una trasformazione generica del gruppo K si ottiene assumendo ad arbitrio l'iperpiano unito opposto al vertice del cono, in esso una fra le ∞^3 proiettività che mutano in sè la curva sezione (ossia prendendo ad arbitrio una proiettività binaria che scambi fra loro le generatrici, come elementi d'un sistema d'imprimitività), ed infine fissando pure arbitrariamente il rimanente invariante assoluto dell'omografia: così appunto ho dedotto che il gruppo K è ∞^{n+5}.

« Poichè esso opera sulle generatrici come il gruppo totale delle proiettività binarie, e questo è semplice, un sottogruppo eccezionale ∞^r di K opera sulle dette generatrici come il detto gruppo totale o come l'identità; nel 1° caso contiene ∞^{r-3} omologie, nel 2° è tutto costituito di omologie.

« 3. Ora le ∞^{n+2} omologie col centro nel vertice O del cono formano effettivamente un sottogruppo eccezionale in K; questo per la considerazione prec. non può esser contenuto in alcun sottogruppo eccezionale di K, diverso da K, il quale avrebbe una dimensione minore di $n+5$ $(=n+2+3)$.

« 4. In questo gruppo ∞^{n+2} delle omologie di centro O è contenuto come sottogruppo eccezionale il sistema ∞^{n+1} delle omologie (*speciali*) il cui iperpiano di punti uniti passa per O: questo è anche un sottogruppo eccezionale in K, giacchè appunto (secondo la definizione) ogni omografia di K trasforma un'omologia speciale di centro O in un'altra analoga. Il gruppo ∞^{n+1} delle omologie speciali è costituito di omologie due a due *permutabili* (2), poichè sopra ogni retta per O (che è retta unita per tali omologie) sono permutabili le proiettività paraboliche subordinate di quelle omologie (avendo gli stessi punti uniti).

(1) Dicesi *composto* un gruppo che contiene qualche sottogruppo (diverso da sè stesso e dall'identità) trasformato in sè dalle trasformazioni del gruppo (o, come si dice, un sottogruppo *eccezionale*), *semplice* nel caso opposto. Determinare la *composizione* d'un gruppo significa determinarne i sottogruppi eccezionali.

(2) Cioè il cui prodotto gode la proprietà commutativa.

« Si consideri un suo sottogruppo ∞^r ($r < n+1$) che può ritenersi generato da r sue omologie indipendenti (e del resto arbitrarie) $\pi_1 \pi_2 \dots \pi_r$, nel senso che una trasformazione del gruppo ∞^r può rappresentarsi col simbolo $\pi_1^{s_1} \pi_2^{s_2} \dots \pi_r^{s_r}$ (1). Gli iperpiani delle r omologie generatrici hanno comune un S_{n+1-r} per O, il quale appartiene agli ∞^{r-1} iperpiani (luogo di punti uniti) delle ∞^r omologie speciali del gruppo. Ora nessuno spazio lineare per O (di dimensione $< n+1$) gode della proprietà invariantiva rispetto a tutte le trasformazioni di K (sebbene goda di questa proprietà rispetto alle omologie contenute in K), giacchè ne seguirebbe l'esistenza di generatrici di contatto del cono con iperpiani osculatori appartenenti al detto spazio, le quali sarebbero unite per tutte le omografie di K, mentre abbiam notato che il gruppo K opera sulle generatrici del cono come il gruppo totale delle proiettività binarie. Si deduce che nessun sottogruppo di quello ∞^{n+1} delle omologie speciali di centro O è contenuto eccezionalmente in K.

« 5. Il sig. Lie (2) ha dimostrato che se entro un gruppo continuo vi sono due sottogruppi eccezionali, essi hanno comune un sottogruppo eccezionale ∞^1 almeno, o sono costituiti di trasformazioni tali che ciascuna di quelle d'un sottogruppo è permutabile con ciascuna di quelle dell'altro. Di qua si trae anzitutto che un sottogruppo eccezionale di K diverso da quello ∞^{n+1} delle sue omologie speciali deve contenere quest' ultimo, giacchè non vi sono in esso sottogruppi eccezionali di K (§ 4), e d'altra parte non vi è nessuna omografia di S_{n+1}, diversa da una di quelle omologie, e permutabile con ciascuna di esse. Inoltre se il sottogruppo di cui si suppone l'esistenza non è quello ∞^{n+2} delle omologie considerato al § 3, per una osservazione del § 2, il sottogruppo stesso deve essere ∞^{n+4} (e non contenere altre omologie di K tranne quelle speciali). In K non possono esistere due siffatti sottogruppi eccezionali poichè avrebbero comune un sottogruppo eccezionale ∞^{n+3} (3).

« 6. Dobbiamo ora riconoscere l'effettiva esistenza d'un sottogruppo eccezionale ∞^{n+4} in K formato dalle omografie (*speciali*) aventi un punto unito infinitamente vicino al vertice O del cono. Questo sistema ∞^{n+4} di omografie speciali rimane evidentemente invariato trasformandolo colle omografie di K; inoltre nel sistema comparisce insieme ad una omografia anche l'inversa; basta dunque mostrare che due omografie del sistema, cioè due omografie

(1) Secondo Lie (op. c. Bd. I, S. 45) in un gruppo continuo ∞^r di trasformazioni vi sono r trasformazioni infinitesimali linearmente indipendenti, generatrici di r gruppi ∞^1 (che possono considerarsi come gruppi di potenze di una trasformazione in essi contenuta) i quali generano per moltiplicazione l'intiero gruppo. Essendo poi $\pi_1 \pi_2 \dots \pi_r$ due a due permutabili, esse appartengono sempre ad un gruppo ∞^r (o più ristretto), poichè

$$\pi_1^{s_1} \pi_2^{s_2} \dots \pi_r^{s_r} . \pi_1^{t_1} \pi_2^{t_2} \dots \pi_r^{t_r} = \pi_1^{s_1+t_1} \pi_2^{s_2+t_2} \dots \pi_r^{s_r+t_r}.$$

(2) Op. c. Bd. I, S. 264.

(3) Lie, op. c. Bd. I, S. 264.

speciali di K, danno per prodotto un'omografia del sistema (cioè speciale). Dimostreremo questo fatto per induzione completa da $n-1$ ad n: la proprietà enunciata sussiste per il cono quadrico ($n=2$) giacchè le omografie con un punto unito infinitamente vicino al vertice entro il gruppo ∞^7 di tutte le trasformazioni proiettive del cono in sè, corrispondono per dualità ai movimenti entro il gruppo totale delle omografie che mutano in sè il cerchio all'infinito delle sfere (similitudini).

« Ciò posto supponiamo dimostrata la proprietà per i coni di S_n. Proiettando da un suo punto il cono di S_{n+1} si ottiene quello di S_n, ed al gruppo delle omografie mutanti in sè il 1° cono che lasciano fermo il centro di proiezione, corrisponde il gruppo delle omografie che mutano in sè il 2° cono lasciando ferma una sua generatrice: fra queste ultime per ipotesi formano gruppo le omografie speciali, quindi sul cono di S_{n+1} due omografie speciali che hanno comune un punto unito sul cono (ed appartenenti al gruppo K del cono) danno per prodotto un'omografia speciale (di K).

« Denotiamo col simbolo π (con accenti o apici) un'omografia speciale di K, con T una sua omologia speciale. Vi è una retta unita per π contenente O su cui la π subordina un'omografia parabolica, ed un'omografia parabolica (collo stesso punto unito O) subordina su di essa la T, quindi il prodotto πT (o $T\pi$ o πT^{-1}) è ancora una omografia speciale di K.

« Le omografie speciali π_1 π_2 (di K) abbiano come unita una stessa generatrice del cono unito, a su di essa risp. i punti uniti $A_1 A_2$ (oltre ad O): si può fissare una omologia T (di cui l'iperpiano sia un qualunque iperpiano per O), tale che il prodotto $\pi_1 T$ abbia il punto unito A_2; allora abbiamo

$$\pi_2 . (\pi_1 T) = \pi$$

ossia

$$(\pi_2 \pi_1) T = \pi$$

e moltiplicando per T^{-1}

$$\pi_2 \pi_1 = \pi T^{-1} = \pi'.$$

« Si vede così, intanto, che due omografie speciali di K con una stessa generatrice unita del cono, danno per prodotto un'omografia speciale di K.

« Sieno ora π_1, π_2 due arbitrarie omografie speciali di K; sia r_1 una generatrice del cono unita per la 1ª, r_2 una generatrice unita della 2ª; sia r_3 una generatrice unita dell'omografia $\pi_2 \pi_1$. Le omografie speciali di K operano sulle generatrici del cono come le ∞^3 proiettività binarie; possiamo dunque costruire una omografia speciale (ausiliaria) π' coi raggi uniti r_1, r_3, la quale muti in r_2 l'ulteriore raggio unito della π_1. Allora (tenendo presente la legge di moltiplicazione dimostrata per le omografie speciali di K con una generatrice unita comune) si ha

$$\pi_1 \pi' = \pi'' \qquad \text{(raggio unito comune } r_1)$$
$$\pi_2 (\pi_1 \pi') = \pi''' \qquad \text{(raggio unito comune } r_2)$$
$$(\pi_2 \pi_1 \pi') \pi'^{-1} = \pi \qquad \text{(raggio unito comune } r_3)$$

quindi

$$\pi_2 \pi_1 = \pi \qquad \text{c.d.d.}$$

« Così è dimostrato per induzione completa che le omografie speciali di K formano un gruppo, e precisamente un sottogruppo eccezionale ∞^{n+4} di K.

« 7. Riassumendo i resultati dei precedenti §§ possiamo dire che il gruppo ∞^{n+5} delle omografie mutanti in sè un cono d'ordine n di S_{n+1} contiene tre, e tre soli, sottogruppi eccezionali; cioè quello ∞^{n+4} delle omografie speciali (con un punto unito infinitamente vicino al vertice O), quello ∞^{n+2} delle omologie di centro O, e quello ∞^{n+1} delle omologie speciali di centro O (e iperpiano per O) due a due permutabili.

« Interpretiamo questi risultati nel piano relativamente al gruppo (3°) delle trasformazioni di Jonquières che mutano in sè il sistema di curve rappresentativo del cono.

« Un' omografia generale trasformante in sè il cono di S_{n+1} (cioè appartenente a K) ha $n+1$ iperpiani uniti di cui uno (non passante per O) sega il cono secondo una curva non spezzata, e gli altri segano il cono secondo le due generatrici unite (dove lo toccano più volte): per un' omografia speciale di K l' iperpiano unito opposto ad O viene a passare per O, e quindi anche la sua sezione si compone delle due generatrici unite. Questa proprietà si può interpretare nel piano come caratteristica pel sottogruppo eccezionale ∞^{n+4} del gruppo 3°. Diamo senz'altro l'enunciato, includendovi l' interpretazione degli altri sottogruppi eccezionali di K (che è immediata).

« *Il gruppo* (3°) ∞^{n+5} *delle trasformazioni di Jonquières d'ordine n* (*nel piano*), *che mutano in sè il sistema* $\infty^{n+1}\mu$ *delle curve d'ordine n con un punto base* $(n-1)$plo *e le* $n-1$ *tangenti fisse, contiene tre e tre soli sottogruppi eccezionali* α, β, γ *risp.* ∞^{n+4}, ∞^{n+2} *ed* ∞^{n+1}.

« *Mentre per una trasformazione generale del gruppo totale vi è nel sistema* μ *una curva unita che non si compone delle due rette unite per il punto* $(n-1)$plo, *in una trasformazione generica del sottogruppo* $\infty^{n+4}\alpha$, *non vi è alcuna curva unita del sistema* μ *che non si componga delle due rette unite nominate.*

« *Il sottogruppo* $\infty^{n+2}\beta$ *si compone delle trasformazioni di Jonquières prospettive coi raggi uniti pel punto base* $(n-1)$plo *del sistema* μ.

« *Il sottogruppo* $\infty^{n+1}\gamma$ (*comune ad* α *e* β) *si compone delle trasformazioni di Jonquières prospettive che subordinano omografie paraboliche sui raggi uniti pel punto base* $(n-1)$plo *del sistema* μ, *e sono due a due permutabili.*

« 8. Possiamo illuminare i risultati ottenuti ponendo in relazione il nostro gruppo (3°) con un altro gruppo ben noto; ne seguirà una notevole interpretazione della geometria del piano che ha il detto gruppo come gruppo principale di trasformazioni.

« L' inviluppo del cono d'ordine n di S_{n+1} può trasformarsi per dualità

in una linea razionale normale d'ordine n, C, dell' iperpiano all'infinito di S_{n+1}: il gruppo K si muta in quello delle omografie trasformanti in sè la detta linea e quindi l' iperpiano a cui appartiene; ciascuna di queste omografie altera i volumi in un rapporto costante (è un'*affinità*) (1); il sottogruppo eccezionale α è dato dalle *affinità equivalenti* (conservanti i volumi) che trasformano in sè la data linea all' infinito; i gruppi β e γ risp. dal gruppo delle *omotetie* e delle *traslazioni* in S_{n+1}. Così l'esistenza di 3 sottogruppi eccezionali in K poteva dedursi a priori: occorreva mostrare che non vi erano in K altri sottogruppi eccezionali, e vedere come questi vengano rappresentati; effettivamente al gruppo generale delle affinità equivalenti non compete la proprietà peculiare di avere un iperpiano unito infinitamente vicino a quello all' infinito, proprietà che spetta al sottogruppo ottenuto aggiungendo come corpo la linea C. Ma nel caso in cui n è pari questa proprietà poteva riconoscersi notando che la quadrica (dell' iperpiano all' infinito) definita dalla polarità in cui un punto della C corrisponde allo S_{n-1} osculatore (2), è mutata in sè dalle omografie del gruppo, il quale può quindi considerarsi come sottogruppo del gruppo delle similitudini. Una considerazione analoga potrebbe istituirsi quando n è dispari sostituendo, come assoluto, un sistema nullo ad una quadrica; i due casi potrebbero considerarsi analiticamente sotto un aspetto comune (3).

« Daltra parte la geometria del piano che ha come gruppo principale quello delle trasformazioni del gruppo 3°, è suscettibile della seguente interpretazione.

« Si fissi nell' iperpiano all' infinito di S_{n+1} un assoluto costituito dalla linea C. Per una retta r di S_{n+1} (non all' infinito) si hanno così n iperpiani $L_1 L_2 \dots L_n$ seganti lo S_{n-1} all' infinito negli S_{n-2} osculatori alla C per il punto all' infinito della r. Due arbitrari iperpiani per la r, considerati come corrispondenti, determinano una proiettività (e l' inversa) nella forma Φ_{n-1} degli iperpiani per r, dove $L_1 \dots L_n$ sono elementi uniti; possiamo considerare gli $n-1$ invarianti assoluti di questa proiettività (o i loro logaritmi) come gli *angoli* dei due iperpiani nella forma Φ_{n-1}, nel senso che essi servono a fissare la reciproca posizione dei due iperpiani nella forma, come l'angolo di due piani nel fascio (di S_3); due iperpiani non determinano i loro angoli

(1) Per il gruppo delle affinità negli iperspazi cfr. Lie, op. c., Bd. I, S. 574.

(2) Secondo un teorema di Clifford, *On the classification of Loci* (Philosophical Transactions, 1878).

(3) Il gruppo delle similitudini di S_3 (come duale del gruppo del cono quadrico) è considerato in Clebsch-Lindemann Bd. II, S. 373; per la letteratura relativa ad esso e al sottogruppo dei movimenti oltre alla op. c. cfr. Lindemann, Math. Ann. VII S. 56: per il gruppo delle similitudini negli iperspazi cfr. Lie, op. c. . Il gruppo delle trasformazioni lineari del sistema nullo in sè è considerato in Clebsch-Lindemann, op. c. S. 373 e 389.

(per $n > 2$) finchè non è fissata la r, ma invece n iperpiani indipendenti definiscono il gruppo degli angoli formati due a due.

« *In questo senso la geometria del piano che ha come gruppo principale il nostro gruppo* 3°, *può interpretarsi come una nuova estensione della ordinaria geometria metrica euclidea* (*di* S_3) *in* S_{n+1} ».

Fisica. — *Sopra una equazione analoga a quella degli aeriformi valevole per i metalli.* — Nota del prof. Enrico Boggio Lera, presentata dal Socio Beltrami.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sull' acido Disantonoso* (1). Nota preliminare di Americo Andreocci, presentata dal Socio Cannizzaro.

« L'acido Santonoso reagisce facilmente cogli ossidanti anche se blandi; ma purtroppo con molti di questi genera delle sostanze amorfe di difficilissima purificazione; per esempio col jodio ottenni una sostanza amorfa la di cui soluzione alcoolica è di un bel verde smeraldo con fluorescenza azzurra; però i dati analitici di diversi campioni non sono d'accordo: si avvicinano alla composizione di un acido dimetil-naftochinon-propionico, ma non permettono di stabilirla con certezza.

« Per ora il cloruro ferrico è quello che ha dato migliori risultati ed ecco come operai.

« Disciolsi 100 grammi di acido Santonoso in litri 3, 5 di acido acetico (40 %) bollente, e seguitando a far bollire aggiunsi, poco, a poco, grammi 150 di cloruro ferrico disciolto in 500 cc. di acqua.

« Il liquido si colorò in rosso; dopo alcuni minuti si precipitò una sostanza cristallina, che raccolsi su filtro, lavai con acido acetico diluito e freddo ed infine purificai con ripetute cristallizzazioni dall'alcool.

« Cristallizza in aghi incolori; fonde fra 250°-50°,5 alterandosi alquanto. È insolubile nell'acqua; più solubile a caldo che a freddo nell'alcool e nell'acido acetico, ed è pochissimo solubile nell'etere. È un acido, infatti si discioglie nelle soluzioni dei carbonati alcalini a freddo.

« I dati analitici e la determinazione della grandezza molecolare mediante i metodi ebolliscopico in soluzione alcoolica e crioscopico in soluzione acetica, conducono alla formola $C^{30} H^{38} O^{6}$; dalla quale si deduce come il

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico della R. Università di Roma.

cloruro ferrico abbia condensato due molecole di acido Santonoso, mediante eliminazione di due atomi d'idrogeno, secondo questa equazione:

$$2\,C^{15}H^{20}O^3 + 2\,FeCl^3 = C^{30}H^{38}O^6 + 2\,FeCl^2 + 2\,HCl$$

« Il condensamento probabilmente è avvenuto per eliminazione dell'idrogeno dei nuclei idronaftalici similmente a quello che avviene per i nuclei benzenici nella condensazione della vaniglina $C^6H^3.CHO.OCH^3.OH$ in di-vaniglina

$$\begin{array}{l} C^6H^2.CHO.OCH^3.OH \\ | \\ C^3H^2.CHO.OCH^3.OH \end{array}$$

per mezzo dello stesso cloruro ferrico e di molti fenoli in difenoli con altri ossidandi.

« Perciò credo appropriato dare a questa nuova sostanza il nome di acido Disantonoso.

« L'etere bietilico dell'acido Disantonoso si depone cristallino quando si fa passare una corrente di acido cloridrico gassoso nella soluzione dell'acido fatta nell'alcool etilico al 95 %.

« Cristallizza in piccoli prismi lucenti; fonde a 183°.

« I dati analitici e la determinazione del peso molecolare mediante il metodo crioscopico in soluzione benzenica corrispondono per la formola

$$C^{30}H^{36}O^6(C^2H^5)^2$$

« L'etere metilico preparato collo stesso metodo dell'etilico si separa pure dalla soluzione, durante l'eterificazione, e cristallizza in piccoli prismi, incolori e lucenti che fondono a 215°.

« L'acido Disantonoso è un ossiacido poichè dà coll'anidride acetica e col cloruro di benzoilo i corrispondenti derivati acetilico, e benzoilico che per la loro grande solubilità nei solventi mi è stato finora impossibile di far cristallizzare.

« Mi riserbo lo studio di quest'acido ».

Chimica. — *Sulla costituzione dei nitrositi* [1]. Nota di Angelo Angeli, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

« In una comunicazione fatta recentemente a questa Accademia [2] ho fatto vedere come il safrolo, nelle opportune condizioni, possa addizionare una molecola di anidride nitrosa per dare una sostanza della formola empirica

$$(CH_2O_2).C_6H_3.C_3H_5.N_2O_3.$$

[1] Wallach chiama nitrositi le sostanze che si comportano in modo analogo al derivato che si ottiene dal terpinene; io preferisco invece di chiamare *nitrositi* i prodotti di addizione dell'anidride nitrosa alle olefine in genere.

[2] Questi Rendiconti 1893, vol. II, 1° sem., fasc. 7°.

« Siccome si tratta senza dubbio d'una sostanza formatasi per addizione dell'anidride nitrosa agli atomi di carbonio della catena laterale che sono riuniti per doppio legame, il nuovo composto potrà rappresentarsi con lo schema:

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.\underset{\diagdown\ \diagup\atop N_2O_3}{CH - CH_2}$$

Onde stabilire la natura di questo derivato ho ritenuto opportuno sottoporlo all'azione di alcuni reattivi, in modo di poter arrivare a quei prodotti, che sono specialmente caratteristici per i nitrositi.

« Ricorderò prima di tutto che il nitrosito del safrolo è insolubile, a freddo, nella potassa e per ebollizione con alcool si trasforma facilmente in una sostanza isomera, solubilissima negli alcali.

« A questo scopo si bolle la sostanza con alcool assoluto a bagno maria; a soluzione completa si scaccia la maggior parte dell'alcool e dal liquido giallo bruno in tal modo ottenuto, per raffreddamento, va separandosi un prodotto oleoso che lentamente si rapprende in una massa cristallina. Viene purificato nel modo più conveniente dal benzolo bollente, in cui è molto solubile.

« Questa sostanza si scioglie negli alcali e gli acidi la mettono nuovamente in libertà. Chiamerò α-nitrosito la sostanza primitiva che fonde a 130°, onde distinguerla dall'altra, isomera, che indicherò con β-nitrosito.

« È noto che alcuni composti:

$$RH.N_2O_3$$

reagiscono sopra le basi organiche NHR, per dare le cosidette nitrolamine; in questi casi essi si comportano come se loro spettasse la formola:

$$R\begin{cases} \diagup\!\!\diagup NOH \\ \diagdown O(NO) \end{cases}$$

L'α-nitrosito del safrolo possiede invece in queste reazioni un comportamento del tutto differente. Io mi sono limitato a studiare l'azione della piperidina e della fenilidrazina.

« Versando sopra il nitrosito un eccesso di piperidina, esso si scioglie facilmente con sviluppo di calore e colorando il liquido in giallo bruno. Diluendo con acqua si separa una sostanza oleosa, che dopo qualche tempo si trasforma in una massa bianca cristallina; venne purificata ricristallizzandola da benzolo ed etere petrolico. Si ottengono in tal modo aghettini quasi bianchi che fondono a 83° colorandosi in bruno. La sostanza è facilmente solubile nella maggior parte dei solventi e non possiede proprietà basiche, ovvero soltanto in grado debolissimo.

« I numeri dati dall'analisi concordano con quelli richiesti dalla formola:

$$C_{15} H_{20} N_2 O_4$$

I gr. 0,2223 di sostanza diedero gr. 0,5010 di CO_2 e gr. 0,1422 di H_2O.
II gr. 0,2537 di sostanza diedero c. c. 20,6 di azoto e 15° a 760 mm.

	trovato I	trovato II	calcolato
C	61,46	—	61,64
H	7,10	—	6,85
N	—	9,66	9,58

« L'α-nitrosito del safrolo si comporta in modo simile anche colla fenilidrazina. Mescolando il nitrosito colla soluzione alcoolica di fenilidrazina in eccesso e riscaldando per qualche istante a bagno maria si separa, per diluizione con acqua acidulata di acido acetico, una massa semisolida, che dopo qualche tempo diventa cristallina. Purificata dal benzolo si presenta in forma di aghettini appena giallognoli, che fondono a 87°. La sua composizione corrisponde a quella richiesta dalla formola:

$$C_{16} H_{17} N_3 O_4.$$

I gr. 0,2626 di sostanza diedero gr. 0,5895 di CO_2 e gr. 0,1346 di H_2O.
II gr. 0,2099 di sostanza diedero c. c. 24,3 di azoto a 16° e 762 mm.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato
C	61,22	—	60,95
H	5,69	—	5,40
N	—	13,76	13,33

« Trattato con acido solforico concentrato il nuovo composto dà una colorazione in rosso bruno.

« Interessante è il comportamento del β-nitrosito coll'acido cloridrico. Versando sopra questo composto un eccesso di acido cloridrico concentrato e riscaldando lievemente si nota sviluppo gassoso e nello stesso tempo va separandosi un olio giallognolo. Diluendo con acqua e raffreddando si separa una massa costituita da minuti cristalli.

« Il prodotto ricristallizzato dal benzolo si presenta in squame bianche, splendenti che fondono a 86°.

« I numeri dati dall'analisi conducono alla formola:

$$C_{10} H_9 NO_5.$$

gr. 0,2235 di sostanza diedero gr. 0,4404 di CO_2 e gr. 0,0852 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
C	53,74	53,81
H	4,23	4,03

« Il nuovo composto è solubile negli alcali diluiti; adoperando soluzioni alcaline concentrate si ottiene una massa bianca che però si discioglie facilmente per aggiunta di acqua; questo fatto è senza dubbio da attribuirsi all'influenza della grande massa dell'alcali sulla solubilità del sale rispettivo.

« Le soluzioni alcaline, anche abbandonate per parecchi giorni a sè stesse, separano poi per acidificazione la sostanza inalterata. Trattato con nitrito sodico ed acido solforico dà una debole colorazione gialla. La soluzione alcalina riduce facilmente il nitrato d'argento ammoniacale con formazione di specchio metallico e dà con la fenilidrazina un prodotto cristallino.

« Per ottenere quest'ultimo si discioglie la sostanza in acido acetico glaciale, vi si aggiunge un eccesso di fenilidrazina e si riscalda la soluzione per breve tempo a bagno maria.

« Diluendo con acqua si separa una materia cristallina, che purificata dal benzolo fonde a 86° e diede numeri concordanti con quelli richiesti dalla formola:

$$C_{16} H_{15} N_3 O_4.$$

gr. 0,2607 di sostanza diedero c. c. 29,5 di azoto a 15°.5 e 762 mm.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato
N	13,48	13,41

È molto probabile che si tratti di un idrazone.

« Questo composto, per azione dell'acido solforico concentrato si colora in giallognolo. Dall'idrazide prima descritta differisce soltanto per due atomi d'idrogeno in meno; anche i loro punti di fusione sono molto prossimi.

« Le reazioni ora accennate permettono di stabilire con una certa probabilità la costituzione di queste interessanti sostanze. Per maggior semplicità, incomincierò dal considerare il composto:

$$(CH_2 O_2) . C_6 H_3 . C_3 H_4 . NO_3$$

che si ottiene per azione dell'acido cloridrico sopra il β-nitrosito:

$$(CH_2 O_2) . C_6 H_3 . C_3 H_5 . N_2 O_3.$$

È assai probabile che in questa reazione si elimini in forma di idrossilamina un gruppo ossimico e di fatto il liquido acido risultante, dopo aver separato il nuovo prodotto, riduce energicamente la soluzione di Fehling.

« Una formola come

$$(CH_2 O_2) . C_6 H_3 . CH_2 . \underset{\underset{NOH}{\|}}{C} — COOH$$

si deve escludere perchè il composto è insolubile nei carbonati alcalini. D'altra parte la facilità con cui esso reagisce colla fenilidrazina, rende molto probabile che si tratti di un aldeide o di un chetone.

« Bisognerà quindi prendere in esame le seguenti formole:

$$1)\quad (CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.\underset{\displaystyle NO_2}{\underset{|}{CH}}.COH \qquad 2)\quad (CH_2O_2)C_6H_3.CH_2.CO.\underset{\displaystyle NO_2}{\underset{|}{CH_2}}$$

$$3)\quad (CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.\underset{\displaystyle O(NO)}{\underset{|}{CH}}-COH \qquad 4)\quad (CH_2O_2)C_6H_3.CH_2.CO.\underset{\displaystyle O(NO)}{\underset{|}{CH_2}}$$

« La sostanza solubile negli alcali, non viene alterata anche abbandonando le soluzioni alcaline per molti giorni a sè stesse. Le formole 3) e 4) sono quindi da escludersi, giacchè esse rappresenterebbero eteri dell'acido nitroso e che perciò, per azione degli alcali, dovrebbero venir saponificati. Le formole 1) e 2) sono quindi da preferirsi, e tenendo conto della facilità con cui il composto riduce la soluzione ammoniacale di nitrato d'argento la formola:

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.\underset{\displaystyle NO_2}{\underset{|}{CH}}.COH$$

si presenta come la più probabile.

« Essa dà anche ragione della solubilità della sostanza negli alcali; in essa vi figura infatti il gruppo

$$-CH-NO_2,$$

e dalle ricerche di V. Meyer è noto come i composti contenenti questo aggruppamento possiedano proprietà acide più o meno spiccate.

« Il β-nitrosito sarà perciò la corrispondente ossima e la sua costituzione si potrà rappresentare con lo schema

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.\underset{\displaystyle NO_2}{\underset{|}{CH}}-\underset{\displaystyle NOH}{\underset{\|}{CH}}$$

« Per i composti poi, che si formano per azione delle basi organiche sull'α-nitrosito, due sono le formole più probabili; per esempio, per il derivato che si ottiene mediante la piperidina

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH_2\underset{\displaystyle NO_2}{\underset{|}{CH}}-\underset{\displaystyle NC_5H_{10}}{\underset{|}{CH_2}} \quad \text{ovvero} \quad (CH_2O_2).C_6H_3CH_2\cdot\underset{\displaystyle NC_5H_{10}}{\underset{|}{CH}}-\underset{\displaystyle NO_2}{\underset{|}{CH_2}}$$

È notevole la differenza che esiste nel comportamento con le basi dei nitrositi che si ottengono p. e. dal terpinene e dall'isosafrolo e quello del nitrosito del safrolo.

« Indicando con $RH.N_2O_3$ i nitrositi isomeri e con NHR, la base, i composti che si ottengono dai primi (nitro-lamine) hanno la forma generale

$$R\begin{cases} \diagup\!\!\diagup NOH \\ \diagdown NR_1 \end{cases}$$

mentre quelli che si ottengono p. e. dal nitrosito del safrolo sono probabilmente della forma:

$$RH\begin{cases} NO_2 \\ NR_1 \end{cases}.$$

« Per quanto poi riguarda la costituzione dell'α-nitrosito a me sembra che la formola la quale dà meglio ragione di tutte queste metamorfosi sia la seguente:

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.CH \text{ —— } CH_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad N-O-N \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad O \text{ —— } O \end{array}$$

Essa dà ragione della sua insolubilità negli alcali e spiega assai bene anche la sua trasformazione in β-nitrosito; questa trasformazione si ridurrebbe ad una trasposizione molecolare:

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.CH \text{ —— } CH_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad N-O-N \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad O \text{ —— } O \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{l} (CH_2O_2).C_6H_3.CH_2.CH \text{ —— } CH. \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad \| \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad NO_2 \qquad NOH \end{array}$$

Evidentemente entrambi gli atomi di azoto devono essere uniti direttamente al rispettivo atomo di carbonio.

« L'anno scorso ho dimostrato come sia necessario ammettere che anche il nitrosito dell'isosafrolo possieda una struttura analoga:

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).C_6H_3.CH \text{ —— } CH.CH_3 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad N-O-N \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad O \text{ —— } O \end{array}$$

e questo specialmente in base al fatto che la sostanza per ebollizione con alcool perde facilmente una molecola di acqua per dare un prodotto cui senza dubbio spetta la costituzione:

$$\begin{array}{l} (CH_2O_2).C_6H_3.C \text{ —— } C.CH_3. \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \| \qquad\quad \| \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad NO-ON \end{array}$$

« Al nitrosito del terpinene Wallach assegna una delle due formole:

$$C_{10}H_{15}\begin{cases} NOH \\ O(NO) \end{cases} \quad \text{oppure} \quad C_{10}H_{16}\begin{cases} NO \\ O(NO) \end{cases};$$

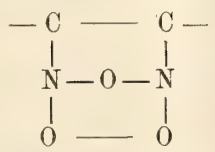
giacchè questa sostanza reagisce con le basi per dare le nitrolamine con eliminazione di acido nitroso; ma anche il nitrosito dell'isosafrolo si comporta in modo analogo, eppure con tutta probabilità contiene, in base a quanto sopra ho detto, due atomi di azoto attaccati entrambi a due atomi di carbonio. D'altra parte accettando la formola di Wallach bisognerebbe ammettere che anche gli eteri dell'acido nitroso potessero con eguale facilità reagire sulle basi organiche.

« Dal nitrosito del terpinene non è stato possibile finora di ottenerne l'isomero e nemmeno il composto anidridico (perossido di diossima), ma si sa che anche altri nitrositi, che in altre reazioni hanno un comportamento analogo, non sono in grado di eliminare una molecola d'acqua. Un esempio di questo genere è dato dal nitrosito dell'isobutenilbenzolo:

$$C_6H_5 . CH = C(CH_3)_2$$

e la ragione è facile a comprendersi.

« A me sembra dunque che tutti i nitrositi contengano l'aggruppamento:



il quale spiega in modo soddisfacente la grande facilità con cui queste sostanze possono subire le più svariate trasformazioni; in questo residuo, come si vede, la disposizione degli atomi corrisponde a quella che si suole ammettere nell'anidride nitrosa.

« Poco studiato è ancora il derivato che si ottiene dal fellandrene:

$$C_{10}H_{16} . N_2O_3$$

ma anche in questo caso bisogna ammettere che ciascuno dei due atomi di azoto sia unito ad un atomo di carbonio, giacchè per riduzione, il Pesci ha ottenuto dal nitrosito una diamina.

« Rimarchevole è infine l'influenza che la prossimità di alcuni radicali esercita sulla natura di questi composti; basta considerare le formole dei nitrositi isomeri, che si ottengono dal safrolo e dall'isosafrolo,

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . CH_2 . \underset{\underset{N_2O_3}{\diagdown\!\diagup}}{CH - CH_2} \qquad (CH_2O_2) C_6H_3 . \underset{\underset{N_2O_3}{\diagdown\!\diagup}}{CH - CH} . CH_3 ,$$

per convincersi come piccole differenze di struttura possano determinare una profonda diversità di comportamento chimico.

« Sopra questo argomento sto facendo ulteriori esperienze che mi riservo di pubblicare più tardi ».

Chimica. — *Sopra un modo di formazione del sale argentico dell'acido azotico.* Nota del dott. Angelo Angeli, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sul tetraacetiletane simmetrico.* Nota di Carlo Umberto Zanetti, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Batteriologia. — *Sopra l'azione della pressione sul fermento ellittico.* Nota di Giulio Tolomei, presentata dal Socio Blaserna.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Capellini, relatore, a nome anche del Socio Taramelli, legge una Relazione sulla Memoria del dott. G. De Angelis intitolata: *Gli antozoi terziarî della collezione Michelotti.*

Il Socio Taramelli, relatore, a nome anche del Socio Capellini, legge una Relazione sulla Memoria del prof. C. F. Parona intitolata: *La fauna fossile di Acque Fredde sulla sponda veronese del Lago di Garda.*

Ambedue le Relazioni concludono col proporre la inserzione dei lavori esaminati negli Atti dell'Accademia; e le conclusioni delle Commissioni esaminatrici, poste ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente dà annuncio della perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio straniero Ernesto Edoardo Kummer, mancato ai vivi il 14 maggio 1893. Apparteneva il defunto Socio all'Accademia sino dal 1853.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 giugno 1893.

Abetti A. — Formole e tavole per calcolare la rifrazione differenziale nelle osservazioni micrometriche. Venezia, 1893. 8°.

Id. — Osservazioni di comete e di pianetini fatte coll'equatoriale Dembowski a Padova dal febbraio 1891 al marzo 1892. Venezia, 1893. 8°.

Id. — Sul nuovo micrometro a lamine applicato all'equatoriale Dembowski. Venezia, 1893. 8°.

Arrigoni degli Oddi E. — Notizie sopra un ibrido di Lagopus Mutus e Bonasa betulina appartenente alla collezione ornitologica del cav. G. B. Camozzi-Vertova. Milano, 1892. 8°.

Id. — La Fuligula Homeyeri, Baed., ibrido nuovo per l'Italia. Milano. 1892. 8°.

Id. — La Branta Leucopsis nel Veneto. Milano, 1892. 8°.

Id. — Anomalie nel colorito del piumaggio osservate in 216 individui della mia collezione ornitologica italiana. Milano, 1893. 8°.

Id. — Note ornitologiche. Siena, 1893. 4°.

Borghini N. — Il fulmine. Proposte di modificazioni scientifico-pratiche sulla costruzione e posa dei parafulmini. Arezzo, 1893, 16°.

Choffat P. — Description de la faune jurassique du Portugal. Mollusques lamellibranches. Lisbonne, 1893. 4°.

Grandis S. — Considerazioni tecniche ed economiche sul traforo delle Alpi. Torino, 1893. 4°.

Grilli C. — Sui gonidi dei licheni. Jesi, 1893. 8°.

Helmholtz H. v. — Zusätze und Berichtigung zu dem Aufsatze: « Electromagnetische Theorie der Farbenzerstreuung ». Leipzig, 1893. 8°.

Leyst E. — Beobachtung auffallender Blitze. S. Petersburg, 1885. 8°.

Id. — Witterungs Uebersicht Nov.-Dez. 1881 und Jan 1882. S. Petersburg, 1882. 8°.

Id. — Die neue und veränderlichen Fixsterne. Dorpat, 1883. 8°.

Id. — Der erste Erbsfrost und der erste Schnee. S. Petersburg, 1881. 4°.

Id. — Untersuchungen ueber die Bodentemperatur in Königsberg. Königsberg, s. a. 4°.

Id. — Untersuchungen ueber den Einfluss der Ablesungstermine der Extrem-Thermometer auf die aus ihnen abgeleiteten Extrem-Temperaturen und Tagesmittel der Temperatur. S. Petersburg, 1889. 4°.

Id. — Ueber die Bodentemperatur in Pawlowsk. S. Petersburg, 1890. 4°.

Leyst E. — Untersuchung ueber die erdmagnetische Horizontal-intensität in der Umgegend des Observatoriums zu Pawlowsk. S. Petersburg, 1884. 4°.

Id. — Ueber die Berechnung von Temperatur-Mitteln aus Beobachtungen zu den Terminen 8 Uhr. Vm. 2 Uhr. und 8 Uhr. Vm. S. Petersburg, 1892. 4°.

Id. — Ueber den Einfluss der Temperatur des Quecksylberfadens bey gewissen Maximum-Thermometern und feuchten Psychrometer-Thermometern. S. Petersburg, 1891. 4°.

Id. — Die niedrige Temperatur des Octobers. 1881. S. Petersburg, 1881. 4°.

Id. — Fehler bei Bestimmung der Schwingungsdauer von Magneten und ihr Einfluss auf absolute Messungen der Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus. S. Petersburg, 1887. 4°.

Id. — Untersuchung ueber Nadelinclinatorien. S. Petersburg, 1887. 4°.

Id. — Katalog der Meteorolgischen Beobachtungen in Russland und Finnland. S. Petersburg, 1887. 4°.

Macchiati L, — Sulla formazione delle spore nelle Oscillariacee. Genova, 1892. 8°.

Martini T. — Intorno ai fenomeni di soprasaturazione. Nota 2ª. Venezia, 1893. 8°.

Mendenhall T. C. — Gravity research. Washington, 1892. 8°.

Nobile A. — Riflessioni sulla variazione a corto periodo. Napoli, 1893. 4°.

Pincherle S. — Applicazione alla geometria di una osservazione aritmetica. Bologna, 1893. 8°.

Id. — Considerazioni geometriche sul numero delle radici reali di un equazione algebrica. Torino, 1893. 8°.

Id. — Sull'interpolazione. Bologna, 1893. 4°.

Id. — Sur la génération de systèmes récurrentes au moyen d'une équation linéaire différentielle. Stockholm, 1891. 4°.

Spencer H. — The inadequacy of « Natural Selection ». London, 1893. 8°.

Torossi G. B. — L'embrione del boa constrictor. Vicenza, 1892. 3°.

Traverso S. — Forme lenticolari dell'argilla in Bognanco (Ossola). Genova, 1893. 8°.

Id. — Quarziti e scisti metamorfici del Sarrabus (Sardegna). Genova, 1893. 8°.

Verson — Dei prodotti cristallini che mette il baco calcinato. Torino, 1893. 8°.

Volante A. — Il IV centenario colombiano celebrato da una Diva con nuove rivelazioni mondiali, ovvero sia i poli e Dante, studio anatomico-sperimentale della Terra. Torino, 1893. 4°.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Seduta del 17 giugno 1893.

F. Brioschi Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Anatomia. — *Sulla struttura della retina degli occhi delle salpe.* Nota del Socio Todaro.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sulla integrazione delle equazioni differenziali del moto di un corpo elastico isotropo.* Nota del Corrispondente Vito Volterra.

« 1. In una Nota comunicata nella precedente seduta, ho considerato le equazioni differenziali delle vibrazioni di un corpo elastico isotropo, allorchè le componenti degli spostamenti sono indipendenti da una delle coordinate cartesiane che abbiamo chiamata z.

« Allorchè si teneva conto soltanto degli spostamenti normali all'asse z, l'equazioni differenziali stesse si scrivevano sotto la forma

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = b^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + a^2 \frac{\partial \varpi}{\partial y} \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = b^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial y} - a^2 \frac{\partial \varpi}{\partial x}, \tag{2}$$

essendo

$$\vartheta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \qquad \varpi = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$$

« Nella Nota suddetta ho stabilito delle formule le quali danno i va-

lori di u e v al vertice comune di due *coni caratteristici*, mediante i valori degli spostamenti stessi e delle loro derivate lungo una superficie qualunque inclusa entro i due coni e che limita insieme a ciascuno di essi una regione adiacente al vertice.

« Mi propongo ora di ottenere delle formule analoghe, allorchè la superficie lungo la quale sono dati i valori di u e v e delle loro derivate giace esternamente ai detti coni.

« 2. Nel campo delle tre variabili x, y, t, conduciamo un cono R di rotazione il cui asse ζ sia parallelo a t, avente il vertice nel punto x_1, y_1, t_1 e la cui apertura sia 2ϱ essendo $\operatorname{tg}\varrho > a$. Quindi mediante una superficie σ si limiti una porzione di spazio esterna al cono adiacente al vertice, e finalmente si conduca un cilindro c di rotazione di raggio ε avente per asse ζ. (Fig. I) (1).

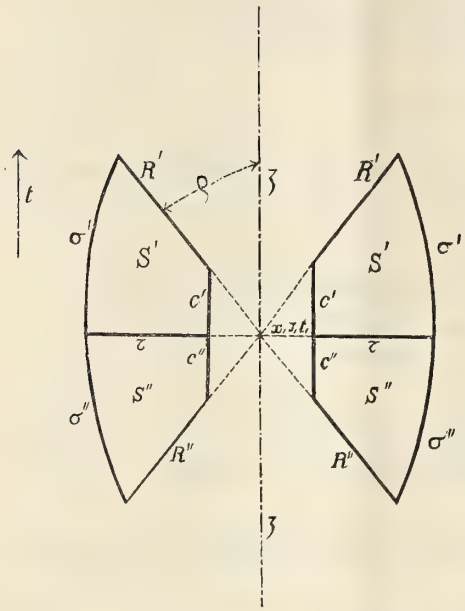


Fig. 1.

« Esaminiamo lo spazio S racchiuso entro le tre superficie σ, R, c; in esso gl'integrali (I) della Nota precedente avranno valori immaginari. Onde ridurli reali moltiplichiamoli per i; otterremo in tal modo le funzioni

$$(\mathrm{I}')\quad \begin{cases} u_1 = \sqrt{r^2 - a^2(t_1 - t)^2}\,\dfrac{y - y_1}{r^2} = \dfrac{\sqrt{r^2 - a^2(t_1 - t)^2}}{r}\operatorname{sen}\omega \\[2ex] v_1 = -\sqrt{r^2 - a^2(t_1 - t)^2}\,\dfrac{x - x_1}{r^2} = -\dfrac{\sqrt{r^2 - a^2(t_1 - t)^2}}{r}\cos\omega \end{cases}$$

che costituiranno un sistema di integrali delle (1) e (2) e i quali entro lo spazio S si conserveranno reali e regolari. Perciò potremo applicare la formula (7) della Nota citata, avvertendo di mutare il segno alle espressioni che compariscono entro i radicali, e nel medesimo tempo di cambiare il segno al secondo membro. Avremo allora

$$(3)\qquad \int_\Sigma \frac{\sqrt{r^2 - a^2(t_1 - t)^2}}{r}\Big\{\mathrm{U}\operatorname{sen}\omega - \mathrm{V}\cos\omega\Big\}\,d\Sigma =$$

$$\int_\Sigma \frac{a^2}{r\sqrt{r^2 - a^2(t_1 - t)^2}}\Big\{\Big[(t_1 - t)\cos nt\operatorname{sen}\omega - r\cos ny\Big]u -$$

$$-\Big[(t_1 - t)\cos nt\cos\omega - r\cos nx\Big]v\Big\}\,d\Sigma$$

(1) In questa figura, come pure nella successiva ciascun elemento S, σ, R, c .... è formato dall'insieme di quelli rappresentati colla stessa lettera aventi uno e due apici.

in cui per semplicità si è posto

$$\text{(II)} \qquad \begin{cases} \mathrm{U} = \dfrac{\partial u}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos nx - a^2 \varpi \cos ny \\ \mathrm{V} = \dfrac{\partial v}{\partial t} \cos nt - b^2 \vartheta \cos ny + a^2 \varpi \cos nx. \end{cases}$$

« Le osservazioni che abbiamo fatto nella Nota precedente dimostrano che la parte dell' integrale che comparisce nel secondo membro la quale è estesa al cono R è nulla; e facendo diminuire l'angolo ϱ finchè si riduca $\operatorname{tg} \varrho = a$, avremo che al limite sparirà nel primo membro la parte dell' integrale pure estesa al cono R. Osserviamo poi che sul cilindro c si ha $\cos nt = 0$, $\cos nx = \cos \omega$, $\cos ny = \operatorname{sen} \omega$, $dc = \varepsilon d\omega\, dt$, per conseguenza allorchè $\operatorname{tg} \varrho = a$, la equazione (3) diventerà

$$\int_\sigma \Bigg[\frac{\sqrt{r^2 - a^2 (t_1 - t)^2}}{r} \{ \mathrm{U} \operatorname{sen} \omega - \mathrm{V} \cos \omega \} -$$

$$- \frac{a^2}{r\sqrt{r^2 - a^2 (t_1 - t)^2}} \Big\{ \Big[(t_1 - t) \cos nt \operatorname{sen} \omega - r \cos ny \Big] u -$$

$$- \Big[(t_1 - t) \cos nt \cos \omega - r \cos nx \Big] v \Big\} \Bigg] d\sigma$$

$$= \int_c \Bigg[\frac{\sqrt{r^2 - a^2 (t_1 - t)^2}}{r} \{ \mathrm{U} \operatorname{sen} \omega - \mathrm{V} \cos \omega \} +$$

$$+ \frac{a^2}{\sqrt{r^2 - a^2 (t_1 - t)^2}} (u \operatorname{sen} \omega - v \cos \omega) \Bigg] dc =$$

$$= - a^2 \int_0^{2\pi} d\omega \int_{t_1 - \frac{\varepsilon}{a}}^{t_1 + \frac{\varepsilon}{a}} \sqrt{\varepsilon^2 - a^2 (t_1 - t)^2}\, \varpi dt +$$

$$+ a^2 \int_0^{2\pi} d\omega \int_{t_1 - \frac{\varepsilon}{a}}^{t_1 + \frac{\varepsilon}{a}} \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - a^2 (t_1 - t)^2}} (u \operatorname{sen} \omega - v \cos \omega)\, dt.$$

« Quindi facendo tendere ε verso zero, l'ultimo membro va a zero.

« Si può dunque concludere:

« Essendo s_a una superficie che limita una porzione di

spazio esterna al cono A (considerato nella precedente Nota) ed adiacente al vertice, abbiamo. (Vedi Fig. 2)

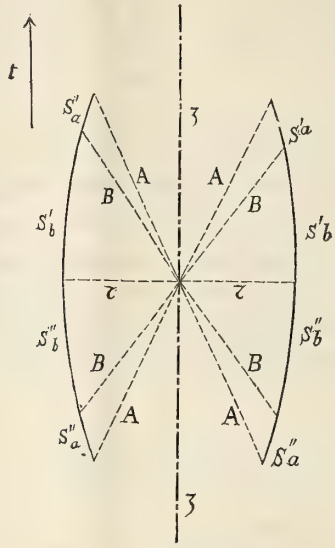


Fig. 2.

$$\text{(III)} \qquad \int_{s_a} \Bigg[\frac{\sqrt{r^2 - a^2 (t_1 - t)^2}}{r^2} \Big\{ \mathrm{U}\,(y - y_1) - \mathrm{V}\,(x - x_1) \Big\} -$$

$$- \frac{a^2}{r^2 \sqrt{r^2 - a^2 (t_1 - t)^2}} \Big\{ \Big[(t_1 - t)\,(y - y_1) \cos nt - r^2 \cos ny \Big] u -$$

$$- \Big[(t_1 - t)\,(x - x_1) \cos nt - r^2 \cos nx \Big] v \Big\} \Bigg] ds_a = 0.$$

« Analogamente partendo dagli integrali

$$\text{(IV)} \quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{\sqrt{r^2 - b^2 (t_1 - t)^2}}{r^2} (x - x_1) = \dfrac{\sqrt{r^2 - b^2 (t_1 - t)^2}}{r} \cos \omega \\ v_1 = \dfrac{\sqrt{r^2 - b^2 (t_1 - t)^2}}{r^2} (y - y_1) = \dfrac{\sqrt{r^2 - b^2 (t_1 - t)^2}}{r} \operatorname{sen} \omega \end{cases}$$

delle equazioni (1) e (2) si giungerebbe al seguente resultato:

« Se s_b è la porzione di s_a esterna al cono B (considerato nella Nota precedente) si avrà:

$$\text{(III')} \qquad \int_{s_b} \Bigg[\frac{\sqrt{r^2 - b^2 (t_1 - t)^2}}{r^2} \Big\{ \mathrm{U}\,(x - x_1) + \mathrm{V}\,(y - y_1) \Big\} -$$

$$- \frac{b^2}{r^2 \sqrt{r^2 - b^2 (t_1 - t)^2}} \Big\{ \Big[(t_1 - t)\,(x - x_1) \cos nt - r^2 \cos nx \Big] u +$$

$$+ \Big[(t_1 - t)\,(y - y_1) \cos nt - r^2 \cos ny \Big] v \Big\} \Bigg] ds_b = 0\,.$$

« Le due formule (III) e (III') che abbiamo trovato stabiliscono delle relazioni a cui debbono soddisfare le funzioni u, v e le loro derivate lungo le superficie s_a, s_b, e sono le analoghe della equazione (23) della Nota *Sulle onde cilindriche nei mezzi isotropi* (1).

« 3. Passiamo ora a stabilire le formule risolutive della questione propostaci.

« Si ponga

$$\xi = \sqrt{1-\theta^2}\,(\log(1-\theta^2) - 1 + \log r) + \theta \operatorname{arco\,sen}\theta =$$
$$= \sqrt{1-\theta^2}\log\left(\frac{1-\theta^2}{e}\,r\right) + \theta \operatorname{arco\,sen}\theta\,,$$

in cui per arco sen θ si prende un valore compreso fra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$.

« È facile verificare che, essendo c una costante arbitraria,

$$\text{(V)}\quad \begin{cases} u_1 = (\xi + c\theta)\dfrac{y-y_1}{r} = (\xi + c\theta)\operatorname{sen}\omega\,, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \theta = \dfrac{a(t-t_1)}{r} \\ v_1 = -(\xi + c\theta)\dfrac{x-x_1}{r} = -(\xi + c\theta)\cos\omega\,, \end{cases}$$

$$\text{(VI)}\quad \begin{cases} u_1 = (\xi + c\theta)\dfrac{x-x_1}{r} = (\xi + c\theta)\cos\omega\,, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \theta = \dfrac{b(t-t_1)}{r} \\ v_1 = (\xi + c\theta)\dfrac{y-y_1}{r} = (\xi + c\theta)\operatorname{sen}\omega\,, \end{cases}$$

formano due sistemi di integrali delle equazioni (1) e (2). Il primo di essi si conserva reale finchè ci manteniamo nello spazio esterno al cono A, ed il secondo finchè siamo esternamente a B.

« Ciò premesso prendiamo a considerare il campo S rappresentato nella fig. 1, e conduciamo il piano τ avente per equazione $t = t_1$. Esso dividerà lo spazio S in due parti in una delle quali (che denoteremo con S') i punti hanno una coordinata t maggiore di t_1, mentre nell'altra (che indicheremo con S'') la coordinata t dei punti è inferiore a t_1.

« Le parti di σ, R, c che appartengono al contorno di S' le distingueremo ponendo un apice alle lettere stesse; mentre porremo due apici per indicare le parti delle stesse superficie che limitano S''.

« 4. Riprendiamo ora la formola (5) della precedente Nota ed applichiamola al campo S' prendendo per funzioni u_1 e v_1 le (V).

(1) V. Rendiconti. Vol. I, 2° sem, serie 5ª, fasc. 8.

« Cominciamo dal calcolare i valori di ϑ_1, ϖ_1, $\frac{\partial u_1}{\partial t}$, $\frac{\partial v_1}{\partial t}$ corrispondenti. Avremo

$$\begin{cases} \vartheta_1 = 0 \\ \varpi_1 = \dfrac{1}{r\sqrt{1-\theta^2}}\left(\log(1-\theta^2)+\log r\right) \\ \dfrac{\partial u_1}{\partial t} = \left[-\dfrac{\theta}{\sqrt{1-\theta^2}}\left(\log(1-\theta^2)+\log r\right)+\text{arco sen}\,\theta+c\right]\dfrac{a}{r}\dfrac{y-y_1}{r} \\ \dfrac{\partial v_1}{\partial t} = -\left[-\dfrac{\theta}{\sqrt{1-\theta^2}}\left(\log(1-\theta^2)+\log r\right)+\text{arco sen}\,\theta+c\right]\dfrac{a}{r}\dfrac{x-x_1}{r}. \end{cases}$$

« Perciò la (5) della Nota precedente in questo caso diventerà

$$\int_\Sigma \Pi d\Sigma = 0 \tag{4}$$

quando si prenda

$$\Pi = (\xi + c\theta)\left\{\text{U sen}\,\omega - \text{V cos}\,\omega\right\} -$$

$$-\frac{\left(\log(1-\theta^2)+\log r\right)a}{r\sqrt{1-\theta^2}}\left\{u\left[-\theta\,\text{sen}\,\omega\cos nt - a\cos ny\right]+\right.$$

$$\left.+\,v\left[\theta\cos\omega\cos nt + a\cos nx\right]\right\} -$$

$$-\frac{a}{r}\left(\text{arco sen}\,\theta + c\right)\left\{u\,\text{sen}\,\omega - v\cos\omega\right\}\cos nt.$$

« Il contorno Σ è formato da σ', dalle parti di R′ e di τ esterne al cilindro c', e finalmente da quest'ultimo cilindro c'.

« Sulla falda R′ del cono R abbiamo

$$\theta = \frac{a}{\text{tg}\,\varrho}\,,\quad \cos nt = -\,\text{sen}\,\varrho\,,$$

quindi il valore di Π nei punti del cono R′ risulta il seguente

$$\Pi_{R'} = \left\{\sqrt{1-\frac{a^2}{\text{tg}^2\varrho}}\left(\log\left(1-\frac{a^2}{\text{tg}^2\varrho}\right)-1+\log r\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{a}{\text{tg}\,\varrho}\left(\text{arco sen}\frac{a}{\text{tg}\,\varrho}+c\right)\right\}\left\{\text{U sen}\,\omega - \text{V cos}\,\omega\right\} -$$

$$-\frac{\left(\log\left(1-\frac{a^2}{\text{tg}^2\varrho}\right)+\log r\right)a^2}{r\sqrt{1-\frac{a^2}{\text{tg}^2\varrho}}}\left\{u\left[\text{sen}\,\omega\cos\varrho - \cos ny\right]+\right.$$

$$\left.+\,v\left[-\cos\omega\cos\varrho+\cos nx\right]\right\}+\frac{a}{r}\left(\text{arco sen}\frac{a}{\text{tg}\,\varrho}+c\right)(u\,\text{sen}\,\omega - v\cos\omega).$$

« Osserviamo ora che sopra R′

$$\cos ny = \operatorname{sen}\omega \cos\varrho\,,\ \cos nx = \cos\omega\cos\varrho\,,$$

quindi, togliendo i termini che si annullano, la espressione precedente diventerà

$$\Pi_{R'} = \sqrt{1-\frac{a^2}{\operatorname{tg}^2\varrho}}\left[\log\left(1-\frac{a^2}{\operatorname{tg}^2\varrho}\right)-1+\log r\right][\mathrm{U}\operatorname{sen}\omega-\mathrm{V}\cos\omega]+$$

$$+a\left(\operatorname{arco\,sen}\frac{a}{\operatorname{tg}\varrho}+c\right)\left\{\frac{a}{\operatorname{tg}\varrho}[\mathrm{U}\operatorname{sen}\omega-\mathrm{V}\cos\omega]+\frac{1}{r}(u\operatorname{sen}\omega-v\cos\omega)\right\}.$$

« Diminuiamo ora l'angolo ϱ finchè si abbia

$$\operatorname{tg}\varrho = a\,, \tag{5}$$

allora basterà prendere la costante arbitraria $c=-\frac{\pi}{2}$, perchè $\Pi_{R'}$, si annulli al limite.

« Perciò quando si suppone soddisfatta la (5) dovremo estendere nella (4) la integrazione a σ' a c' e a τ soltanto.

« Sopra c' abbiamo

$$\theta = \frac{a(t-t_1)}{\varepsilon}\,,$$

$$\cos nt = 0\,,\ \cos nx = \cos\omega\,,\ \cos ny = \operatorname{sen}\omega\,,$$

quindi nei punti del cilindro c', Π assumerà la forma

$$\Pi_{c'} = -\left[\sqrt{1-\frac{a^2(t_1-t)^2}{\varepsilon^2}}\left(\log\left(1-\frac{a^2(t_1-t)^2}{\varepsilon^2}\right)-1+\log\varepsilon\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{a(t-t_1)}{\varepsilon}\left(\operatorname{arco\ sen}\frac{a(t-t_1)}{\varepsilon}+c\right)\right]a^2\varpi+$$

$$+\frac{\left(\log\left(1-\frac{a^2(t-t_1)^2}{\varepsilon^2}\right)+\log\varepsilon\right)a^2}{\varepsilon\sqrt{1-\frac{a^2(t-t_1)^2}{\varepsilon^2}}}(u\operatorname{sen}\omega-v\cos\omega)\,.$$

« Ma sopra c' si ha

$$dc' = d\Sigma = \varepsilon\, d\omega\, dt$$

quindi ponendo

$$\frac{a(t-t_1)}{\varepsilon}=\eta\quad,\quad dt=\frac{\varepsilon}{a}d\eta$$

avremo che la parte dell'integrale (4) estesa a c' potrà scriversi

$$\int_{c'}\Pi_{c'}\,dc' = \frac{\varepsilon}{a}\int_0^{2\pi}d\omega\int_0^1\left\{-\left[\sqrt{1-\eta^2}\left(\log(1-\eta^2)-1\right)+\right.\right.$$

$$\left.+\eta(\operatorname{arco\,sen}\eta+c)\right]\varepsilon a^2\varpi+$$

$$\left.+\frac{\log(1-\eta^2)}{\sqrt{1-\eta^2}}a^2(u\operatorname{sen}\omega-v\cos\omega)\right\}d\eta-a\varepsilon\log\varepsilon\int_0^{2\pi}d\omega\int_0^1\left\{-\varepsilon\sqrt{1-\eta^2}\,\varpi+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}}(u\operatorname{sen}\omega-v\cos\omega)\right\}d\eta.$$

« Di qui si vede che facendo impiccolire indefinitamente ε, l'integrale esteso al cilindro c' tende verso zero, e per conseguenza nella (4) potremo prendere per campo d'integrazione la superficie σ' e il piano τ. Sopra questo si ha

$$\cos nx = \cos ny = 0\,, \quad \cos nt = 1\,, \quad \theta = 0$$

onde, essendo $c = -\frac{\pi}{2}$ avremo che il valoro di Π corrispondente ai punti di τ sarà

$$\Pi_\tau = (\log r - 1)\left(\frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{sen}\omega - \frac{\partial v}{\partial t}\cos\omega\right) + \frac{\pi}{2}\frac{a}{r}(u\operatorname{sen}\omega - v\cos\omega).$$

« Se dunque chiamiamo $\Pi'_{\sigma'}$ il valore di Π sopra la superficie σ', otterremo la formula

$$(6') \qquad \int_{\sigma'} \Pi'_{\sigma'}\, d\sigma' = \int_\tau \Big[(\log r - 1)\left(\frac{\partial v}{\partial t}\cos\omega - \frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{sen}\omega\right) + \\ + \frac{\pi}{2}\frac{a}{r}(v\cos\omega - u\operatorname{sen}\omega)\Big]\, d\tau.$$

« 5. Analogamente consideriamo lo spazio S'' ed applichiamo lo stesso calcolo, Prendendo questa volta $c = \frac{\pi}{2}$, e chiamando $\Pi''_{\sigma''}$ il valore corrispondente di Π sopra σ'', avremo

$$(6'') \qquad \int_{\sigma''} \Pi''_{\sigma''}\, d\sigma'' = -\int_\tau \Big[(\log r - 1)\left(\frac{\partial v}{\partial t}\cos\omega - \frac{\partial u}{\partial t}\operatorname{sen}\omega\right) + \\ + \frac{\pi}{2}\frac{a}{r}(v\cos\omega - u\operatorname{sen}\omega)\Big]\, d\tau.$$

« Sommando le (6') e (6'') avremo dunque

$$(6) \qquad \int_{\sigma'} \Pi'_{\sigma'}\, d\sigma' + \int_{\sigma''} \Pi''_{\sigma''}\, d\sigma'' = \pi a \int_\tau \frac{1}{r}(v\cos\omega - u\operatorname{sen}\omega)\, d\tau.$$

« Osserviamo che

$$\frac{\partial \log r}{\partial x_1} = -\frac{1}{r}\cos\omega\,, \quad \frac{\partial \log r}{\partial y_1} = -\frac{1}{r}\operatorname{sen}\omega$$

quindi il secondo membro della equazione precedente potrà scriversi

$$\pi a\left[\frac{\partial}{\partial y_1}\int_\tau u\log r\, d\tau - \frac{\partial}{\partial x_1}\int_\tau v\log r\, d\tau\right].$$

« Per conseguenza (Vedi fig. 2) essendo s_a la solita superficie esterna al cono A che limita una porzione di spazio adia-

cente al vertice, e s'_a, s''_a le due parti di essa divise dal piano τ, posto

$$
\begin{aligned}
(a)\quad \Phi_a = \frac{1}{a}\int_{s_a}\Bigg\{ & \sqrt{1-\frac{a^2(t-t_1)^2}{r^2}}\,\log\left(\frac{r^2-a^2(t-t_1)^2}{er}\right)\left(\mathrm{U}\frac{y-y_1}{r}-\mathrm{V}\frac{x-x_1}{r}\right)+\\
& +\log\left(\frac{r^2-a^2(t-t_1)^2}{r}\right)\frac{a^2}{\sqrt{r^2-a^2(t-t_1)^2}}\Bigg[u\left(\frac{t-t_1}{r}\,\frac{x-x_1}{r}\cos nt+\right.\\
& \left.+\cos ny\right)-v\left(\frac{t-t_1}{r}\,\frac{x-x_1}{r}\cos nt+\cos nx\right)\Bigg]\Bigg\}\,ds_a+\\
& +\int_{s_a}\Bigg\{\frac{t-t_1}{r}\,\text{arco sen}\left(\frac{a(t-t_1)}{r}\right)\left(\mathrm{U}\,\frac{y-y_1}{r}-\mathrm{V}\,\frac{x-x_1}{r}\right)-\\
& -\frac{1}{r}\,\text{arco sen}\left(\frac{a(t-t_1)}{r}\right)\left(u\frac{y-y_1}{r}-v\,\frac{x-x_1}{r}\right)\cos nt\Bigg\}\,ds_a-\\
-\frac{\pi}{2}\Bigg\{\int_{s'_a}\Bigg[& \frac{t-t_1}{r}\left\{\mathrm{U}\frac{y-y_1}{r}-\mathrm{V}\frac{x-x_1}{r}\right\}-\frac{1}{r}\left(u\frac{y-y_1}{r}-v\frac{x-x_1}{r}\right)\cos nt\Bigg]ds'_a-\\
-\int_{s''_a}\Bigg[& \frac{t-t_1}{r}\left\{\mathrm{U}\frac{y-y_1}{r}-\mathrm{V}\frac{x-x_1}{r}\right\}-\frac{1}{r}\left(u\frac{y-y_1}{r}-v\frac{x-x_1}{r}\right)\cos nt\Bigg]ds''_a\Bigg\}
\end{aligned}
$$

avremo

$$
(7)\qquad \Phi_a = \pi\left[\frac{\partial}{\partial y_1}\int_\tau u\log r\,d\tau-\frac{\partial}{\partial x_1}\int_\tau v\log r\,d\tau\right].
$$

« In modo analogo possiamo operare partendo dagli integrali (VI) e si giunge allora alla seguente conclusione:

« Se s_b è la porzione di s_a inclusa nella parte esterna al cono B e s'_b, s''_b sono le due parti in cui essa viene divisa dal piano τ, posto

$$
\begin{aligned}
(b)\quad \Phi_b = \frac{1}{b}\int_{s_b}\Bigg\{ & \sqrt{1-\frac{b^2(t-t_1)^2}{r^2}}\,\log\left(\frac{r^2-b^2(t-t_1)^2}{er}\right)\left(\mathrm{U}\frac{x-x_1}{r}+\mathrm{V}\frac{y-y_1}{r}\right)+\\
& +\log\left(\frac{r^2-b^2(t-t_1)^2}{r}\right)\frac{b^2}{\sqrt{r^2-b^2(t-t_1)^2}}\Bigg[\left(\frac{t-t_1}{r}\,\frac{x-x_1}{r}\cos nt+\right.\\
& \left.+\cos nx\right)u+\left(\frac{t-t_1}{r}\,\frac{y-y_1}{r}\cos nt+\cos ny\right)v\Bigg]\Bigg\}\,ds_b+\\
& +\int_{s_b}\Bigg\{\frac{t-t_1}{r}\,\text{arco sen}\left(\frac{b(t-t_1)}{r}\right)\left(\mathrm{U}\,\frac{x-x_1}{r}+\mathrm{V}\,\frac{y-y_1}{r}\right)-\\
& -\frac{1}{r}\,\text{arco sen}\left(\frac{b(t-t_1)}{r}\right)\left(u\frac{x-x_1}{r}+v\,\frac{y-y_1}{r}\right)\cos nt\Bigg\}\,ds_b-\\
-\frac{\pi}{2}\Bigg\{\int_{s'_b}\Bigg\{ & \frac{t-t_1}{r}\left(\mathrm{U}\,\frac{x-x_1}{r}+\mathrm{V}\frac{y-y_1}{r}\right)-\frac{1}{r}\left(u\frac{x-x_1}{r}+v\frac{y-y_1}{r}\right)\cos nt\Bigg\}\,ds'_b-\\
-\int_{s''_b}\Bigg\{ & \frac{t-t_1}{r}\left(\mathrm{U}\,\frac{x-x_1}{r}+\mathrm{V}\frac{y-y_1}{r}\right)-\frac{1}{r}\left(u\frac{x-x_1}{r}+v\frac{y-y_1}{r}\right)\cos nt\Bigg\}\,ds''_b\Bigg\},
\end{aligned}
$$

si ha

$$\Phi_b = \pi \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \int_\tau u \log r \, d\tau + \frac{\partial}{\partial y_1} \int_\tau v \log r \, d\tau \right]. \tag{8}$$

« 7. Dalle (7) e (8) segue immediatamente

$$\frac{\partial \Phi_b}{\partial x_1} + \frac{\partial \Phi_a}{\partial y_1} = \pi \Delta^2 \int_\tau u \log r \, d\tau$$

$$\frac{\partial \Phi_b}{\partial y_1} - \frac{\partial \Phi_a}{\partial x_1} = \pi \Delta^2 \int_\tau v \log r \, d\tau$$

in cui si è posto per brevità

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2}.$$

« Ma per un noto teorema sui potenziali logaritmici

$$\Delta^2 \int_\tau u \log r \, d\tau = 2\pi \, u \, (x_1, y_1, t_1)$$

$$\Delta^2 \int_\tau v \log r \, d\tau = 2\pi \, v \, (x_1, y_1, t_1)$$

quindi

$$\left\{ \begin{aligned} u \, (x_1, y_1, t_1) &= \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{\partial \Phi_b}{\partial x_1} + \frac{\partial \Phi_a}{\partial y_1} \right] \\ v \, (x_1, y_1, t_1) &= \frac{1}{2\pi^2} \left[\frac{\partial \Phi_b}{\partial y_1} - \frac{\partial \Phi_a}{\partial x_1} \right]. \end{aligned} \right. \tag{9}$$

« Sono queste le formule cercate, esse sono le analoghe della formula (27) della Nota già citata *Sulle onde cilindriche nei mezzi isotropi* ».

Errata-Corrige relativa alla Nota: *Sulle onde cilindriche nei mezzi isotropi.* (vol. I, 2° sem., serie 5ª, fasc. 8°).

Nelle pag. 276 e 277 ogni qualvolta comparisce il binomio $\frac{\partial t}{\partial n} + \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n}$, deve sostituirsi invece l'altro $\frac{\partial t}{\partial t} + \frac{t - t_1}{r} \frac{\partial r}{\partial n}$.

Chimica. — *Fluossimolibdato e fluossipomolibdato talloso.* Nota del Corrispondente F. Mauro.

Questa Nota verrà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Matematica. — *Una questione sulla linearità dei sistemi di curve appartenenti ad una superficie algebrica.* Nota di Federigo Enriques, presentata dal Socio Cremona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sopra una equazione analoga a quella degli aeriformi valevole per i metalli* [1]. Nota del prof. ENRICO BOGGIO-LERA, presentata dal Socio BELTRAMI.

« Per un noto teorema di Clausius, se m è la massa delle molecole d'un corpo solido, v la velocità corrispondente alla forza viva molecolare media, r la distanza di due molecole, $\varphi(r)$ la forza esercitantesi fra di esse, si ha:

$$\Sigma \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \Sigma r \varphi(r)$$

le somme essendo estese a tutto il corpo.

« Se ora noi indichiamo con M la massa del corpo, con V il suo volume, K il calore specifico assoluto, T la temperatura assoluta, E l'equivalente dinamico della calorìa, N il numero di molecole nell'unità di volume, $N^{-\frac{1}{3}}$ la distanza media delle molecole, ψ la forza media esercitata sopra una molecola dalle altre molecole, l'equazione di Clausius potrà mettersi sotto la forma

$$MKTE = N . N^{-\frac{1}{3}} . \psi . V;$$

e ponendo

$$N^{\frac{2}{3}} \psi = H, \qquad (A)$$

si potrà anche scrivere:

$$\frac{MKTE}{V} = H \qquad (B)$$

« Il primo membro di questa rappresenta l'energia cinetica molecolare del corpo per unità di volume, il secondo come indica la (A), essendo $N^{\frac{2}{3}}$ il numero di molecole per unità di superficie, rappresenta la forza d'attrazione molecolare per unità di superficie, e quindi è omogeneo col primo. L'equazione (B) è dunque simile per la forma all'equazione dei gas perfetti.

« Volendo accertare se essa abbia realmente un significato analogo, conviene trovare il significato di H. Confrontiamo a tal fine l'energia cinetica per unità di volume dei metalli con il loro coefficiente di rottura. Volendo utilizzare i valori numerici trovati da Wertheim, notiamo ch'egli prese per unità di forza il chilogrammo, e per unità di superficie il millimetro quadrato; così che noi dovremo esprimere il volume in millimetri cubici, e l'energia in chilogrammo-millimetri.

« Ciò posto e ricordando che il calore specifico assoluto dell'idrogeno è 2, 4 piccole calorie per grammo, indicando con p il peso molecolare di un

[1] Lavoro eseguito nel Regio Istituto Tecnico di Catania, giugno 1893.

metallo relativamente all'idrogeno, il calore specifico assoluto sarà espresso per questo metallo da $\frac{2,4}{p}$ per grammo, e indicando con d la densità, da $\frac{2,4 \times d}{p}$ per c^3, e quindi da

$$\frac{2,4 \times d}{1000 \times p} \text{ piccole cal}^{\text{rie}} \text{ per } mm^3 .$$

« D'altro canto una piccola caloria è uguale a 0,427 chilogrammetri, ossia a 427 chg.-millimetri; dunque l'energia cinetica di quel metallo per ogni grado di temperatura sarà:

$$\frac{2,4 \times 427 \times d}{1000 \times p} \text{ chg-millimetri per } mm^3$$

e per la temperatura assoluta T = 291 corrispondente ai 18° C. ai quali Wertheim faceva le sue esperienze, sarà:

$$\frac{2,4 \times 427 \times 291 \times d}{1000 \times p} \text{ chg-millimetri per } mm^3 .$$

« E se conformemente alle nostre formole (A) e (B) quest'energia per unità di volume, misura la forza d'attrazione molecolare per unità di superficie, questa sarà espressa da

$$\frac{2,4 \times 427 \times 291 \times d}{1000 \times p} \text{ chilogrammi per } mm^2 . \qquad (C)$$

« La seguente tabella contiene le densità d dei metalli crudi sui quali Wertheim eseguì i suoi celebri esperimenti, i rispettivi coefficienti di rottura da esso determinati in chg. per mm^2, ed i valori calcolati per H mediante l'espressione (C)

	d	R	H
Oro	18,51	28,40	28,02
Argento	10,37	29,60	28,63
Zinco	7,008	15,77	32,06
Rame	8,933	41,00	42,02
Platino	21,27	35,00	32,13
Ferro	7,748	65,10	41,26
Palladio	11,36	27,20	31,78

« Questa tabella mostra che i valori di R ed H sono prossimamente uguali, salvo per il ferro e lo zinco.

« Ma in quanto al ferro, io osservo che come lo stesso Wertheim ebbe a riconoscere dall'analisi, il suo campione conteneva solamente 97 parti per

100 di ferro e 3 parti di carbone e silicio; e sapendosi come anche piccolissime quantità di queste sostanze influiscono notevolmente sulla tenacità del ferro, io credo che possa attribuirsi a questa circostanza la superiorità di R rispetto ad H che si verifica per questo metallo. In quanto poi allo zinco, è facile vedere che esso non forma punto eccezione, se si ammette che anche le molecole di zinco solido, come è noto per quelle di vapore di zinco, siano costituite da un solo atomo. Infatti in tale ipotesi, il calore specifico assoluto dello zinco non verrà dato da $\frac{2,4}{p}$ come per gli altri metalli pei quali si ammettono generalmente come per l'idrogeno molecole biatomiche, bensì verrà dato da $\frac{2,4}{2p}$, e per conseguenza prendendo questo valore, risulta per lo zinco

$$H = 16,03$$

numero concordantissimo con 15,77. Possiamo quindi concludere che senza eccezione:

« Il coefficiente di rottura dei metalli crudi, risulta uguale all'energia cinetica molecolare per unità di volume e che sussiste pei metalli crudi la relazione

$$MKTE = RV$$

fra il volume, la temperatura, e il coefficiente di rottura, e il calore specifico assoluto.

« Osservando poi che la (B) si può anche mettere sotto la forma:

$$R = 2,4\,N\,.\,h\,.\,E\,.\,T$$

indicando con h la massa dalla molecola d'idrogeno, possiamo dire ancora che: purchè la temperatura non sia tale da togliere ai metalli le proprietà loro conferite dall'incrudimento, il coefficiente di rottura è proporzionale al numero di molecole contenute nell'unità di volume, ed alla temperatura assoluta.

« Credo che questa deduzione del coefficiente di rottura sia una conferma sicura dell'ipotesi di Clausius intorno alla indipendenza del calore specifico assoluto dallo stato fisico; cosicchè il calore specifico assoluto dei corpi riesce definitivamente determinato dal rapporto del numero 2,4 al peso molecolare riferito all'idrogeno.

« Il signor Moutier [1] ha dimostrato che fra il modulo di elasticità v, il calore specifico assoluto, la massa, il volume e la temperatura assoluta, passa la relazione:

$$\frac{1}{2}v = \frac{2MKE}{\frac{\partial V}{\partial T}} \qquad (a)$$

[1] Comptes rendus, 1870, tome LXX, pag. 1315.

« Ora dalla mia relazione

$$MKTE = RV$$

si deduce

$$MKE = R\frac{\partial V}{\partial T} + V\frac{\partial R}{\partial T},$$

e quindi:

$$\frac{2MKE}{\frac{\partial V}{\partial T}} = 2\frac{\frac{\partial R}{\partial T}}{\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}} + 2R.$$

« Onde sostituendo nella (a):

$$\frac{1}{2}v = 2\frac{\frac{\partial R}{\partial T}}{\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}} + 2R;$$

da cui ponendo:

$$\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T} = \alpha$$

ossia indicando con α il coefficiente di dilatazione cubica, si ha:

$$\alpha v = 4\frac{\partial R}{\partial T} + 4R\alpha$$

donde si ottiene:

$$\frac{\partial R}{\partial T} = \frac{1}{4}\left\{v - 4R\right\}\alpha \qquad (b)$$

« D'altra parte dalla medesima mia relazione si ha direttamente:

$$\frac{MKE}{RV} = \frac{1}{T} = \frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial T} + \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}$$

e perciò:

$$\frac{\partial R}{\partial T} = R\left\{\frac{1}{T} - \alpha\right\}$$

« Quindi da questa e dalla (b), si ricava:

$$\alpha = 4\frac{R}{v}\frac{1}{T},$$

ovvero ancora indicando con λ il coefficiente di dilatazione lineare:

$$\lambda = \frac{4}{3}\cdot\frac{R}{v}\cdot\frac{1}{T}.$$

« Siccome $\frac{R}{v}$ rappresenta il massimo allungamento che può subire alla temperatura T, per trazione, un prisma dell'unità di lunghezza e dell'unità di sezione, così possiamo dire che:

« Il coefficiente di dilatazione lineare dei metalli crudi è uguale a $^4/_3$ del prodotto del massimo allungamento che

possono subire per trazione, prismi dell'unità di lunghezza e di sezione, per l'inversa della temperatura assoluta.

« La seguente tabella contiene i valori desunti dalla (c) per i coefficienti di dilatazione lineare alla temperatura assoluta $T = 291$, corrispondente ai 18° C. delle esperienze su R ed v di Vertheim; ed i coefficienti di dilatazione lineare alla stessa temperatura calcolati mediante i coefficienti di t e di t^2 forniti da Fizeau:

	R	v	λ dalla formula	λ dall'esperienza
Oro	28,40	8131	160×10^{-7}	142×10^{-7}
Argento	29,60	7274	186 »	187 »
Rame	41,00	12449	151 »	161 »
Platino	35,00	17044	94 »	88 »
Palladio	27,20	11759	114 »	114 »

« Se si ha riguardo alla circostanza che R e v, ed i coefficienti di dilatazione sperimentali non sono stati determinati sui medesimi campioni, l'accordo fra l'esperienza e le teoria è molto soddisfacente, e quindi possiamo ritenere la nostra (c) come confermata ».

Fisica. — *Sul potere induttore specifico dei corpi e sulle costanti della rifrazione della luce.* Nota di STEFANO PAGLIANI, presentata dal Socio CANNIZZARO.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Descrizione di alcuni nuovi metodi molto sensibili per la misura delle pressioni.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica — *Sul tetraacetiletane simmetrico.* Nota di CARLO UMBERTO ZANETTI, presentata a nome del Corrispondente CIAMICIAN.

« In una precedente comunicazione (1) ho accennato che, per azione del jodio sul composto sodico dell'acetilacetone, si forma un prodotto che fonde a 186°-187°, il quale poteva essere il tetraacetiletane. Lo studio ulteriore di questa sostanza confermò la mia supposizione e nella presente Nota pubblico i risultati delle mie esperienze.

Tetraacetiletane (diacetilacetonilacetone).

« Questo composto (che adottando la nomenclatura proposta dal congresso di Ginevra si dovrebbe chiamare 3-4-dietanoil-2-5-esandione) si ottiene in modo analogo a quello indicato da Harrow (2) per preparare l'etere diacetilsuccinico dall'etere sodio acetacetico.

« Gr. 10 di sodioacetilacetone vennero introdotti in un pallone con la quantità di etere anidro necessaria per farne una poltiglia un po' fluida, e per mezzo di un imbuto a robinetto, feci cadere goccia a goccia su questa una soluzione eterea di jodio in quantità calcolata. L'aggiunta di jodio deve farsi assai lentamente, evitando che la massa si riscaldi, altrimenti il liquido si colora in rosso bruno e si ottengono in quantità rilevanti prodotti resinosi.

« Finita la reazione, si separa l'etere dal prodotto solido filtrando alla pompa. La parte solida si lava con etere, si asciuga fra carta e si tratta con acqua; il joduro sodico formatosi passa in soluzione, mentre rimane indisciolto il prodotto della reazione, il quale è sempre colorato per un leggero eccesso di jodio, che si toglie aggiungendo al liquido acquoso una soluzione di acido solforoso. La sostanza così ottenuta è leggermente colorata in giallo, e si presenta in forma di minutissimi cristalli che vengono purificati cristallizzandoli dall'acido acetico concentrato bollente; è necessario di non insistere troppo nell'ebollizione con l'acido acetico, altrimenti per eliminazione d'acqua il prodotto si trasforma parzialmente nel derivato furanico.

« Dalle soluzioni acetiche bollenti il nuovo corpo si depone per raffreddamento in bellissimi cristalli a tramoggia, che fondono a 187° in un liquido giallognolo. Seccato nel vuoto sull'acido solforico, dette numeri che confermano la formula da me già stabilita in una precedente comunicazione:

$$C_{10}\ H_{14}\ O_4$$

gr. 0,1586 di sostanza dettero gr. 0,3504 di CO_2 e gr. 0,1022 di H_2O.

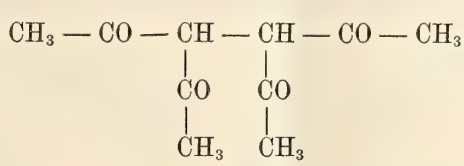
(1) R. Acc. Lincei, Vol. II, 1° sem., pag. 327, anno 1893.
(2) Lieb. Ann. 201 pag. 144.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C_{10}H_{14}O_4$
C	60,25	60,60
H	7,16	7,07

« Esso è pochissimo solubile nell'acqua e nell'etere, più solubile nell'alcool; si discioglie nella soluzione di idrato potassico e si separa per aggiunta di un acido; è insolubile nei carbonati alcalini. La sua soluzione acquosa, e meglio quella alcoolica, con percloruro di ferro dà una colorazione rosso violacea intensa.

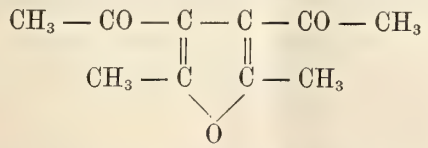
« Come è noto dalle esperienze di Knorr, Paal ed altri, i γ-dichetoni per riscaldamento con gli acidi perdono facilmente una molecola d'acqua per dare i corrispondenti derivati furanici, mentre invece per azione dell'ammoniaca si trasformano in derivati del pirrolo; io quindi tentai questa via per stabilire con maggior sicurezza la costituzione della sostanza che per la sua origine deve avere la seguente struttura:



Azione dell'acido cloridrico sul tetraacetiletane.

« Gr. 2 di tetraacetiletane vennero sciolti a caldo in 5 cc. di acido cloridrico concentrato ($d = 1,19$) mantenendo l'ebollizione per qualche minuto, quindi si aggiunge acqua ed allora si separa il nuovo composto in forma di fiocchi bianchi cristallini, che si purificano facendoli cristallizzare parecchie volte dall'acqua bollente, che contenga disciolto un pochino di carbonato potassico, il quale ha per iscopo di diminuire la solubilità del prodotto nell'acqua.

« La sostanza pura è cristallizzata in aghi sottili lunghi di aspetto sericeo, che fondono esattamente a 62°.5 e che all'analisi dettero numeri conformi a quelli calcolati per la formula del *dimetildiacetilfurano*,



gr. 0,1480 di materia dettero gr. 0,3614 di CO_2 e gr. 0,0908 di H_2O.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C_{10}H_{12}O_3$
C	66,60	66,66
H	6,81	6,66

Azione dell'ammoniaca sul tetraacetiletane.

« Gr. 2 di tetraacetiletane ridotti in polvere vennero introdotti in una soluzione bollente fatta con 10 cc. di acido acetico glaciale e 4 gr. di acetato ammonico cristallizzato; la sostanza si scioglie prontamente e si continua ancora l'ebollizione per qualche minuto fino a che il liquido si colora un pochino in rosso; si lascia raffreddare e per l'aggiunta di una soluzione di carbonato sodico in eccesso si separa un corpo solido leggermente colorato in rosso, che sciolto nell'acqua bollente si depone per raffreddamento in aghetti bianchi opachi, i quali dopo alcune cristallizzazioni fondono a 180°-181°.

« La nuova sostanza ha la composizione di un dimetildiacetilpirrolo.

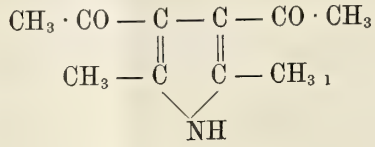
$$C_4(CH_3)_2(CO.CH_3)_2NH.$$

I. gr. 0,1532 di sostanza dettero gr. 0,3750 di CO_2 e gr. 0,1050 di H_2O.
II. gr. 0,1760 di sostanza svolsero cc. 12,4 di azoto misurati a 17°,4 ed a 753,5 mm.

« In 100 parti:

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_{10}H_{13}O_2N$
C	66,76	—	67,00
H	7,60	—	7,30
N	—	8,02	7,82

isomero a quello da me ottenuto per riduzione di quantità equimolecolari di acetilacetone e del suo derivato nitrosilico, e che, per il modo con il quale si forma, deve essere l'*αα'-dimetil-ββ'-diacetilpirrolo*



« Esso è poco solubile a freddo nell'acqua, molto solubile a caldo, si scioglie facilmente nell'alcool, difficilmente nell'etere acetico e nell'etere ordinario; riscaldato in un tubetto con polvere di zinco, distilla un olio che ha odore di pirroli superiori ed arrossa fortemente un fuscello di abete bagnato di acido cloridrico concentrato.

« L'αα'-dimetil-ββ'-diacetilpirrolo ha le proprietà d'una debole base, esso è solubile senza alterarsi nell'acido cloridrico concentrato e la soluzione cloridrica evaporata sulla calce nel vuoto lascia come residuo il cloridrato in aghetti incolori assai deliquescenti, i quali per un prolungato soggiorno nel vuoto perdono l'acido cloridrico, rigenerando il pirrolo primitivo inalterato; così pure il cloridrato viene scomposto per trattamento con acqua.

« La soluzione cloridrica trattata con cloruro d'oro dà un *Cloroaurato* cristallizzato in aghetti gialli, che, raccolti su cono di platino filtrando alla pompa, lavati con pochissima acqua e messi ad asciugare rapidamente nel vuoto sulla calce, dettero all'analisi numeri, che si avvicinano molto a quelli calcolati per la formula:

$$C_{10} H_{13} O_2 N \cdot H Cl \cdot Au Cl_3$$

gr. 0,2584 di sostanza diedero gr. 0,0988 di Au.

« In 100 parti:

Trovato	Calcolato per $C_{10} H_{14} O_2 N \cdot Au Cl_4$
Au 38,20	37,86

« Essi sono solubilissimi nell'alcool, pochissimo solubili nell'acqua, ma non possono in alcun modo venir ricristallizzati alterandosi facilmente; riscaldati in un tubicino non hanno un punto di fusione netto, ma lentamente si ha decomposizione, che incomincia già sotto i 100°.

« Questo pirrolo si scioglie abbastanza facilmente nell'acido cloridrico diluito e la sua soluzione dà con i principali reattivi degli alcaloidi le seguenti reazioni:

con joduro di potassio e mercurio:	precipitato bianco oleoso,
» joduro di potassio e cadmio:	precipitato bianco resinoso solubile nell'eccesso del reattivo,
» joduro di potassio e bismuto:	precipitato rosso aranciato cristallino,
» joduro di potassio e jodio:	precipitato bruno cristallino,
» acido fosfomolibdico:	precipitato giallo pallido,
» acido fosfotungstico:	precipitato bianco solubile nell'eccesso del reattivo,
» ferrocianuro di potassio:	precipitato bianco cristallino, solubile nell'acqua (solo da soluzioni concentrate),
» cromato potassico:	precipitato giallo con riduzione (solo in soluzioni concentrate).

« L'acido bromidrico fumante scioglie il dimetildiacetilpirrolo senza alterarlo e la sua soluzione, evaporata sulla calce nel vuoto, lascia un bromidrato cristallino deliquescente. Se alla soluzione bromidrica concentrata si aggiunge del bromo, tosto si forma una sostanza solida di colore rosso carico la quale, raccolta su filtro, lavata con acido bromidrico e disseccata rapidamente nel vuoto sulla calce fino a peso costante, dà numeri che si avvicinano a quelli calcolati per un *perbromuro* della formula:

$$C_{10} H_{13} O_2 N \cdot H Br \cdot Br_2 .$$

gr. 0,4652 di sostanza diedero gr. 0,6208 di Ag Br.

« In 100 parti:

Trovato	Calcolato per $C_{10} H_{14} O_2 N Br_3$
Br 57,78	57,14

« Questo perbromuro si scioglie nell'alcool a freddo colorandolo in giallo aranciato, ma per leggiero riscaldamento la soluzione tosto si scolora, evidentemente perdendo bromo; la soluzione alcoolica così scolorata, per aggiunta di soluzione diluita di carbonato sodico ed eliminando l'alcool a b. m., dà una sostanza bianca cristallina, che fonde verso i 130°-140°, ma che per successive cristallizzazioni acquista il punto di fusione 180°-181°, proprio del $\alpha\alpha'$-dimetil-$\beta\beta'$-diacetilpirrolo.

« In seguito al fatto assai importante della facilità con cui l'$\alpha\alpha'$-dimetil-$\beta\beta'$-diacetilpirrolo dà composti salini, tenendo pure calcolo della basicità del suo isomero da me descritto in altra Nota, ho voluto vedere se anche altri derivati acetilici del pirrolo avessero un analogo comportamento.

« L'*$\alpha\beta'$-dimetil-α'-acetilpirrolo*, che preparai dall'etere di Knorr seguendo il metodo trovato da Magnanini [1], si scioglie facilmente nell'acido cloridrico concentrato ed abbastanza bene anche in quello al 10 %.

« Il *Cloroaurato* che ottenni trattando una soluzione cloridrica dell'acetilpirrolo con soluzione pure cloridrica di cloruro d'oro, si presenta in aghetti gialli non molto solubili nell'acido cloridrico e relativamente stabili in quanto che possono essere lavati anche con acido cloridrico acquoso senza subire sensibile decomposizione.

« Disseccato sulla calce nel vuoto all'analisi dette numeri conformi a quelli calcolati per la formula:

$$C_8 H_{11} ON \cdot H Cl \cdot Au Cl_3 .$$

gr. 0,2722 di sostanza dettero gr. 0,1132 di Au.

« In 100 parti:

Trovato	Calcolato per $C_8 H_{12} O \cdot N \cdot Au Cl_4$
Au 41,32	41,17

« L'*α-acetilomopirrolo* si scioglie abbastanza bene nell'acido cloridrico concentrato, ma non è molto solubile in quello diluito.

« Il *cloroaurato* si ha trattando la soluzione cloridrica con cloruro d'oro sciolto in acido cloridrico concentrato; il precipitato che si forma è costituito da minutissimi aghetti, che raccolti su filtro e lavati con poco acido cloridrico vennero messi tosto a disseccare. Questo cloroaurato è meno stabile del precedente, e poca acqua basta a decomporlo. Sottoposto all'analisi dette numeri, che si accostano a quelli richiesti dalla formula:

$$C_7 H_9 ON . H Cl . Au Cl_3$$

gr. 0,2936 di materia dettero gr. 0,1330 di Au.

« In 100 parti:

Trovato	Calcolato per $C_7 H_{10} ON Au Cl_4$
Au 45,23 [2]	42,30

[1] Gazz. Chim. XVIII, 448.

[2] L'eccesso di oro deriva senza dubbio dalla difficoltà di lavare completamente il precipitato.

« L'*αα'-diacetilpirrolo* è quasi insolubile nell'acido cloridrico al 10 °/₀ si scioglie con difficoltà nell'acido cloridrico concentrato ($d = 1,19$) e da questa soluzione per l'aggiunta di acqua si depone inalterato. Trattato con cloruro d'oro in modo analogo ai precedenti, operando sempre con soluzioni in acido cloridrico fumante, si ottiene un precipitato giallo cristallino, solubile in un eccesso di acido cloridrico, e che anche con piccole quantità di acqua si decompone rigenerando il pirrolo.

« Da queste esperienze sembra dunque risultare che le proprietà basiche dei pirroli sostituiti aumentano per la presenza di radicali alcoolici nella molecola, mentre i radicali acetilici non le alterano notevolmente, ma servono a rendere i derivati pirrolici più stabili e resistenti rispetto agli acidi ».

Chimica. — *Sopra un modo di formazione del sale argentico dell'acido azotidrico.* Nota del dott. Angelo Angeli, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

« È noto che molte sostanze contenenti il gruppo amminico, possono reagire con l'acido nitroso per dare i diazocomposti. Derivati di questo genere si possono ottenere dalle ammine aromatiche, da alcuni eteri amidati, dall'amidoguanidina, e come ultimamente ha fatto vedere W. Wislicenus [1], anche dall'idrossilammina. In quest'ultimo caso si ottiene, naturalmente, l'acido iponitroso:

$$HO.NH_2 + NO_2H = HO.N:N.OH + H_2O.$$

« Era perciò interessante di vedere se nell'idrazina, scoperta da Curtius,

$$H_2N.NH_2$$

entrambi i gruppi amminici, nelle opportune condizioni, potessero reagire con l'acido nitroso per dare il composto

$$HO.N:N.N:N.OH,$$

che conterrebbe quattro atomi di azoto fra loro riuniti, di cui in chimica inorganica ancora non si ha esempio. Fra i composti organici invece, sostanze di tal genere, che però differiscono per la posizione dei doppi legami, sono note da lungo tempo, ed a questo riguardo basti ricordare i tetrazoni, scoperti da Emilio Fischer [2], i quali contengono la catena

$$:N.N:N.N:$$

« Da alcune esperienze che finora ho eseguite, sembra però che un solo gruppo amminico dell'idrazina sia in grado di reagire con l'acido nitroso.

[1] Berl. Berichte XXVI, 771.
[2] Liebig's Annalen 199, 281.

Siccome l'acido nitroso libero la decompone in altro senso, così ho ritenuto opportuno impiegare il nitrito d'argento.

« Aggiungendo ad una soluzione, satura a freddo, di nitrito d'argento, una soluzione di solfato d'idrazina, immediatamente il liquido s'intorbida e si separano aghettini bianchi, che vengono raccolti su filtro e lavati con acqua bollente. Il composto in tal modo ottenuto presenta tutti i caratteri del sale argentico dell'acido azotidrico, descritto da Curtius, il più saliente dei quali è senza dubbio il suo straordinario potere esplosivo. Pochi milligrammi di questa sostanza, riscaldati sopra una lamina metallica, prima fondono e quindi improvvisamente si decompongono con detonazione e luce azzurrognola, simili a quelle che si osservano nelle scariche dei condensatori.

« La reazione dunque è avvenuta probabilmente secondo l'eguaglianza:

$$H_2N.NH_2 + NO_2H = H_2N.N:N.OH + H_2O, \text{ ed indi}$$

$$H_2N.N:N.OH = \underset{\underset{NH}{\vee}}{N:N} + H_2O$$

L'acido azotidrico, od i suoi sali, sono stati ottenuti per la prima volta da Curtius (1) per azione dell'acido nitroso sopra alcune idrazine, p. e. sulla benzoilidrazina,

$$C_6H_5.CO.NH.NH_2$$

oppure da alcuni derivati organici contenenti la catena (2).

$$.NH.N:N.OH$$

È stato inoltre preparato da Noelting e Grandmougin (3) da alcune nitrofenilazoimidi, da Thiele (4) per mezzo dell'amidoguanidina ed infine da W. Wislicenus (5) facendo reagire il protossido di azoto sopra la sodioamide.

« Però questi processi sono per lo più lunghi e complicati, talchè poco si prestano specialmente quando si vogliano ottenere piccole quantità di sostanza.

« Mediante la reazione da me descritta si ottiene invece con tutta facilità e direttamente il sale d'argento dell'acido azotidrico, che indubbiamente è uno dei suoi derivati più caratteristici.

« Ora che il solfato d'idrazina si trova in commercio (il prodotto da me adoperato proveniva da Kahlbaum) questa reazione si presta anche per eseguire una bella esperienza di corso.

(1) Berl. Berichte XXIII, 3023.
(2) Ibd. XXIV, 3341.
(3) Ibd. XXIV, 2546.
(4) Liebig's Annalen, 270, 1.
(5) Berl. Berichte XXV, 2084.

« A questo scopo si riempie fino a metà, circa, una provetta con soluzione satura di nitrito d'argento e vi si aggiunge una soluzione pure satura di solfato d'idrazina. Dopo qualche istante si raccoglie sopra un filtro il precipitato bianco e cristallino, che viene lavato con acqua. Riscaldando un po' della sostanza, ancora umida, oppure il filtro stesso sopra una lamina o rete metallica, avviene una forte detonazione.

« Continuerò lo studio di questa reazione ».

Chimica. — *Kamála e rottlerina* (1). Nota di Pietro Bartolotti, presentata dal Corrispondente L. Balbiano.

« La kamála è una polvere rossa, che proviene dalla *Rottlera tinctoria* Roxb. o *Mallotus philippinensis* Müll. (Euphorbiaceae), albero che cresce nelle Indie orientali, nelle isole Filippine, nell'Arabia e nel settentrione d'Australia. Il frutto, una piccola capsula rossa, è ricoperto alla superficie da glandule rotondeggianti, che vengono per mezzo di una spazzola distaccate, e messe in commercio sotto forma di polvere e col nome di kamála; è usata nelle Indie per colorare le sete in giallo, e in Europa in terapia come antielmintico. Al microscopio si presenta costituita da granuli quasi rotondi, contenenti un pigmento rosso, misti a peli a forma di stella, di color giallo-grigio, e spesso anche a frammenti di epidermide e ad altre sostanze estranee.

« Il commercio ne offre quattro varietà: la kamála naturale, la kamála depurata, la kamála depurata secondo la farmacopea germanica (che deve lasciare solo il 6 per cento di ceneri), la kamála sofisticata. Le varie qualità di kamála, che io ho esaminato, mi sono state fornite da una casa tedesca; esse hanno presso a poco il medesimo colore, e per differenziarle il miglior mezzo è la determinazione delle ceneri. L'incenerimento fu eseguito in capsula di platino, secondo le indicazioni di Flückiger (2); furono aggiunti cioè a circa 1 gr. di sostanza 5 c. c. di forte ammoniaca, poi 10 c. c. di alcool, e, dopo avere eliminato coll'evaporazione il liquido, fu seccato lungamente il residuo alla stufa; la sostanza rimane in tal modo sotto forma di uno strato sottile, che facilmente si lascia incenerire. Oltre le ceneri ho anche determinato la quantità di acqua contenuta in ciascuna qualità di kamála. I risultati ottenuti sono i seguenti:

I gr. 0,9123 di kamála naturale, seccata a 120°, perdettero gr. 0,0385 di peso, e lasciarono gr. 0,3137 di ceneri.

II gr. 0,8946 di kamála depurata, seccata a 120°, perdettero gr. 0,0375 di peso, e lasciarono gr. 0,2692 di ceneri.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Chimico dell'Università di Roma, maggio 1893.

(2) Archiv der Pharmacie, marzo 1892.

III gr. 1,141 di kamála depurata secondo la farmacopea germanica, seccata a 120°, perdettero gr. 0,0431 di peso, e lasciarono gr. 0,0760 di ceneri

« Questi risultati conducono alle seguenti cifre:

	Acqua per 100	Ceneri per 100	
		Kamála umida	Kamála secca
Kamála naturale . . .	4,22	34,38	35,90
Kamála depurata. . .	4,19	30,09	31,40
Kamála Farm. Germ.	3,86	6,82	7,09

« Una kamála depurata acquistata in Roma diede il 16 per cento di ceneri grigie, mentre un'altra kamála acquistata anch'essa in Roma lasciò il 40,77 per cento di ceneri, in gran parte costituite da granuli di quarzo e ossido ferrico; quest'ultima evidentemente era sofisticata con sabbia. Nelle ceneri della kamála ho riscontrato sempre una notevole quantità di manganese.

« Della questione delle ceneri si sono occupati parecchi dei chimici che hanno studiato la kamála, ottenendo naturalmente cifre molto differenti e più recentemente di tutti se ne è occupato il Flückiger (1), il quale ha avuto da ottime qualità di kamála da 1 a 3 per cento di ceneri. Ora se si considera il fatto che questa droga e costituita qualche volta quasi per metà da sostanze minerali, si comprenderà facilmente come l'azione delle varie qualità di essa, che si trovano in commercio, sotto ugual peso, debba essere molto differente. Non mi sembrerebbe quindi inopportuno, che anche la nostra farmacopea ufficiale indicasse la quantità di ceneri, che nella calcinazione una kamála per uso medicinale dovesse lasciare.

« Dello studio di questa materia colorante ed antielmintica si sono occupati parecchi chimici. Anderson (2) per il primo nel 1855 estrasse con etere un corpo giallo setaceo, che chiamò *rottlerina*, e al quale assegnò la formula $C_{11} H_{10} O_3$. Leube (3) non rinvenne rottlerina nella kamála, ma solo due resine.

« Più ricentemente si sono occupati dello studio del corpo cristallino della kamála A. G. Perkin, W. H. Perkin e L. Jawein.

« A G. Perkin e W. H. Perkin (4) agitano la kamála con solfuro di carbonio, e così una parte della sostanza passa in soluzione. Concentrano il soluto giallo-bruno a bagno maria fino al punto che si divide per raffreddamento un precipitato, che raccolto e lavato cristallizzano dal benzolo o dal

(1) Loc. cit.
(2) Chem. Centr., 1855, 372.
(3) Iahr., 1860, 562.
(4) Berl. Ber., 19, 3109.

toluolo. Il corpo ottenuto in tal modo sotto forma di piccoli cristalli carnicini fu da essi chiamato *mallotossina*, alla quale assegnarono una delle due formule possibili $C_{11}H_{10}O_3$ o $C_{18}H_{16}O_5$. Ne prepararono anche un derivato diacetilico, giallo e cristallino, al quale assegnarono le formule $C_{11}H_8O_3(C_2H_3O)_2$ oppure $C_{18}H_{14}O_5(C_2H_3O)_2$, non avendo dati sufficienti per poter concludere per una formula piuttosto che per l'altra.

« Poco tempo dopo Jawein [1] pubblicò una nota sulla kamála, avendo avuto dei risultati non perfettamente concordanti con quelli di Anderson e Perkin. Estraendo la kamála in un apparecchio di Soxhlet con solfuro di carbonio o benzolo, e cristallizzando da varî solventi la sostanza rosso-bruna, che dall'estratto si separa, ottenne egli un corpo cristallizzato, splendente, di colore ocraceo, fusibile a 200°. Non dedusse formula dalle sue analisi, limitandosi ad osservare l'eccesso di carbonio riscontrato su quello richiesto dalla formula $C_{11}H_{10}O_3$.

« Raduno qui i risultati delle analisi eseguite dai varî autori sul corpo cristallino della kamála.

« In 100 parti:

	trovato					calcolato per	
	Anderson [2]	A. G. e W. H. Perkin [3]		Jawein [4]		$C_{11}H_{10}O_3$	$C_{18}H_{16}O_5$
C	69,11	69,09	69,41	69,88	70,13	69,47	69,23
H	5,55	5,31	5,31	5,31	5,41	5,26	5,13

« Io ho estratto il principio cristallizzato della kamála seguendo un processo quasi uguale a quello di Jawein. Col processo del chimico russo passano in soluzione notevoli quantità di resine, che spesso impediscono la cristallizzazione e la purificazione del composto. Per togliere questo inconveniente io ho estratto la kamála depurata con benzolo in un grande apparecchio a spostamento a lavoro continuo, munito di sifone, simile a quello di Soxhlet, facendolo agire circa per due giorni in modo che la estrazione avvenisse quasi a freddo, mettendo a parte questo primo estratto benzolico che contiene parecchie sostanze, e specialmente una sostanza gialla fioccosa. Il residuo della prima estrazione fu quindi esaurito con benzolo bollente. Concentrando il soluto, per raffreddamento si separa un corpo giallo ocraceo cristallino, che ho purificato cristallizzandolo ripetutamente prima dal benzolo, poi dal miscuglio di solfuro di carbonio ed etere. Così operando, si ottiene il composto sotto forma di una massa rosso-cannella, soffice, setacea, costituita da piccoli cristallini splendenti, fusibili a 200-201°.

(1) Berl. Ber., 20, 182.
(2) L. Gmelin Org. Ch.
(3) Berl. Ber., 19, 3109.
(4) Id., 20, 182.

« L'analisi diede risultati che, considerando le due formule ammesse da Perkin, più si avvicinano a quelli richiesti dalla formula $C_{11}H_{10}O_3$.

gr. 0,2051 di sostanza, essicata nel vuoto in presenza di acido solforico, diedero gr. 0,5229 di CO_2 e gr. 0,1023 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{11}H_{10}O_3$	calcolato per $C_{18}H_{16}O_5$
C	69,53	69,47	69,23
H	5,54	5,26	5,13

« E Merck di Darmstadt mette in commercio una sostanza gialla-ocracea col nome di *kamalina*. Non ho potuto avere da questa sostanza per ripetute cristallizzazioni dal benzolo, il principio ottenuto da Anderson sufficientemente puro. Ma se la kamalina si cristallizza da prima dal benzolo, poi ripetutamente dal miscuglio di solfuro di carbonio ed etere, si ottiene una massa soffice, setacea, costituita da minuti prismi brillanti, del tutto uguale a quella che io ho estratto dalla kamála. La sostanza all'analisi ha dato risultati che si avvicinano a quelli richiesti dalla formula ammessa per primo da Anderson. Gr. 0,2136 di sostanza diedero gr. 0,5442 di CO_2 e gr. 0,1064 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{11}H_{10}O_3$	calcolato per $C_{18}H_{16}O_5$
C	69,48	69,47	69,23
H	5,53	5,26	5,13

« La *rottlerina* di Anderson quindi, la *mallotossina* di Perkin, la *kamalina* di Merck e il *corpo cristallino* di Jawein non sono altro che la medesima sostanza, alla quale io serberò il nome di rottlerina, non solo perchè questo nome le fu dato da Anderson, che primo la ottenne dalle glandole del frutto della *Rottlera tinctoria*, ma altresì perchè con quel nome è già classificata tra le materie coloranti nel manuale di chimica organica del Beilstein.

« La rottlerina è facilmente solubile negli alcali caustici, e a caldo si discioglie bene anche nei carbonati alcalini con colorazione rosso bruna; gli acidi da queste soluzioni la precipitano inalterata in forma di fiocchi gialli. È insolubile nell'acqua e poco solubile nei solventi ordinari; la sua soluzione alcoolica con cloruro ferrico si colora in nero.

« Lo studio di questa sostanza riesce difficile non solo per la estrazione e purificazione, ma anche pel fatto che i suoi derivati per lo più sono amorfi e facilmente resinificabili. Nella determinazione inoltre della grandezza molecolare col metodo ebulliometrico di Beckmann e crioscopico di Raoult non ho avuto risultati soddisfacenti e concordanti, per cui ho cercato di determinare la grandezza molecolare della rottlerina preparandone qualche derivato.

« A. G. e W. H. Perkin hanno ottenuto dalla rottlerina un diacetil-derivato; io ho preparato il corrispondente derivato dibenzoilico.

« *Dibenzoilrottlerina.* Si discioglie la rottlerina in un eccesso di soda diluita, poi si aggiunge un eccesso di cloruro di benzoile, e si agita vivamente. Si separa una sostanza oleosa, che ben presto si rapprende in massa gialla. Il prodotto, raccolto e lavato, si tratta con carbonato sodico, e da ultimo si secca nel vuoto. Si purifica disciogliendolo in benzolo, e precipitandolo con etere di petrolio. Ripetendo per tre volte questo trattamento, si ottiene il composto sotto forma di una polvere gialla, che sotto l'azione del calore resinifica; è solubilissima nei solventi ordinari, insolubile negli eteri di petrolio.

« La sostanza, essiccata nel vuoto in presenza di acido solforico, ha dato all'analisi risultati, che sufficientemente si avvicinano a quelli richiesti pel derivato dibenzoilico della rottlerina della formula $C_{11}H_8O_3(C_7H_5O)_2$.
Gr. 0,2668 di sostanza diedero gr. 0,7387 di CO_2 e gr. 0,1166 di H_2O.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{11}H_8O_3(C_7H_5O)_2$	calcolato per $C_{18}H_{14}O_5(C_7H_5O)_2$
C	75,51	75,37	73,84
H	4,85	4,52	4,61

« Come si vede da queste cifre, il derivato benzoilico condurrebbe ad ammettere la formula $C_{11}H_{10}O_3$ anzichè $C_{18}H_{16}O_5$.

« *Idrazone.* La rottlerina reagisce facilmente colla fenilidrazina. A gr. 2 di rottlerina furono aggiunti gr. 1,15 di fenilidrazina; agitando la massa a bagno maria avviene ben presto la reazione con separazione di acqua. Dopo qualche minuto si raffredda il prodotto, quindi si discioglie nell'etere; si filtra, se è necessario, e il soluto etereo si tratta per due volte in separatore con acqua acidulata con acido cloridrico. L'etere viene quindi lavato con acqua per asportare completamente l'acido, e da ultimo precipitato con eteri di petrolio. Per aggiunta dell'etere petrolico si forma un precipitato giallo voluminoso, che raccolto alla pompa si discioglie in benzolo, e di nuovo si precipita con eteri di petrolio. Raccolto e seccato il precipitato fioccoso, si ha l'idrazone in forma di polvere gialla, che sotto l'azione del calore resinifica, e che è solubilissimo nei solventi ordinarî.

« La sostanza, essiccata nel vuoto in presenza di acido solforico, ha dato all'analisi risultati che più si avvicinano a quelli richiesti dalla formula $C_{11}H_{10}O_2.(N_2H.C_6H_5)$.
Gr. 0,2663 di sostanza svolsero c. c. 22,8 di azoto misurati a 22° e 758,5 mm.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_{11}H_{10}O_2.(N_2HC_6H_5)$	calcolato per $C_{18}H_{16}O_4.(N_2HC_6H_5)$	calcolato per $C_{18}H_{16}O_3.(N_2HC_6H_5)_2$
N	9,67	10,00	6,94	11,38

« L'idrazone adunque, come il derivato benzoilico, condurrebbe piuttosto a $C_{11}H_{10}O_3$ che a $C_{18}H_{16}O_5$.

« Ammettendo la formula $C_{11}H_{10}O_3$, per il derivato diacetilico di A. G. e W. H. Perkin e per il mio derivato dibenzoilico si deve anche ammettere che due atomi di ossigeno nella molecola della rottlerina siano idrossilici; e siccome essa reagisce colla fenilidrazina, formando il corrispondente idrazone, così il terzo atomo di ossigeno sarà probabilmente sotto forma chetonica.

« Io mi riservo l'ulteriore studio analitico della rottlerina, e se altri risultati, che potrò ottenere, mi condurranno anch'essi ad ammettere la formula $C_{11}H_{10}O_3$, e sarà quindi esclusa la possibilità di un'ampiezza molecolare maggiore, in tal caso la funzione dell'ossigeno nella molecola della rottlerina potrà dirsi sicuramente determinata ».

Chimica. — *Sopra la trasformazione degli indoli in chinoline* (1). Nota di Adolfo Ferratini, presentata a nome del Corrisp. Ciamician.

« È noto che Fischer e Steche (2) studiando l'azione del joduro di metile sopra l'α-metilindolo, ottennero una base da essi descritta come una diidrochinolina dimetilata. Io e Zatti (3) ottenemmo lo stesso prodotto per azione di joduro di metile sopra l'indolo, e fu da noi riconosciuto che esso conteneva un metile di più. Fischer e Meyer (4) arrivarono quasi contemporaneamente allo stesso risultato, e provarono che partendo sia dall'indolo, che dall'α-metilindolo, β-metilindolo, ed $\alpha\beta$-dimetilindolo, si arriva costantemente ad uno stesso prodotto la così detta trimatildiidrochinolina

$$C_6H_4 . C_3(CH_3)_2H_2NCH_3.$$

« Quando però questi autori cercarono di stabilire in modo definitivo la costituzione chimica di questo corpo, non riuscirono nel loro intento, perchè trovarono che il jodometilato della base derivante dagli indoli dopo essere stata sottoposta a riduzione,

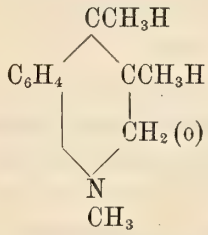
$$C_6H_4 . C_3(CH_3)_2H_4NCH_3 . CH_3I,$$

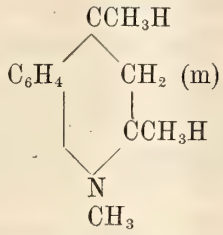
si volatilizza senza fondere a 250°-251°, e non coincide col punto di fusione dei composti ammonici su dell'$\alpha\gamma$-dimetiltetraidrochinolina di Beyer, nè della $\beta\gamma$-dimetiltetraidrochinolina di Knorr. Questi due ultimi prodotti fondono rispettivamente a 215° e a 205°.

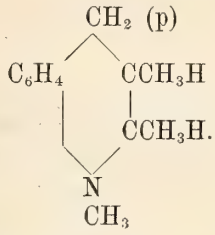
« Rimaneva a considerarsi il terzo caso ritenuto dallo stesso Fischer

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica generale della R. Università di Bologna.
(2) Liebig's Annalen 242, 353.
(3) Berl. Berichte XXIII, 2302; Gazz. chimica XX, 711; Accad. Lincei VI, 2° sem., 202.
(4) Berl. Berichte XXIII, 2628.

poco verosimile, ossia che nella trimetildiidrochinolina il gruppo CH_2 si trovasse in posizione para rispetto all'atomo di azoto.







« Per esser logici nell'andamento della risoluzione del quesito, bisognava eliminare ogni dubbio rispetto a questo caso anche se appariva poco probabile.

« A questo scopo preparai l'$\alpha\beta$-dimetilchinolina di Rohde (1) secondo il metodo dell'autore partendo dall'aldeide tiglica, di cui è notala lunga e laboriosa preparazione.

« L'$\alpha\beta$-dimetiltetraidrochinolina, ottenuta per riduzione della corrispondente dimetilchinolina con alcool e sodio, bolle a 254°-255° a 759 mm. di pressione.

« Ne studiai il comportamento non solo col joduro di metile, ma anche col nitrito sodico fatto agire in eccesso sulla soluzione cloridrica della base. Il nitronitrosoderivato che ne ottenni fonde a 111°, ossia 44° più basso del corrispondente composto ottenuto lo scorso anno da una dimetiltetraidrochinolina (2), che ebbi per azione di acido jodidrico e fosforo sopra la base derivante dagli indoli. Il jodometilato fonde a 146°-147°, ossia 104° più basso del composto ammonico che si volatilizza senza fondere a 250°-251°.

« Era così posto fuori di dubbio che il jodometilato della trimetilchinolina tetraidrogenata proveniente dagli indoli, differiva in modo palese dai corrispondenti composti delle tre tetraidrodimetilchinoline sostituite nel nucleo piridico, le uniche tre basi possibili di *differente costituzione*, di cui la teoria fa prevedere l'esistenza.

« Dopo ciò si sarebbe quasi dovuto dubitare che l'alcaloide ottenuto dagli indoli fosse realmente un derivato della chinolina, se la natura chinolinica della base indolica tetraidrogenata non fosse stata resa evidente dalle più svariate reazioni.

« È noto che or sono due anni io e Zatti (3) provammo che reagendo con cloruro di diazobenzolo, nitrito sodico ed aldeide benzoica, essa presenta tutti i caratteri delle chinoline idrogenate. In un lavoro poi dello scorso anno io provai che per distillazione secca con potassa in polvere il jodometilato della trimetiltetraidrochinolina indolica (4) si scinde in modo analogo

(1) Berl. Berichte XX, 1912; XXII, 269.
(2) Gazz. chimica XXII, 417.
(3) Gazzetta chimica. Anno XXI, pag. 309.
(4) Gazzetta chimica. Anno XXII, 417.

agli idrati dei composti ammonici della metiltetraidrochinolina di Feer e Königs [1], e della metiltetraidrochinaldina di Möller [2]. E di notevole interesse fu inoltre il nitronitroso derivato di una dimetiltetraidrochinolina,

$$C_6H_{13}N.(NO)(NO_2)$$

da me sopra ricordato, ottenuto sempre dalla base indolica, ed analogo ai corrispondenti derivati che A. Feer [3] e Möller [4] ottennero dalla tetraidrochinolina e dalla tetraidrochinaldina, coi quali armonizza anche riguardo al punto di fusione.

« La natura chinolinica della base proveniente dagli indoli doveva però avere una prova definitiva, che conducendoci ad un derivato chinolinico ben conosciuto, valesse a dimostrarne l'intima costituzione. Per raggiungere questo intento io pensai di ottenere dapprima una base secondaria portando via il metile legato all'azoto, per potere poi da questa, per eliminazione di quattro atomi di idrogeno, arrivare ad una delle tre dimetilchinoline.

« La prima parte della trasformazione si effettua facilmente facendo agire acido jodidrico e fosforo in tubi chiusi sopra la trimetiltetraidrochinolina indolica. La base secondaria che ne risultò

$$C_6H_4.C_3(CH_3)_2H_4NH,$$

fu già ottenuta da me e da Zatti [5] per azione di acido jodidrico e fosforo sopra la trimetilchinolina diidrogenata, e non ci sfuggì la sua notevole importanza per la risoluzione del quesito in questione, anche quando l'anno scorso l'ottenni per la prima volta dalla trimetiltetraidrochinolina [6]. Ma entrambe le volte il prodotto impuro non permise di ricavarne buoni risultamenti.

« Quest'anno operando in migliori condizioni si formò entro ai tubi chiusi un jodidrato cristallino bianchissimo, che purificai ricristallizzandolo dall'acqua.

« La base posta in libertà da questo jodidrato, bolle a 234°-235° a 753 mm. di pressione, ha tutti i caratteri delle basi secondarie, e fornisce un magnifico cloridrato cristallino, che fu da me analizzato, e che fonde a 198°-199°:

$$C_6H_4.C_3(CH_3)_2H_4NH.HCl.$$

« Per togliere alla base gli atomi di idrogeno ci si aprivano due vie; o tentare il metodo di ossidazione ideato da Tafel [7] o distillare il clori-

(1) Berl. Berichte XXVIII, 2383.
(2) Liebig's Annalen 242, 318.
(3) Berl. Berichte XVI, 730.
(4) Liebig's Annalen 242, 318.
(5) Gazzetta chimica XXI, parte seconda 309.
(6) Gazzetta chimica, XXII, 417.
(7) Berl. Berichte XXV, 1619.

drato sopra la polvere di zinco, seguendo il procedimento praticato prima da Hofmann colla coniina (1), e poi da Ladenburg per la noridrotropidina (2).

« Io mi attenni a quest'ultimo, e le mie ricerche furon coronate da un felice risultato. Riscaldando il detto cloridrato sulla polvere di zinco, con abbondante sviluppo di idrogeno si ottenne un prodotto oleoso. Salificandolo con acido cloridrico, rimase indietro una sostanza, che fu asportata con etere e riconosciuta per *α β-dimetilindolo* mediante il suo caratteristico derivato nitrosilico (3). Il liquido acido tiene in soluzione parte della base inalterata e la chinolina cercata. Per separare quest'ultima dalla prima, si tratta la soluzione acida con nitrito sodico, e si asporta con etere la nitrosammina formatasi. Decomponendo infine il liquido acido con potassa, si separa una base oleosa più pesante dell'acqua, che ha il punto d'ebollizione e tutte le proprietà della

α γ-dimetilchinolina di Beyer.

« Questa base si mantiene liquida anche per forte raffreddamento, e quindi facilmente si differenzia dalle isomere *αβ*-dimetilchinolina di Rohde e *βγ*-dimetilchinolina di Knorr, che fondono rispettivamente a 66° ed a 65°.

« Per eliminare ogni dubbio intorno alla natura della chinolina da me ottenuta preperai l'*αγ*-dimetilchinolina di Beyer e studiai comparativamente il picrato, il jodometilato ed il bicromato preparati con lo stesso metodo sia dalla chinolina sintetica, che da quella ottenuta dagli indoli.

« Ebbi i seguenti risultati:

	α γ-dimetilchinolina	
	sintetica	preparata dagli indoli
Base libera . .	a 758 mm. 264°-266° p. eb.	a 755 mm. 263°-266° p. eb.
Picrato (4). . .	193°,5 p. f.	193°,5 p. f.
Iodometilato (4)	252°-253° p. f.	252°-253° p. f.
Bicromato . . .	172° p. f.	172° p. f.

« Il prof. Negri dell'Università di Genova studiò cristallograficamente i due picrati, e ne stabilì l'identità. Mi limiterò a riportare solo le sue conclusioni:

(1) Berl. Berichte XVII, 825.

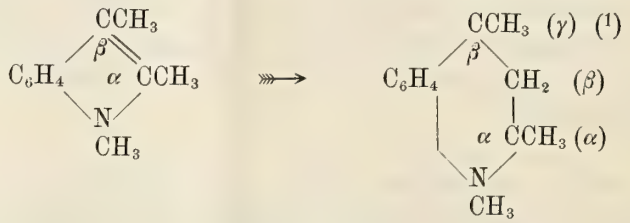
(2) Berl. Berichte XX, 1647.

(3) Liebig's Annalen 236, 131.

(4) Secondo Beyer il punto di fusione del picrato sarebbe a 190° e quelle del jodometilato a 225°-226°.

« L'apparenza molto simile dei due picrati, tanto da scambiarli, gli « identici limiti cristallografici delle lamine con angoli piani eguali, lo stesso « pleocroismo, ed infine i vivi colori d'interferenza, non lasciano dubbio di sorta « sulla loro identità ».

« Non v'ha quindi più dubbio, che per azione del joduro metilico gli indoli conducono ad un derivato chinolinico. Il nucleo indolico prima si metilizza completamente, e si trasforma poi in una trimetildiidrochinolina, in modo che il quinto atomo di carbonio entra in posizione meta nel nuovo anello piridico che si viene a costituire, come è indicato dal seguente schema:



« I pirroli sottoposti all'azione del joduro di metile come dimostrarono Ciamician ed Anderlini (2) presentano probabilmente un analogo comportamento, ed il meccanismo della reazione che conduce alle diidropiridine, ancora poco studiate, sarà simile a quello per cui si arriva alla diidrochinalina partendo dall'indolo.

« Il joduro di metile agendo sopra i pirroli e gli indoli presenta le più intime analogie col modo di reagire sopra questi prodotti del joduro di metilene, tetracloruro di carbonio, cloroformio, bromoformio e cloruro di benzale, come risulta dagli studi di Ciamician e Dennstedt (3), Ciamician e Silber (4), Dennstedt e Zimmermann (5) e Magnanini (6).

« In tutte queste reazioni i residui CH_2, CH, CCl, CBr, CC_6H_5 entrando nel nucleo pirrolico ed indolico per trasformarlo in piridina e chinolina vanno costantemente ad occupare la posizione « *meta* » rispetto all'atomo di azoto.

« Con questo andamento della reazione concorda poi il fatto che nella scissione dell'$\alpha\gamma$-dimetiltetraidrochinolina colla polvere di zinco si ottiene oltre all'$\alpha\gamma$-dimetilchinolina, l'*$\alpha\beta$-dimetilindolo.*

(1) Non tenendo per ora conto della disposizione degli atomi di idrogeno nè della posizione del doppio legame.

(2) Berl. Berichte XXI, 2855; Gazz. chimica XVIII, 557; Acc. Lincei IV, 2° sem. 1; Berl. Ber. XXII, 2506; Gazz. chimica XX, 55, 61; Acc. Lincei, V, 2° sem., 54, 58.

(3) Berl. Berichte XIV, 1153; Gazz. chimica XI, 300; Berl. Ber. XV, 1172; Gazz. chim. XII, 211.

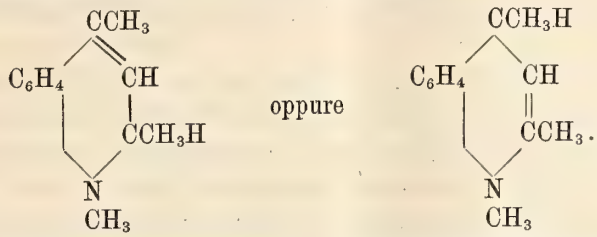
(4) Berl. Berichte XVIII, 721; Gazz. chim. XV, 186; Berl. Berichte XX, 191; Gazz. chim. XVII, 11.

(5) Berl. Berichte XVIII, 3316.

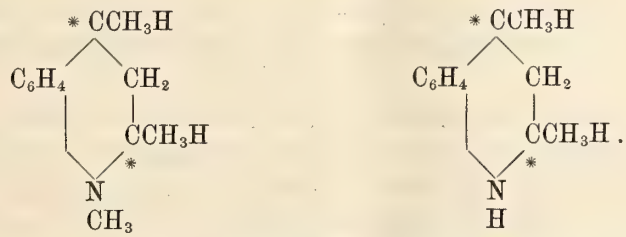
(6) Berl. Berichte XX, 2608; Gazz. chimica XVII, 246.

« Questa che può in certo modo considerarsi come una reazione inversa a quella del joduro di metile sugli indoli, dimostra come l'atomo di carbonio che esce dalla molecola sia quello stesso che entrò nel nucleo indolico nella sua trasformazione in chinolina.

« Se ora passiamo a considerare le formole costitutive delle basi provenienti dagli indoli, avremo che per quella sino qui chiamata trimetildiidrochinolina saranno possibili due formole di costituzione:



« La trimetiltetraidrochinolina e la dimetiltetraidrochinolina saranno rappresentate dalle seguenti formole di costituzione:



« In queste due ultime formole sono contenuti come si vede due differenti atomi di carbonio asimmetrici indicati coll'asterisco, ed è probabilmente in questo fatto, che si può cercare la ragione perchè la tetraidrochinolina derivata dagli indoli non sia stata trovata identica con nessuna delle tre tetraidrotrimetilchinolina sino ora preparate.

« Se, come non posso mettere in dubbio, il jodometilato dell'idrobase ottenuta dagli indoli è realmente diverso come asseriscono Fischer e Meyer [1] da quello ottenuto dall'$\alpha\gamma$-dimetilchinolina di Beyer (il che per maggiore garanzia mi riserbo di provare ancora una volta) la causa della non identità è da ricercarsi in isomerie geometriche dovute ai 2 differenti atomi di carbonio asimmetrico. Noi avremo possibili sei forme diverse, quattro attive e due neutre.

« Nel venturo anno mi riserbo non solo di ritornare sopra questo argomento, ma di riprendere ancora lo studio dell'ulteriore azione sopra gli indoli del joduro di metile.

« Per maggiori dettagli sopra la parte sperimentale, rimando alla memoria che verrà da me pubblicata nella Gazzetta Chimica Italiana ».

[1] Berl. Berichte XXIII, 2633.

Chimica. — *Intorno allo spettro di assorbimento delle soluzioni di alcuni cromoossalati della serie bleu.* Nota di G. Magnanini e T. Bentivoglio, presentata a nome del Corrispondente Ciamician.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Microbiologia. — *Sopra l'azione della pressione sul fermento ellittico.* Nota di Giulio Tolomei, presentata dal Socio Blaserna.

« Le numerose esperienze, fatte dagli studiosi della Microbiologia, hanno dimostrato come molti microrganismi possano rimanere in vita nelle condizioni più diverse dell'ambiente, senza risentirne alcun danno, e come siano dotati di una resistenza veramente straordinaria contro le cause che tendono alla loro distruzione. E infatti, quantunque la temperatura che generalmente si confà più alla vita del protoplasma oscilli fra i 35° e 40° (1), il Frisch potè vedere che alcune forme di microrganismi, fra i quali il *Bacillus anthracis*, resistono ad una temperatura di — 110° (2), e lo Schumaker portò alla temperatura di — 113° alcuni Saccaromiceti, senza che questi perdessero la loro vitalità (3).

« La resistenza all'azione delle alte temperature è ancora più sorprendente. Così le spore del *Bacillus subtilis*, per esempio, si possono sviluppare benessimo dopo che sono state per circa un quarto d'ora alla temperatura di 100° (4), e quelle del *Bacillus butilicus* e del *Bacillus amylobater* sopportano la stessa temperatura per venti minuti (5). Il Duclaux trovò che le spore del *Tyrothrix tenuis*, per le quali la temperatura più confacente allo sviluppo è fra i 25° e i 35°, resistono alla temperatura di 115° in un liquido alcalino (6) e il Koch dimostrò che le spore del carbonchio possono resistere per qualche tempo ad una temperatura di 123°, in un ambiente ben secco (7). E non soltanto è compatibile la vita a queste alte temperature, ma si può ancora avere a 70° la moltiplicazione di alcuni microrganismi, come dimostrò il Van Thieghem (8).

« Questi fatti ed altri molti, che dimostrano la resistenza che sono capaci di opporre ai mezzi che tenderebbero a distruggerli certi esseri microscopici, mi spinsero ad istituire alcune esperienze per ricercare se ciò che av-

(1) L. Marchand, *Botanique Cryptogamique*, 2° fasc., p. 407.

(2) Sitzungsberichte der Wiener Akademie, maggio 1877.

(3) L. Marchand, *Ibidem.*

(4) O. Brefeld, *Botan. Untersuchungen über Schimmelpieze*, IV.

(5) A. Fitz, Berichte der Deutschen Chem. Gesellschaft, 1876-84.

(6) E. Duclaux, *Étude sur le lait.* Annales de l'Institut National Agronomique, N. 5, Parigi 1882, p. 22-138.

(7) Mittheilungen aus dem Kaiserl. Gesundheitsamt, I, p. 305.

(8) Bulletin de la Soc. Botan. de France, t. XXVII, p. 35.

viene per molti microrganismi, si verifica anche per i fermenti. Sopra l'azione che esercita la pressione sulla fermentazione alcoolica furono fatte alcune esperienze dal dott. Giunti (1), ma con indirizzo affatto differente da quello da me seguìto ed in condizioni tali che non era tanto facile mettersi al coperto dalle cause che potevano determinare delle variazioni sensibili nell'attività vitale dei microrganismi presi a studiare. Di più il dott. Giunti studiò l'influenza che esercita sulla fermentazione una variazione nella pressione; mentre io mi sono esclusivamente occupato di determinare quale influenza esercita tale variazione sull'attività vitale del fermento preso a studiare, sottoponendo il fermento stesso a pressioni maggiori o minori di una atmosfera e ponendolo poi a fermentare in mosto sterilizzato.

« Il microrganismo sul quale io sperimentai fu il *Saccharomyces ellipsoideus*, quello cioè che produce la fermentazione del mosto d'uva. Aveva la stessa origine di quello adoperato in altre esperienze, delle quali ebbi già l'onore di presentare i risultati all'Accademia (2), ed era stato ringiovanito moltiplicandolo in mosto sterilizzato. Il fermento veniva sospeso in una soluzione di gelatina pura al 10 °/₀ e la soluzione era versata, nella proporzione di $5^{cm\,3}$ per ciascuna, in provette di vetro sterilizzate che venivano subito chiuse con tappi di cotone sterilizzato e portate in seguito sotto la campana della macchina pneumatica o in un altro recipiente che sarà descritto in seguito.

« Dopo aver lasciate le provette per un certo tempo in un ambiente dove la pressione era superiore od inferiore ad un' atmosfera, veniva seminato col liquido contenuto in esse del mosto sterilizzato ed era determinato il tempo in capo al quale avveniva la fermentazione. Tale determinazione veniva fatta con un metodo che credo non inutile descrivere, giacchè permette di avere con sicurezza l'ora alla quale ha cominciato a prodursi la fermentazione, coll'approssimazione di pochi minuti. Al palloncino di vetro nel quale era posto il mosto sterilizzato, seminato colla soluzione di gelatina, univo, per mezzo di un turacciolo di gomma elastica, un tubo di vetro, piegato ad angolo retto, nel ramo orizzontale nel quale penetravano, alla distanza di 1^{cm} l'uno dall'altro, gli estremi di due fili di platino, che, all'esterno, potevano esser posti in comunicazione coi due poli di una batteria di pile Leclanché. Nel tubo si trovava un indicino di mercurio, della lunghezza di circa 1^{cm}, 5, il quale, quando veniva in contatto con due fili di platino, chiudeva il circuito. Il movimento dell'indice poteva esser prodotto o per un aumento di temperatura, o per la produzione di una certa quantità di gas nell' interno del pallone. Esclusa la prima causa, perchè il palloncino si trovava in un termostato e perchè la moltiplicazione del fermento precede sempre l'aumento di temperatura che si riscontra nei liquidi in fermentazione, l'indice non si poteva muo-

(1) Atti della R. Acc. dei Lincei, Transunti, vol. XII, giugno 1883. — Ann. della R. Scuola superiore di Agricoltura di Portici, vol. IV, fasc. II.

(2) Rend. d. R. Acc. dei Lincei, vol. I, 2° sem., serie 5ª, fasc. IX.

vere che per la produzione di gas nell'interno del liquido, ossia quando quest'ultimo entrava in fermentazione. Quanto al movimento dell'indice, che poteva essere causato da una variazione nella pressione atmosferica, e poteva chiudere il circuito prima che la fermentazione cominciasse, vi fu rimediato ponendo il mercurio nel tubo ad una distanza tale dai fili di platino che, anche data la massima variazione nella colonna barometrica, l'indice non arrivasse a chiudere il circuito. Questa disposizione portava naturalmente un errore piccolissimo nella determinazione dell'ora in cui il liquido aveva cominciato a fermentare, ma come ben si intende si trattava di uno di quelli errori di cui non si può tener conto in esperienze di questo genere.

« Nel circuito della batteria si trovava un elettrocalamita posta in faccia al pendolo di una sveglia che veniva caricata al principio dell'esperienza e regolata con l'orologio da tasca, notando l'ora in cui era stata fatta la semina del mosto sterilizzato ed era posto il palloncino nel termostato. Al pendolo della sveglia era stata tolta la piccola lente ed era stata sostituita con un dischetto di ferro dolce, dello stesso peso, dimodochè quando la calamita era eccitata, il pendolo era arrestato e la sveglia si fermava. Intanto continuando il liquido della provetta a fermentare, l'indice di mercurio era spinto sempre più avanti, il circuito si riapriva, ma la sveglia rimaneva ferma indicando così l'ora in cui la fermentazione aveva cominciato a prodursi. Questo metodo sembrerà forse un po' primitivo, ma per me era il solo che potessi adottare. D'altra parte nei laboratori, specialmente quando non si hanno grandi mezzi, bisogna vivere di espedienti, altrimenti se si aspetta di avere gli apparecchi come si desidererebbero o come sarebbero più comodi, delle ricerche non se ne fanno di certo.

« Per le pressioni inferiori ad un' atmosfera furono fatte le seguenti esperienze :

« 1.ª La pressione veniva portata lentamente a mezza atmosfera e dopo 24 ore era ricondotta lentamente nelle condizioni ordinarie.

« 2.ª La pressione era portata rapidamente a mezza atmosfera e dopo 24 ore ricondotta nelle condizioni ordinarie.

« 3.ª La pressione era condotta lentamente a $0,^{cm}2$ e dopo 24 ore era ricondotta nelle condizioni ordinarie.

« 4ª. La pressione era portata rapidamente a $0,^{cm}2$ e dopo 24 ore era ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.

« 5.ª La pressione era portata rapidamente a mezza atmosfera e dopo 5 giorni, in cui era mantenuta approssimativamente costante, era ricondotta nelle condizioni ordinarie.

« 6.ª La pressione era portata rapidamente a $0,^{cm}2$ e dopo 5 giorni, in cui era mantenuta approssimativamente costante, era ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.

« Le provette adoperate in ogni esperienza furono 6, delle quali 5 erano

poste sotto la campana della macchina pneumatica e 1 era conservata nelle condizioni ordinarie, per servire come termine di confronto.

« Durante le esperienze la campana della macchina pneumatica era mantenuta coperta con un panno nero perchè la luce non penetrasse nell'interno.

« Tolte le provette di sotto la campana venivano conservate nell'oscurità e col liquido in esse contenuto era seminato del mosto sterilizzato ed era notato, nel modo accennato sopra, il tempo in capo al quale si produceva la fermentazione. Però non avendo che due sveglie, non potevo adoperare che due palloncini per volta, e quindi ero costretto ad aspettare qualche tempo prima di potere adoperare il liquido di tutte le provette. Questo ritardo forzato mi fece notare un fatto che non credo privo di interesse ed al quale accennerò più sotto. Ecco i risultati ottenuti. I numeri contenuti nella 6ª colonna si riferiscono al liquido della provetta che fu mantenuta nelle condizioni ordinarie.

I. Esperienza.

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta di sotto la campana della macchina pneumatica, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto. . . .	0	25m	h m 52,18	82,16	110,8	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 26,10	h m 26,12	26,14	25,38	25,14	25,15

II. Esperienza.

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta di sotto la campana della macchina pneumatica, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare.	0	50m	h m 40,18	80,12	120,20	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 38,40	38,35	37,52	37,31	36,4	24,38

III. Esperienza.

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta di sotto la campana della macchina pneumatica, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare.	0	30m	h m 35,10	68,24	101,15	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 30,12	30,7	30,2	29,38	28,3	25,12

IV. Esperienza.

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta di sotto la campana della macchina pneumatica, a quello in cui il liquido fu posto a fermentare.	0	32m	h m 110,14	181,12	250,10	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 68,24	h m 68,22	68,7	66,42	65,13	24,18

V. Esperienza.

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta di sotto la campana della macchina pneumatica, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto. . . .	0	18^m	h m 60,15	110,18	150,16	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 40,18	40,12	40,13	39,52	39,47	25,2

VI. Esperienza.

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta di sotto la campana della macchina pneumatica a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto. . . .	0	24^m	h 100,3	175,12	260,15	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 72,28	72,24	71,56	70,18	69,22	25,18

« Per le pressioni maggiori di una atmosfera mi servii di una canna da fucile, in cui avevo adattata una chiavetta di ferro, a vite, nella quale introducevo le provette, comprimendo poi l'aria con una pompa di compressione. La canna era precedentemente sterilizzata e le provette vi erano calate legandole al medesimo spago del quale l'estremo era fissato alla parte superiore ad un apposito uncino. L'aria che era compressa nella canna era precedentemente filtrata attraverso il cotone sterilizzato.

« Le provette adoperate in ogni esperienza furono 6, delle quali una era conservata a parte; e le pressioni impiegate furono di due, quattro, otto e dodici atmosfere.

« Per ogni pressione impiegata furono fatte, come nel caso precedente, due esperienze: nella prima l'aria era compressa lentamente e ricondotta lentamente nelle condizioni ordinarie e nella seconda l'aria era compressa rapidamente e ricondotta con grande rapidità nelle condizioni ordinarie. Riporto qui sotto i risultati ottenuti.

Esperienza I. — *La pressione era portata lentamente a 2 atm. e dopo 24 ore era ricondotta lentamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare.	0	28^m	h m 28,20	57,12	88,9	—
Tempo in capo al quale avvenne la fermentazione	h m 25,35	25,28	24,27	25,16	24,7	24,2

Esperienza II. — *La pressione era portata rapidamente a 2 atm. e dopo 24 ore era ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare.	0	32^m	h m 42,16	83,17	115,58	—
Tempo in capo al quale avvenne la fermentazione	h m 38,24	38,26	36,27	34,52	34,48	24,47

Esperienza III. — *La pressione veniva portata lentamente a 4 atm. ed era lentamente ricondotta nelle condizioni ordinarie dopo 24 ore.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare	0	35m	h m 34,16	62,55	89,48	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 27,18	27,21	27,2	25,48	25,41	24,32

Esperienza IV. — *La pressione era portata rapidamente a 4 atm. e dopo 24 ore era ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare	0	28m	h m 47,16	95,21	130,18	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 40,17	40,21	40,3	38,57	38,11	25,2

Esperienza V. — *La pressione era portata lentamente a 8 atm. e dopo 24 ore era ricondotta lentamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui il liquido in essa contenuto fu posto a fermentare	0	34m	h m 33,16	65,15	101,7	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 28,24	28,22	28,7	27,31	26,12	24,17

Esperienza VI. — *La pressione era portata rapidamente a 8 atm. e ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto	0	24m	h m 55,13	110,17	172,16	—
Tempo in capo al quale avvenne la fermentazione	h m 49,52	49,48	49,2	48,36	46,18	25,2

Esperienza VII. — *La pressione era portata lentamente a 12 atm. e dopo 24 ore era ricondotta lentamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto	0	32m	h m 33,15	69,16	102,50	—
Tempo in capo al quale avvenne la fermentazione	h m 29,14	29,12	28,46	28,42	27,16	24,11

Esperienza VIII. — *La pressione era portata rapidamente a 12 atm. e dopo 24 ore ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto	0	18m	h m 75,15	160,18	232,17	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 66,12	66,18	65,13	63,22	62,34	24,46

Esperienza IX. — *La pressione era portata lentamente a 12 atm. e dopo 120 ore era ricondotta lentamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto	0	34m	h m 42,19	86,11	150,22	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 32,17	32,26	32,2	31,48	29,17	24,6

Esperienza X. — *La pressione era portata rapidamente a 12 atm. e dopo 120 ore era ricondotta rapidamente nelle condizioni ordinarie.*

	1	2	3	4	5	6
Tempo trascorso dall'istante in cui la provetta fu tolta dalla canna, a quello in cui fu posto a fermentare il liquido in essa contenuto	0	28m	h m 75,18	162,10	252,20	—
Tempo in capo al quale è avvenuta la fermentazione	h m 71,48	71,42	71,3	69,57	68,2	24,17

« Un' altra serie di esperienze è stata fatta coltivando in gelatina i fermenti assoggettati a forti variazioni di pressioni, ma tali ricerche costituiranno il soggetto di un'altra Nota

« Intanto dando una semplice occhiata ai risultati ottenuti, si possono trarre le conclusioni seguenti:

« 1.° Una variazione anche abbastanza grande nella pressione non è capace di uccidere il fermento ellittico, producendo solo una diminuzione nell'attività vitale del fermento stesso.

« 2.° Quando tale variazione avviene lentamente, il fermento non ne risente che un'influenza molto debole, ma quando ha luogo bruscamente, l'attività vitale del fermento resta molto diminuita, tanto da fare supporre che con pressioni molto superiori a 12 atm. possa arrivarsi ad uccidere il fermento stesso.

« 3.° Il tempo durante il quale il fermento è stato assoggettato alle diverse pressioni ha un' influenza piccolissima in confronto dell'influenza esercitata dai cambiamenti bruschi di pressionne.

« 4.° Lasciato a sè per qualche tempo, il fermento che fu assoggettato a variazioni nella pressione, sia mediante cambiamenti bruschi, sia mediante cambiamenti lenti, riacquista lentamente la propria attività vitale ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

E. Scacchi. *Studio cristallografico di alcuni fluossimolibdati di tallio.* Presentata dal Socio Cannizzaro.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Cremona, a nome anche del Corrispondente E. D'Ovidio, legge una Relazione sulla Memoria del sig. Berzolari intitolata: *Sulla curva razionale gobba del quint'ordine.* La Relazione conclude col proporre l'inserzione del lavoro nei volumi delle Memorie.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, poste ai voti dal Presidente, sono approvate salvo le consuete riserve.

P. B.

INDICE DEL VOLUME II, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1893 — 1° Semestre.

INDICE PER AUTORI

A

Abetti. Invia per esame la sua Memoria: « Osservazioni astronomiche su Marte fatte a Padova nella opposizione 1892 ». 196. — Sua approvazione. 231.

Acqua. « La formazione della parete cellulare nei peli aerei della *Lavatera cretica* L. » 154.

Agamennone. « Il Tromometro a registrazione fotografica ». 28.

— « I terremoti e le perturbazioni magnetiche ». 479.

Alvisi. « Delle relazioni tra il periodo di Lothar Meyer ed il periodo del Mendeleeff ». 96; 137.

— « Della disposizione de' pesi specifici dei corpi semplici nel sistema periodico degli elementi chimici ». 96; 191.

— « Dell'azione della fenilidrazina sull'etilencloridrina ». 144; 219.

Amodeo. « Curve aggiunte minime ». 460.

— « Serie residue nella serie canonica delle curve aggiunte di ordine m-3-α ». 468; 528.

Anderlini. « Sopra l'azione delle ortodiammine aromatiche su alcune anidridi di acidi bibasici ». 319; 425.

Andrae. Annuncio della sua morte. 231. — Necrologia. 231.

Andreocci. « Sopra un isomero della Santonina ». 328; 376.

— « Sulla riduzione della Santonina ». 329.

Andreocci. « Sopra un isomero della Santonina ed un nuovo isomero dell'acido santonoso ». 494.

— « Sull'acido Disantonoso ». 497; 538.

Angeli. Ricerche sopra le sostanze che contengono il gruppo $C_2N_2O_2$ ». 38; 231.

— « Azione dell'acido jodico sull'acido malonico — L'acido trijodoacetico ». 228.

— « Sopra i prodotti di ossidazione di alcune sostanze che contengono il gruppo $C_2N_2O_2$ » 231; 266.

— « Sopra qualche reazione dei composti a lacune ». 319.

— « Sulla costituzione dei nitrositi ». 498; 539.

— « Sopra un modo di formazione del sale argentico dell'acido azotidrico ». 546; 569.

Id. e Levi. « Azione dell'acido jodico sopra l'acido acetondicarbonico ». 328; 366.

Arnò. « Del campo elettrico rotante ». 179.

— « Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica ». 341.

B

Balbiano. « Sopra i composti Platopirrazolici ». 197.

Id. e Marchetti. « Alcune esperienze sui composti pirrazolici ». 398.

Id. e Severini. « Sopra alcuni acidi della serie pirrazolica ». 3.

Balbiano e Marchetti. « Sintesi di omologhi dell'1-fenilpirrazolo ». 114.

Bartolotti. « Kamála e rottlerina ». 571.

Bassani e De Lorenzo. « Per la geologia della penisola di Sorrento ». 202.

Battelli. « Sulle isobare dei vapori ». 171.

Beltrami. Presenta una Memoria del sig. *Berzolari*, perchè sia sottoposta all'esame di una Commissione. 329.

Berzolari. Invia per esame la sua Memoria: « Sulla curva gobba razionale del quint'ordine ». 329. — Sua approvazione. 589.

Betocchi. Offre una pubblicazione degl'ingegneri *Artom* e *Nicoli*. 233.

Biginelli. « Intorno ad un isomero della Frassetina e derivati di esso ». 307; 361.

Blaserna (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 159; 234; 330: 441.

— Presenta le pubblicazioni dei Soci: *Bassani*. 233; *Basso*. 158; *Cayley*. 60; *Caruel*. 158; 330; *Daubrée*. 330; *D'Ovidio*. 158; *Gibelli*. 233; *Helmholtz, Le Jolis*. 60; *Padova, Righi, Schiaparelli, Taramelli*. 330 — *Zittel*. 158.

— Presenta le pubblicazioni dei signori: *Cancani*. 330; *Canovetti, Chiazzari*. 60; *Folgheraiter, Fritsche*. 330; *Giglioli*. 60; *Issel*. 233; *Omboni*. 60; *Riccò*. 441; *Sacco*. 60.

— Presenta una pubblicazione dei signori *Sarasin* e *De la Rive* e ne discorre. 158; il vol. III, parte 1ª, delle *Opere di Galileo Galilei*. 330.

— Presenta, da parte del dott. *Volpicelli*, vari documenti relativi a Federico Cesi. 330.

— Comunica l'elenco dei concorrenti al premio Reale per la *Mineralogia* e *Geologia*. 60.

— Presenta, perchè siano sottoposte ad esame, le Memorie: *Sandrucci*. 377; *De Beccaro*. 440.

Boggio-Lera. « Sopra una equazione analoga a quella degli aeriformi valevole per i metalli » 538; 559.

Brioschi. Dà comunicazione di una lettera di ringraziamento del Rettore dell'Ateneo di Padova, per la parte presa dall'Accademia alle onoranze tributate a Galileo Galilei. 234.

Brizi. « Sopra alcune particolarità morfologiche, istologiche e biologiche dei *Cyathophorum* ». 55; 102.

C

Capellini. Offre una sua pubblicazione. 330.

— Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Parona*. 546.

— Riferisce sulla Memoria *De Amicis*. 329; *De Angelis*. 546.

— « Commemorazione del Socio straniero *Owen* ». 56.

— « Nuovi resti di Zifioidi in Calabria e in Toscana ». 283.

Carrara. « Sopra alcune tetine isomere ». 48; 180; 223.

— « Influenza degli alogeno sul valore ottico dei doppi legami ». 311; 353.

— « Sul tiofosgene polimero ». 311; 421.

Cattaneo. « Coefficiente negativo di temperatura per la conducibilità elettrica delle soluzioni eteree ». 295.

Cerruti. Presenta una pubblicazione del sig. *Montanari* e ne discorre. 282.

Ciamician e Zanetti. « Sulle proprietà basiche dei pirroli ». 518.

Clerici. « La formazione salmastra nei dintorni di Roma ». 102; 147.

— « Notizie intorno alla natura del suolo di Roma ». 347; 408.

Cocchi. Offre una copia della « Relazione della Commissione incaricata dello studio di un nuovo acquedotto fiorentino ». 233.

Colella. Invia per esame la sua Memoria: « Sulle fine alterazioni della corteccia cerebrale in alcune malattie mentali ». 377.

Cremona. Offre in dono all'Accademia, da parte del sig. *Nicoli*, alcuni manoscritti del Socio *Govi*. 60.

— Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Berzolari*. 589.

Cuboni. V. *Mond*.

D

De Amicis. Invia per esame una sua Memoria intitolata: « I foraminiferi del pliocene inferiore di Trinité-Victor (Nizzardo) ». 231. — Riceve un ringraziamento per questa sua comunicazione. 329.

De Angelis. « Giacimenti elevati di Pliocene nella valle dell'Aniene ». 350.

De Beccaro. Invia per esame la sua Memoria: « Sul teorema di Wilson generalizzato ». 440.

De Candolle. Annuncio della sua morte. 441.

De Lorenzo. « Fossili nelle argille sabbiose postplioceniche della Basilicata ». 347.

— V. *Bassani*.

Del Re. « Sopra i sistemi di rette cremoniani ». 337; 452.

— « Sulla superficie del 4° ordine a conica doppia ». 211.

— «Sopra un sistema di rette (3, 4) ». 218; 245.

De Stefani. « Terreni mesozoici e neozoici della Corsica ». 48; 97.

Di Legge. « Osservazioni dell'ecclisse di sole del 16 aprile 1893, fatte al R. Osservatorio astronomico del Campidoglio ». 406.

D'Ovidio. Offre due sue pubblicazioni. 441.

— Riferisce sulla Memoria *Berzolari*. 589.

E

Enriques. « Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane nel piano ». 468.

— « Sopra un gruppo continuo di trasformazioni di Jonquières nel piano ». 473; 532.

— « Una questione sulla linearità dei sistemi di curve appartenenti ad una superficie algebrica ». 558.

F

Favero. Riferisce sulla Memoria *Tessari*. 441.

Ferratini. « Sopra la trasformazione degli indoli in chinoline ». 576.

Foà. « Sulle differenti proprietà biologiche che presentano talune varietà del diplococco lanceolato ». 403.

Frattini. « Di un doppio isomorfismo nella teorica generale delle sostituzioni ». 253.

G

Garelli e Ferratini. « Il fenantrene quale solvente nelle determinazioni dei pesi molecolari col metodo di Raoult ». 275.

Ghira. « Comportamento crioscopico di alcuni acetati di basi deboli ». 48; 187.

— Sulla rifrazione atomica del boro ». 312.

— Sul volume molecolare di alcune combinazioni del boro ». 319; 358.

Golgi. Presenta, perchè siano sottoposte ad esame, le Memorie *Colella* e *Ruffini*. 377.

— « Intorno all'origine del quarto nervo cerebrale (patetico o trocleare) e d'una questione d'Isto-fisiologia generale che a questo argomento si collega ». 379; 443.

Grassi e Calandruccio. « Ulteriori ricerche sui Leptocefali ». 450.

Grimaldi. « Sopra alcuni sali della fenilidrazina e dell'α-metilfenilidrazina ». 433.

— « Sopra alcuni sali della fenilidrazina e dell'α-metilfenilidrazina ». 483.

Guglielmo. « Descrizione di un nuovo sferometro esatto e di facile costruzione ». 137; 167.

— « Intorno ad una modificazione della legge di Raoult sulla tensione di vapore delle soluzioni ». 290.

— « Descrizione di alcune nuove forme di barometro a mercurio ». 474.

— « Descrizione di alcuni nuovi metodi molto sensibili per la misura delle pressioni ». 563.

H

Harley. « Sull'influenza che le iniezioni di zucchero fatte nel sangue esercitano sopra il ricambio respiratorio ». 499.

HERMITE. Riceve le felicitazioni dell'Accademia in occasione del suo 70° anniversario. 55.

K

VON KOKSCHAROW. Annuncio della sua morte. 158.

KRUCH. « Ricerche anatomiche ed istogeniche sulla *Phytolacca dioica* ». 52.

KUMMER. Annuncio della sua morte. 546.

L

LAURICELLA. « Sull'equilibrio dei corpi elastici isotropi ». 298.

LEVI. V. *Angeli*.

LORENZONI. Riferisce sulla Memoria *Abetti*. 231.

M

MAGNANINI. « Azione dell'acetilacetone sopra il bromoacetone in presenza di alcoolato sodico ». 270.

— « Intorno alle ipotesi della colorazione degli joni ». 328; 369.

— « Sulla pressione osmotica ». 416.

— « Intorno allo spettro di assorbimento delle soluzioni di alcuni cromoossalati della serie bleu ». 582.

MARCHETTI. « Sull'idrogenazione dei 1-fenilpirrazoli sostituiti ». 44.

— V. *Balbiano*.

MAURO. « Fluossimolibdato e fluossipomolibdato talloso ». 558.

— Annuncio della sua morte. 441.

MENGARINI. Annuncia di ritirarsi dal concorso al premio *Santoro*. 158.

MOND e CUBONI. « Sopra la così detta rogna dei bronzi antichi ». 498.

N

NACCARI. « Sulla pressione osmotica ». 237.

NASINI. « Sulla questione del potere rifrangente per un raggio d'onda infinita ». 8; 161.

NASINI. « Coefficiente critico in relazione colla formula $\frac{n-1}{d}$ » 290.

NICOLI. Fa dono all'Accademia di alcuni manoscritti del defunto Socio *Govi*. 60.

O

OWEN. Annuncio della sua morte e sua commemorazione. 56.

P

PAGLIANI. « Sul potere induttore specifico dei corpi e sulle costanti della rifrazione della luce ». 563.

PARONA. Invia per esame la sua Memoria: « La fauna fossile di Acque Fredde sulla sponda veronese del Lago di Garda ». 504. Sua approvazione. 546.

PASCAL. « Sugli aggruppamenti tripli di coniche coordinate alla quartica piana ». 8.

— « Osservazioni sui gruppi di sostituzioni fra le caratteristiche dispari di genere 3° e di genere 4° ». 15; 120.

— « Su di una estensione della configurazione delle 10 rette della superficie di 5° ordine a quintica doppia. » 15; 65.

— Sulla configurazione dei 120 piani tritangenti della sestica storta di genere 4 ». 204.

— « Sui piani tritangenti della sestica storta di genere 4 ». 210; 239.

PASSERINI. Annuncio della sua morte. 441.

PASTEUR. Riceve le felicitazioni dell'Accademia in occasione del suo 70° anniversario. 55.

PESCI. « Basi mercuriammoniche derivate dalla dimetilanilina ». 376; 433.

PIERPAOLI. « Sul massimo di attrazione di una piramide retta a base regolare ». 130.

— « Influenza della cassa di risuonanza e del congegno elettro-magnetico sulle vibrazioni dei coristi ». 337.

PIROTTA. « Sullo sviluppo del *Cladosporium herbarum* ». 288.

R

Reina. « Collegamento della specola geodetica di S. Pietro in Vincoli cogli Osservatorii astronomici del Collegio Romano e del Campidoglio ». 20; 81.

Ricci. « Dei sistemi di coordinate atti a ridurre la espressione del quadrato dell'elemento lineare di una superficie della forma $ds^2 = (U+V)(du^2+dv^2)$ ». 20; 73.

Righi. « Su alcune disposizioni sperimentali per la dimostrazione e lo studio delle ondulazioni elettriche di Hertz ». 333.

— « Alcune esperienze con oscillazioni di Hertz di piccola lunghezza d'onda ». 505.

Ruffini. Invia per esame la sua Memoria: « Di un nuovo organo nervoso terminale, e sulla presenza dei corpuscoli Golgi-Mazzoni nel connettivo sottocutaneo dei polpastrelli delle dita dell'uomo ». 377.

S

Sandrucci. Invia per esame la sua Memoria: « Sulle recenti esperienze di G. A. Hirn e sulle leggi dell'efflusso dei gas ». 377.

Schiaparelli. Presenta, perchè sia sottoposta ad esame, una Memoria del dottor *Abetti*. 196. — Fa parte della Commissione esaminatrice del precedente lavoro. 231.

Sella. « A proposito della discussione sulla forma più opportuna da darsi al corpo attraente nella misura della densità media della terra e sul corpo di massima attrazione ad un punto ». 90.

Severini. V. *Balbiano*.

Siacci. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Tessari*. 441.

Struever. « Sopra alcune miche del Lazio ». 111.

T

Taramelli. Presenta, perchè siano sottoposte ad esame, le Memoria: *De Amicis*. 231; *Parona*. 504.

— Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *De Amicis*. 329.

— Riferisce sulla Memoria *Parona*. 546.

Tedone. « Sul moto di un fluido contenuto in un involucro ellissoidico solido». 123.

Tellini. « Sulle traccie lasciate dal ramo orientale dell' antico ghiacciaio del F. Piave ». 48.

Tessari. Relazione su di una sua Memoria. 441.

— « Sopra alcuni meccanismi ». 407.

Todaro. « Sulla struttura della retina degli occhi delle salpe ». 549.

Tolomei. « Sopra l'alterazione delle acque minerali ferruginose ». 144.

— « Sopra l'azione della pressione sul fermento ellittico ». 546; 582.

Tonelli. « Sulla connessione delle superficie ». 15.

— « Sulla risoluzione della congruenza $x^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$ ». 259.

V

Vincenti. Trasmette all' Accademia un piego suggellato. 61.

Volpicelli. Offre in dono all'Accademia vari documenti relativi a Federico Cesi. 330.

Volterra. « Sulle vibrazioni dei corpi elastici ». 389.

— « Sulla integrazione delle equazioni differenziali del moto di un corpo elastico isotropo ». 528; 549.

Z

Zambiasi. « Il punto critico e il fenomeno di sparizione del menisco nel riscaldamento d'un liquido a volume costante ». 21.

ZANETTI. « Sulla trasformazione dell'acetilacetone in derivati del pirrolo ». 324.
— « Sul tetraacetiletane simmetrico ». 546; 546.
— V. *Ciamician.*
ZECCHINI. « Sul potere rifrangente del fosforo. II. Potere rifrangente degli acidi del fosforo e dei loro sali sodici ». 31.
ZECCHINI. « Sopra un notevole caso di accrescimento anomalo nel potere rifrangente delle basi feniliche ». 319; 491.

INDICE PER MATERIE

A

Anatomia. Sulla struttura della retina degli occhi delle salpe. *F. Todaro.* 549.
Astronomia. Osservazioni dell'ecclisse di sole del 16 aprile 1893, fatte al R. Osservatorio astronomico del Campidoglio. *A. Di Legge.* 406.

B

Botanica. La formazione della parete cellulare nei peli aerei della Lavatera cretica L. *C. Acqua.* 154.
— Sopra alcune particolarità morfologiche, istologiche e biologiche dei Cyathophorum. *Brizi.* 55; 102.
— Ricerche anatomiche ed istogeniche sulla Phytolacca dioica. *O. Kruch.* 52.
— Sullo sviluppo del Cladosporium herbarum. *R. Pirotta.* 288.
Batteriologia. Sulle differenti proprietà biologiche che presentano talune varietà del diplococco lanceolato. *P. Foà.* 403.
— Sopra la così detta rogna dei bronzi antichi. *L. Mond* e *G. Cuboni.* 498.
— Sopra l'alterazione delle acque minerali ferruginose. *G. Tolomei.* 144.
— Sopra l'azione della pressione sul fermento ellittico. *Id.* 546; 582.

C

Chimica. Delle relazioni tra il periodo di Lothar Meyer ed il periodo del Mendeleeff. *U. Alvisi.* 96; 137.
— Della disposizione de' pesi specifici dei corpi semplici nel sistema periodico degli elementi chimici. *Id.* 96; 191.
Chimica. Dell'azione della fenilidrazina sull'etilencloridrina. *Id.* 144; 219.
— Sopra l'azione delle ortodiammine aromatiche su alcune anidridi di acidi bibasici. *F. Anderlini.* 319; 425.
— Sopra un isomero della Santonina. *A. Andreocci.* 328; 376.
— Sulla riduzione della Santonina. *Id.* 329.
— Sopra un isomero della Santonina ed un nuovo isomero dell'acido santonoso. *Id.* 494.
— Sull'acido Disantonoso. *Id.* 497; 538.
— Ricerche sopra le sostanze che contengono il gruppo $C_2N_2O_2$. *A. Angeli.* 38; 231.
— Azione dell'acido jodico sull'acido malonico — L'acido trijodoacetico. *Id.* 228.
— Sopra i prodotti di ossidazione di alcune sostanze che contengono il gruppo $C_2N_2O_2$. *Id.* 231; 266.
— Sopra qualche reazione dei composti a lacune. *Id.* 319.
— Sulla costituzione dei nitrositi. *Id.* 498; 539.
— Sopra un modo di formazione del sale argentico dell'acido azotidrico. *Id.* 546; 569.
— Azione dell'acido jodico sopra l'acido acetondicarbonico. *Id.* e *E. Levi.* 328; 366.
— Sopra i composti Platopirrazolici. *L. Balbiano.* 197.
— Alcune esperienze sui composti pirrazolici. *Id.* e *G. Marchetti.* 398.
— Sintesi di omologhi dell'1-fenilpirrazolo. *Id. Id.* 114.
— Sopra alcuni acidi della serie pirrazolica. *Id.* e *O. Severini.* 3.
— Kamála e rottlerina. *P. Bartolotti.* 571.

Chimica. Intorno ad un isomero della Frassetina e derivati di esso. *P. Biginelli.* 307; 361.
— Sopra alcune tetine isomere. *G. Carrara.* 48; 180; 223.
— Sulle proprietà basiche dei pirroli. *G. Ciamician* e *U. Zanetti.* 518.
— Sopra la trasformazione degli indoli in chinoline. *A. Ferratini.* 576.
— Il fenantrene quale solvente nelle determinazioni dei pesi molecolari col metodo di Raoult. *F. Garelli* e *A. Ferratini.* 275.
— Sopra alcuni sali della fenilidrazina e dell'α-metilfenilidrazina. *S. Grimaldi.* 433.
— Sopra alcuni sali della fenilidrazina e dell'α-metilfenilidrazina. *Id.* 483.
— Azione dell'acetilacetone sopra il bromoacetone in presenza di alcoolato sodico. *G. Magnanini.* 270.
— Intorno alle ipotesi della colorazione degli joni. *Id.* 328; 369.
— Sulla pressione osmotica. *Id.* 416.
— Intorno allo spettro di assorbimento delle soluzioni di alcuni cromoossalati della serie bleu. *Id.* 582.
— Sull'idrogenazione dei 1-fenilpirrazoli sostituiti. *G. Marchetti.* 44.
— Fluossimolibdato e fluossipomolibdato talloso. *F. Mauro.* 558.
— Basi mercuriammoniche derivate dalla dimetilanilina. *L. Pesci.* 376; 433.
— Sulla trasformazione dell'acetilacetone in derivati del pirrolo. *U. Zanetti.* 324.
— Sul tetraacetiletane simmetrico. *Id.* 546; 564.
Chimica-fisica. Influenza degli alogeni sul valore ottico dei doppi legami. *G. Carrara.* 311; 353.
— Sul tiofosgene polimero. *Id.* 311; 421.
— Comportamento crioscopico di alcuni acetati di basi deboli. *A. Ghira.* 48; 187.
— Sulla rifrazione atomica del boro. *Id.* 312.
— Sul volume molecolare di alcune combinazioni del boro. *Id.* 319; 358.
— Sulla questione del potere rifrangente per un raggio d'onda infinita. *R. Nasini.* 8; 161.
Chimica-fisica. Coefficiente critico in relazione colla formula $\frac{n-1}{d}$. *Id.* 290.
— Sul potere rifrangente del fosforo. II. Potere rifrangente degli acidi del fosforo e dei loro sali sodici. *F. Zecchini.* 31.
— Sopra un notevole caso di decrecrescimento anomalo nel potere rifrangente delle basi feniliche. *Id.* 319; 491.
Concorsi a premî. Elenco dei lavori presentati per concorrere al premio Reale per la *Geologia* e *Mineralogia.* 60.
— Lettera del sig. *Mengarini* che annuncia di ritirarsi dal concorso al premio Santoro. 158.
— Programmi dei concorsi a premî della Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam e dell'Accademia di scienze fisiche e matematiche di Napoli. 234.

E

Elettricità. Del campo elettrico rotante. *R. Arnò.* 179.
— Sulla dissipazione di energia in un campo elettrico rotante e sulla isteresi elettrostatica. *Id.* 341.

F

Fisica. Sulle isobare dei vapori. *A. Battelli.* 171.
— Sopra una equazione analoga a quella degli aeriformi valevole per i metalli. *E. Boggio Lera.* 538; 559.
— Coefficiente negativo di temperatura per la conducibilità elettrica delle soluzioni eteree. *C. Cattaneo.* 295.
— Descrizione di un nuovo sferometro esatto e di facile costruzione. *G. Guglielmo.* 137; 167.
— Intorno ad una modificazione della legge di Raoult sulla tensione di vapore delle soluzioni. *Id.* 290.
— Descrizione di alcune nuove forme di barometro a mercurio. *Id.* 474.

Fisica. Descrizione di alcuni nuovi metodi molto sensibili per la misura delle pressioni. *Id.* 563.
Sulla pressione osmotica. *A. Naccari.* 237.
— Sul potere induttore specifico dei corpi e sulle costanti della rifrazione della luce. *S. Pagliani.* 563.
— Sul massimo di attrazione di una piramide retta a base regolare. *N. Pierpaoli.* 130.
— Influenza della cassa di risuonanza e del congegno elettro-magnetico sulle vibrazioni dei coristi. *Id.* 337.
— Su alcune disposizioni sperimentali per la dimostrazione e lo studio delle ondulazioni elettriche di Hertz. *A. Righi.* 333.
— Alcune esperienze con oscillazioni di Hertz di piccola lunghezza d'onda. *Id.* 505.
— A proposito della discussione sulla forma più opportuna da darsi al corpo attraente nella misura della densità media della terra e sul corpo di massima attrazione ad un punto. *A. Sella.* 90.
— Il punto critico e il fenomeno di sparizione del menisco nel riscaldamento d'un liquido a volume costante. *G. Zambiasi.* 21.
V. Chimica fisica.
Fisica-terrestre. Il Tromometro a registrazione fotografica. *G. Agamennone.* 28.
— I terremoti e le perturbazioni magnetiche. *Id.* 479.
Fisiologia. Sull'influenza che le iniezioni di zucchero fatte nel sangue esercitano sopra il ricambio respiratorio. *V. Harley.* 499.

G

Geologia. Per la geologia della penisola di Sorrento. *F. Bassani* e *G. De Lorenzo.* 202.
— La formazione salmastra nei dintorni di Roma. *E. Clerici.* 102; 147.
— Notizie intorno alla natura del suolo di Roma. *Id.* 347; 408.
Geologia. Giacimenti elevati di Pliocene nella valle dell'Aniene. *G. De Angelis.* 350.
— Terreni mesozoici e neozoici della Corsica. *C. De Stefani.* 48; 97.
— Sulle traccie lasciate dal ramo orientale dell'antico ghiacciaio del F. Piave. *A. Tellini.* 48.

I

Istologia. Intorno all'origine del quarto nervo cerebrale (patetico o trocleare) e d'una questione d'Isto-fisiologia generale che a questo argomento si collega. *C. Golgi.* 379; 443.

M

Matematica. Curve aggiunte minime. *F. Amodeo.* 460.
— Serie residue nella serie canonica delle curve aggiunte di ordine m - 3 - α. *Id.* 468; 528.
— Sopra i sistemi di rette cremoniani. *A. Del Re.* 337; 452.
— Sulla superficie del 4° ordine a conica doppia. *Id.* 211.
— Sopra un sistema di rette (3, 4). *Id.* 218; 245.
— Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane nel piano. *F. Enriques.* 468.
— Sopra un gruppo continuo di trasformazioni di Jonquières nel piano. *Id.* 473; 532.
— Una questione sulla linearità dei sistemi di curve appartenenti ad una superficie algebrica. *Id.* 558.
— Di un doppio isomorfismo nella teorica generale delle sostituzioni. *G. Frattini.* 253.
— Sull'equilibrio dei corpi elastici isotropi. *G. Lauricella.* 298.
— Sugli aggruppamenti tripli di coniche coordinate alla quartica piana. *E. Pascal.* 8.
— Osservazioni sui gruppi di sostituzioni fra le caratteristiche dispari di genere 3° e di genere 4°. *Id.* 15; 120.

MATEMATICA. Su di una estensione della configurazione delle 10 rette della superficie di 5° ordine a quintica doppia. *Id.* 15; 65.

— Sulla configurazione dei 120 piani tritangenti della sestica storta di genere 4. *Id.* 204.

— Sui piani tritangenti della sestica storta di genere 4. *Id.* 210; 239.

— Collegamento della specola geodetica di S. Pietro in Vincoli cogli Osservatorî astronomici del Collegio Romano e del Campidoglio. *V. Reina.* 20; 81.

— Dei sistemi di coordinate atti a ridurre la espressione del quadrato dell'elemento lineare di una superficie della forma $ds^2 = (U+V)\ (du^2 + dv^2)$. *G. Ricci.* 20; 73.

— Sulla connessione delle superficie. *A. Tonelli.* 15.

— Sulla risoluzione della congruenza $x^2 \equiv c \pmod{p^\lambda}$. *Id.* 259.

MECCANICA. Sul moto di un fluido contenuto in un involucro ellissoidico solido. *V. Tedone.* 123.

— Sopra alcuni meccanismi. *D. Tessari.* 407.

— Sulle vibrazioni dei corpi elastici. *V. Volterra.* 389.

MECCANICA. Sulla integrazione delle equazioni differenziali del moto di un corpo elastico isotropo. *Id.* 528; 549.

MINERALOGIA. Sopra alcune miche del Lazio. *G. Strüver.* 111.

N

Necrologie. — Annuncio della morte dei Socî: *Andrae.* 231; *De Candolle.* 441; *Kummer.* 546; *Mauro.* 441; *Owen.* 56; *Passerini.* 441; *von Kokscharow.* 158.

P

PELEONTOLOGIA. Nuovi resti di Zifioidi in Calabria e in Toscana. *G. Capellini.* 283.

— Fossili nelle argille sabbiose postplioceniche della Basilicata. *G. De Lorenzo.* 347.

Piego suggellato inviato dal sig. *Vincenti.* 61.

Z

ZOOLOGIA. Ulteriori ricerche sui Leptocefali. *B. Grassi* e *S. Calandruccio.* 450.

ERRATA — CORRIGE

A pag.	lin.				
298	20	in luogo di	§ II	leggasi	Serie II
299	34	»	§ II	»	Serie II
300	19	»	$\frac{\partial x}{\partial n}$	»	$\frac{\partial x}{\partial u}$
301	9	»	$\frac{\Delta \frac{\partial M}{\partial x}}{\Delta x_1}$	»	$\frac{\Delta \frac{\partial M}{\partial x_1}}{\Delta x_1}$
»	18	»	mantengono	»	mantengano
»	25	»	abbiamo ;	»	abbiamo, posto $a = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$,
»	27	»	$-\frac{(x - x_1)}{r^5}$	»	$-\frac{(x - x_1)^3}{r^5}$
302	24	»	$\frac{1}{r} \leq \frac{1}{r_1} \left\lvert \frac{x - x_1}{r} \right\rvert = \left\lvert \cos\theta \right\rvert \leq 1$	»	$\frac{1}{r} \leq \frac{1}{r_1}$, $\left\lvert \frac{x - x_1}{r} \right\rvert = \left\lvert \cos\theta \right\rvert \leq 1$
303	4	»	$\frac{dS_7}{r_1^2}$	»	$\frac{dS_2}{r_1^2}$
»	5	»	$3 \int_{S_2} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r} \cdot \frac{(x - x_1)}{r_1} \frac{\Delta x_1}{r_1} \frac{dS_2}{r_1^2}$	»	$3 \int_{S_2} \frac{\varrho X - \varrho_0 X_0}{r_1} \frac{(x - x_1)}{r_1} \frac{\Delta x_1}{r_1} \frac{dS_2}{r_1^2}$
»	11	»	$\cos\theta$	»	$\lvert \cos\theta \rvert$
304	4	»	$+ 6 \frac{(x - x_1)}{r^5}$	»	$+ 6 \frac{(x - x_1)^2}{r^5}$
306	16	»	$- 4\pi L \varrho_0 Y$	»	$- 4\pi L \varrho_0 Y_0$

A pag. 465, linea 22 aggiungi: $\varrho = 0$ *ed inoltre*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXC.

1893

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 18 *Giugno* 1893.

Volume II.° — Fascicolo 12°

e Indice del volume.

1° SEMESTRE

LIBRARY U. S. NATIONAL MUS.
145449
AUG 5 1893
SMITHSONIAN INSTITUTION

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1893

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 8 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 50 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 25 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz' altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell' art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all' autore. - *d*) Colla semplice proposta dell' invio della Memoria agli Archivi dell' Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall' art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell' ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L' Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VI.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-VIII.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I, II (1893) 1° Sem. Fasc. 1°-12°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I, II. (1893). — Fasc. 1°-5°.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume è per tutta l'Italia di L **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 18 giugno 1893.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Todaro. Sulla struttura della retina degli occhi delle salpe . . . . . Pag. 549
Volterra. Sulla integrazione delle equazioni differenziali del moto di un corpo elastico isotropo » »
Mauro. Fluossimolibdato e fluossipomolibdato talloso . . . . . » 558
Enriques. Una questione sulla linearità dei sistemi di curve appartenenti ad una superficie algebrica (pres. dal Socio *Cremona*) . . . . . » »
Boggio Lera. Sopra una equazione analoga a quella degli aeriformi valevole per i metalli (pres. dal Socio *Beltrami*) . . . . . » » 559
Pagliani. Sul potere induttore specifico dei corpi e sulle costanti della rifrazione della luce (pres. dal Socio *Cannizzaro*) . . . . . » 563
Guglielmo. Descrizione di alcuni nuovi metodi molto sensibili per la misura delle pressioni (pres. dal Socio *Blaserna*) . . . . . » »
Zanetti. Sul tetraacetiletane simmetrico (pres. dal Corrispondente *Ciamician*). . . . . » 564
Angeli. Sopra un modo di formazione del sale argentico dell'acido azotidrico (pres. *Id.*) . » 569
Bartolotti. Kamála e rottlerina (pres. dal Corrispondente *Balbiano*) . . . . . » 571
Ferratini. Sopra la trasformazione degli indoli in chinoline (pres. dal Corrispondente *Ciamician*) . . . . . » 576
Magnanini e *Bentivoglio.* Intorno allo spettro di assorbimento delle soluzioni di alcuni cromoossalati della serie bleu (pres. *Id.*) . . . . . » 582
Tolomei. Sopra l'azione della pressione sul fermento ellittico (pres. dal Socio *Blaserna*) . » »

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

Scacchi. Studio cristallografico di alcuni fluossimolibdati di tallio (pres. dal Socio *Cannizzaro*) » 589

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Cremona (relatore), e *D'Ovidio.* Relazione sulla Memoria del sig. *Berzolari* « Sulla curva razionale gobba del quint'ordine » . . . . . » »

526

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01356 8548